

Рис. 3. Прямая

Работа выполнена под руководством к.ф.-м.н., доцента каф. СА-ПРИМ К.Д. Яксубаева.

Список литературы

1. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Оникс, 2005. Ч. 1. С. 304.
2. URL: <http://lektsii.org/3-56480.html>

ГРАФИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ MATHCAD

Е. А. Волкова

*Астраханский государственный
архитектурно-строительный университет*

Математический пакет Mathcad является универсальным. Он используется и учеными и школьниками и проектировщиками. Пакет Mathcad идеально подходит для визуализации решений геодезических задач.

Покажем, как можно быстро находить кривизну кривой в любой точке, а также построим соприкасающуюся окружность. Решение поставленных задач в статье показано так, как оно реализовано в пакете Mathcad с учетом необходимых знаков препинания.

Задача № 1. Задана кривая $y(x) := -x^3$. Найти кривизну и радиус кривизны этой кривой в заданной точке. А также построить соприкасающуюся окружность.

Решение. Кривизна плоской линии:

$$y(x) := -x^3, \quad x_0 := \frac{1}{2}, \quad y'(x) := \frac{d}{dx} y(x) \rightarrow -3x^2.$$

$$y''(x) := \frac{d^2}{dx^2} y(x) \rightarrow -6x, \quad y_0 := y(x_0) \rightarrow -\frac{1}{8}, \quad y'_0 := y'(x_0) \rightarrow -\frac{3}{4}.$$

$$y''_0 := y''(x_0) \rightarrow -3.$$

$$\text{Вычислим кривизну кривой: } k := \frac{|y''_0|}{(1+y'^2_0)^{3/2}}.$$

Найдем центр кривизны:
$$\begin{pmatrix} \varepsilon \\ \mu \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{-y_0'(1+y_0'^2)}{y_0''} \\ \frac{(1+y_0'^2)}{y_0''} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{7}{64} \\ -\frac{31}{48} \end{pmatrix}.$$

Вычислим радиус кривизны: $R := \frac{1}{|k|} \rightarrow \frac{125}{192}.$

Соприкасающаяся окружность будет иметь следующий вид:

$$x_{1_0}(t) := R * \cos(t) + \varepsilon, \quad y_{1_0}(t) := R * \sin(t) + \mu.$$

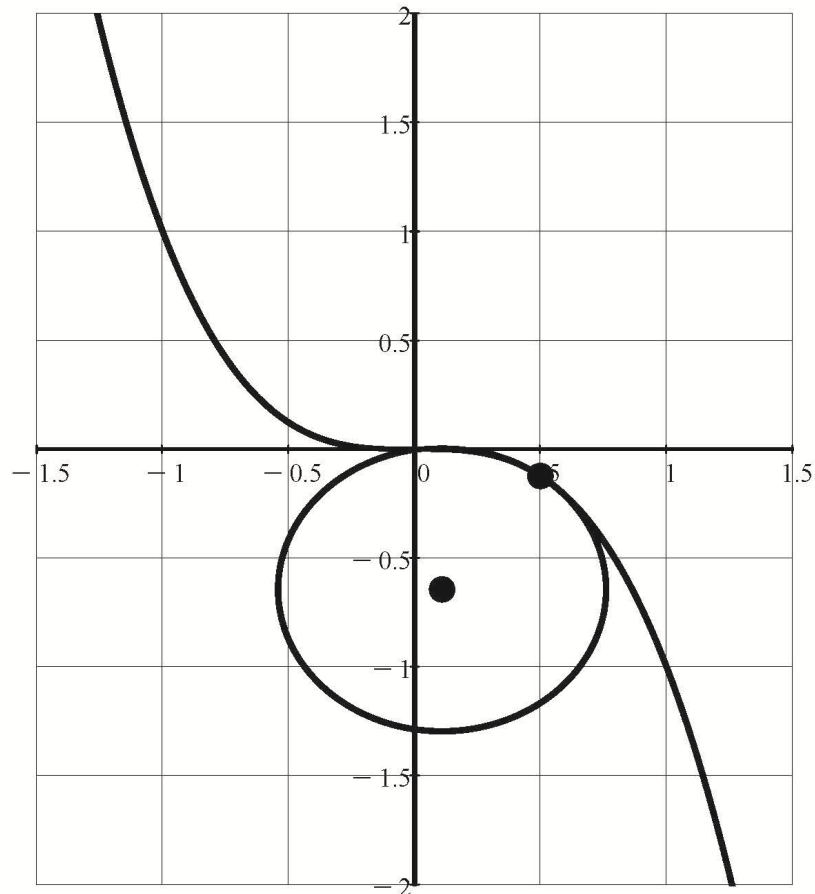


Рис. 1. Соприкасающаяся окружность

Задача № 2. Первая кривая задана в параметрической форме:

$$\begin{cases} x(t) := 2(t - \sin(t)) \\ y(t) := 2(1 - \cos(t)) \end{cases}$$

Вторая кривая задана в декартовой форме $y_2(x) := x^2$. Найти точку пересечения, провести касательные прямые к обоим кривым в этой точке. И вычислить угол между кривыми.

Решение. Найдем точку пересечения двух кривых, решив систему с помощью операторов: Given-Find.

$$x1 := 1 \quad y1 := 1 \quad t1 := 1$$

Given

$$x1 = 2(t1 - \sin(t1)) \quad y1 = x1^2$$

$$y_1 = 2(t_1 - \cos(t))$$

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ t_0 \end{pmatrix} := \text{Find}(x_1, y_1, t_1) = \begin{pmatrix} 1.536 \\ 2.36 \\ 1.752 \end{pmatrix}$$

Найдем уравнение второй касательной: $y_2'_0 := y_2'(x_0) \rightarrow 3.07$,

$$y_2_0 := y_2(x_0) \rightarrow 2.35, \quad y_k(x) := y_2_0 + y_2'_0 * (x - x_0).$$

Найдем уравнение касательной прямой к параметрической кривой:

$$y_3'_t(t) := \frac{d}{dt} y_4(t) \rightarrow 2 * \sin(t), \quad x_3'_t(t) := \frac{d}{dt} x_4(t) \rightarrow 2 - 2 * \cos(t)$$

$$y'_x(t) := \frac{y_3'_t(t)}{x_3'_t(t)} \rightarrow -\frac{2 * \sin(t)}{2 * \cos(t) - 2}, \quad y_3'_0 := y'_x(t_0) \rightarrow 0.83,$$

$$y_3_k(x) := y_0 + y_3'_0 * (x - x_0).$$

Вычислим углы наклона касательных прямых:

$$\alpha_1 := \frac{\text{atan}(y_2'_0)}{\text{deg}} = 71.971^\circ, \quad \alpha_2 := \frac{\text{atan}(y_3'_0)}{\text{deg}} = 39.815^\circ.$$

Найдем угол между касательными:

$$\alpha_3 := 180 - \alpha_1 = 108.029^\circ, \quad \beta := 180 - |\alpha_3| - \alpha_2 = 32.156^\circ.$$

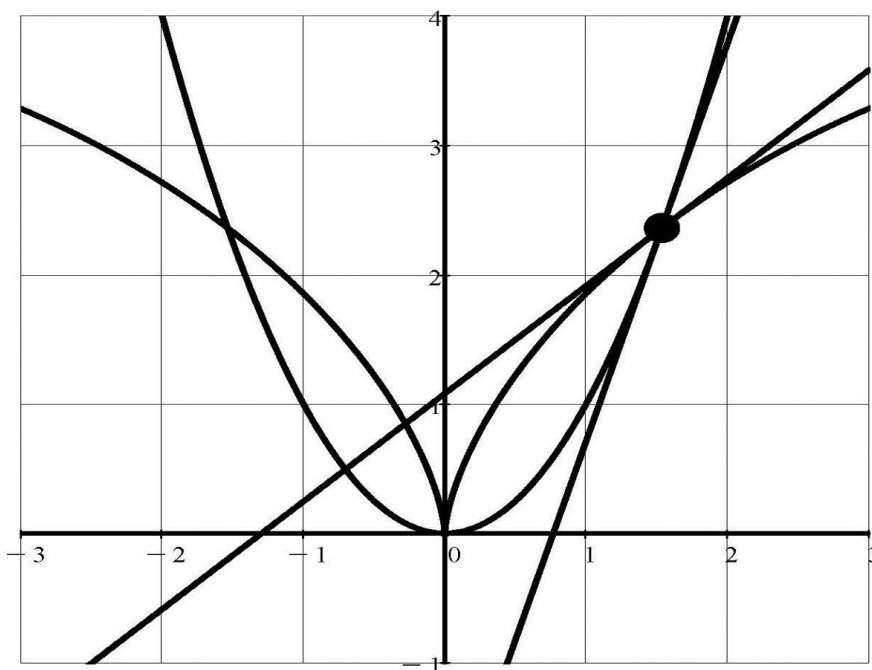


Рис. 2. Касательные прямые и угол между кривыми

Работа выполнена под руководством к.ф.-м.н., доцента каф. СА-ПРИМ К.Д. Яксубаева.

Список литературы

1. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Оникс, 2005. Ч. 1. С. 304.