

# РАСЧЕТ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ УЗКОЙ КОНСОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ФОРМЕ СМЕШАННОГО МЕТОДА

*Е. А. Невзорова*

*Волгоградский государственный технический университет*

Классическая смешанная форма метода конечных элементов основывается на составлении матрицы откликов и разрешающих уравнений с учетом равенства нулю реакций во введенных связях и равенства нулю разрывов по направлениям устраненных связей в основной системе.

Для конкретной задачи, решаемой в рамках диссертационной работы, использовался прямоугольный конечный элемент с общим числом степеней свободы 12, который работает на изгиб при действии поперечной нагрузки.

Принимая допущения о линейном изменении деформаций и напряжений по нормали к плоскости пластины углы поворота являются зависимыми величинами. Таким образом, деформированное состояние пластины полностью можно описать одной величиной – прогибом ее срединной поверхности. В качестве аппроксимирующей функции принят неполный полином, удовлетворяющий однородному дифференциальному уравнению изгибаемой пластины. Исходя из этого, определяются коэффициенты матрицы откликов прямоугольного конечного элемента изгибаемой пластины. Это подробно рассмотрено в [1, 4].

Для формирования системы разрешающих уравнений конструкция делится на прямоугольные конечные элементы одного размера, составляются уравнения равновесия и совместности перемещений для всех конечных элементов, сходящихся в каждом из рассматриваемых узлов конечно-элементной сетки. Для точного определения количества расчетных узлов необходимо задаться граничными условиями в зависимости от их расположения и типа закрепления по контуру. В матричном виде система разрешающих уравнений выглядит так:

$$\begin{bmatrix} r & \tilde{r} \\ \tilde{\delta} & \delta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \tilde{q} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r_p \\ \delta_p \end{Bmatrix} = 0, \quad (1)$$

где:  $\begin{bmatrix} r & \tilde{r} \\ \tilde{\delta} & \delta \end{bmatrix}$  – матрица откликов системы;  $r$  – матрица реактивных усилий

от единичных перемещений связей основной системы;  $\tilde{r}$  – матрица реактивных усилий от силовых неизвестных при единичных значениях этих неизвестных;  $\tilde{\delta}$  – матрица перемещений по направлению силовых неизвестных от единичных смещений связей основной системы;  $\delta$  – матрица перемещений по направлению силовых неизвестных при единичных значениях этих неизвестных;  $r_p$  – вектор реакций во введенных связях от уз-

ловых нагрузок;  $\delta_p$  – вектор перемещений по направлению силовых неизвестных от нагрузки в основной системе;  $\begin{Bmatrix} q \\ \tilde{q} \end{Bmatrix}$  – вектор неизвестных смещенного метода;  $q$  – подвектор неизвестных перемещений;  $\tilde{q}$  – подвектор неизвестных усилий [2].

Целью задачи было опробовать методику применения метода конечных элементов в форме классического смешанного метода для решения задач строительной механики. В качестве исходной задачи был принят тест из верификационного отчета по программному комплексу «ЛИРА-САПР» [3]. Дана прямоугольная узкая консольная пластина, находящаяся под воздействием поперечной равномерно распределенной по ее площади нагрузки  $P$ . Необходимо определить поперечное перемещение  $w$  свободной кромки пластины.

При аналитическом решении поперечное перемещение  $w$  свободной кромки пластины определяется по формуле:

$$w = \frac{3Pl^4}{2Eh^3} \cdot \quad (2)$$

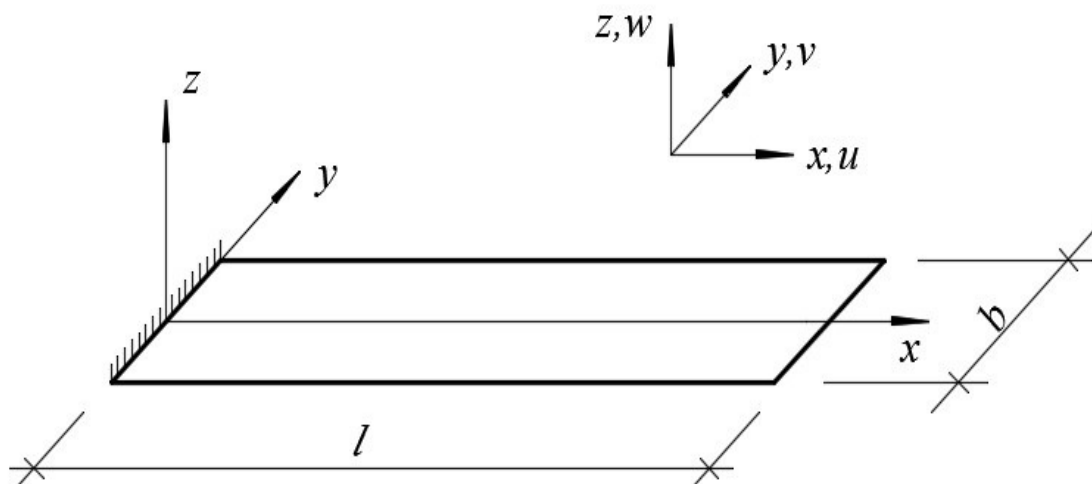


Рис. 1. Прямоугольная узкая консольная плита под действием поперечной равномерно распределенной нагрузки

Исходные данные:

$E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$  – модуль упругости;

$\nu = 0,3$  – коэффициент Пуассона;

$l = 1 \text{ м}$  – длина пластины;

$b = 0,1 \text{ м}$  – ширина пластины;

$h = 0,005 \text{ м}$  – толщина пластины;

$P = 1,7 \cdot 10^3 \text{ Н / м}^2$  – значение поперечной равномерно распределенной нагрузки.

Размер конечных элементов  $0,1 \times 0,1 \text{ м}$ .

В таблице 1 приведено сравнение результатов расчета прямоугольной консольной пластины по МКЭ в форме классического смешанного метода и с помощью программного комплекса «ЛИРА-САПР». Из этого сравнения можно сделать вывод о большей эффективности МКЭ в форме классического смешанного метода.

Таблица 1

Сравнение результатов расчета прямоугольной консольной пластины по МКЭ в форме классического смешанного метода и с помощью программного комплекса «ЛИРА-САПР»

	<i>Сетка КЭ</i>			
	<i>10×1</i>	<i>20×2</i>	<i>40×4</i>	<i>50×5</i>
Максимальное значение прогиба $w$ , м	0,0975115	0,0966576	0,0930569	0,0961907
Процентное расхождение с точным решением, %; $w=0,09714$	0,38	-0,50	-4,20	-0,98
«ЛИРА», максимальное значение прогиба $w$ , м	0,0957293	0,0958337	0,0958391	0,0958409
Процентное расхождение с точным решением, % ; $w=0,09714$	-1,47	-1,36	-1,36	-1,36

#### Список литературы

1. Игнатъев В. А., Игнатъев А. В., Жиделев А. В. Смешанная форма метода конечных элементов в задачах строительной механики. Волгоград : ВолгГАСУ, 2006. 172 с.
2. Игнатъев В. А., Галишникова В. В. Основы строительной механики. Волгоград : ВолгГАСУ, 2007. 640 с.
3. Рождественский В. Б., Барабаш М. С., Шапиро Г. И. Верификационный отчет по программному комплексу «ЛИРА-САПР». Т. II. М., 2015. 232 с.
4. Воронкова Г. В., Рекунов С. С. Особенности расчета пластинок по методу конечных элементов в смешанной форме // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2007. № 7. С. 74–77.

## СОВРЕМЕННЫЕ ВИДЫ ОПАЛУБОЧНЫХ СИСТЕМ

*А. С. Протасова*

*Волгоградский государственный технический университет*

В настоящее время широкое распространение получило строительство зданий и сооружений из сборного и монолитного железобетона. Для придания нужной формы конструкции используют специальную форму, которая называется опалубкой. Большое разнообразие форм, размеров и конфигураций строительных объектов приводит к не менее большому количеству видов опалубки. В данной работе проведен обзор современных видов опалубок.

По виду монтажа опалубку разделяют на съемную и несъемную. Съемная опалубка может применяться многократно, так как демонтируется после застывания раствора. Несъемная опалубка играет важную роль в