ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С НАКОПИТЕЛЕМ И ИНТЕРВАЛЬНОЙ ЗАДЕРЖКОЙ НАЧАЛА ОБСЛУЖИВАНИЯ

Д. П. Ануфриев, А. Ю. Холодов
Астраханский инженерно-строительный институт,
г. Астрахань (Россия)

ВВЕДЕНИЕ

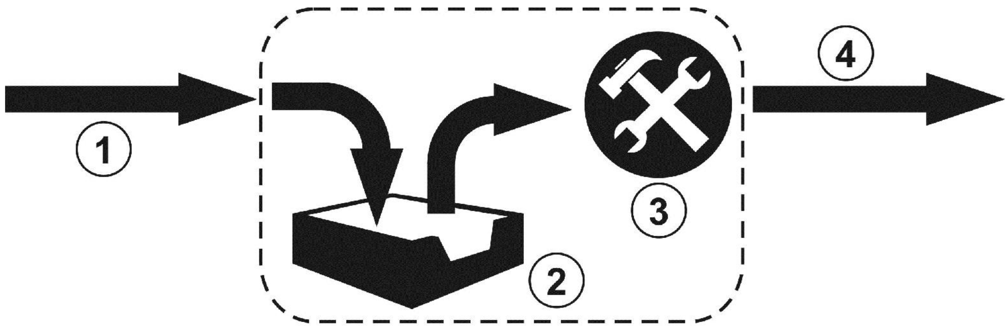
В подавляющем большинстве социально-экономических процессов важную роль играет вероятностная составляющая. Исследовательский подход к изучению таких бизнес-процессов заключается в применении математического аппарата теории массового обслуживания с последующим определением систем и сетей массового обслуживания и формированием фаз и узлов различной сложности. Существует возможность, используя некоторые допущения функционирования и ограничения, накладываемые на характеристики систем, существует возможность получения аналитических выражений, описывающих их функциональное поведение во времени, но основным подходом к исследованию «сложных» систем массового обслуживания является имитационное моделирование, а полученные аналитические выводы используются в качестве критериев установления адекватности разрабатываемых моделей. В данной работе определяется система массового обслуживания, описываемая логикой функционирования бизнес-процесса долевого строительства жилых зданий, оказывающего влияние на развитие регионального рынка строительства, вводится понятие фазы с целью формирования многофазного вероятностного процесса.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается система массового обслуживания (СМО), функционирующая по следующим правилам:

- определены два временных интервала – τ_1 и τ_2 (последовательно расположенных на временной оси относительно начала отсчета);
- заявки, поступающие в СМО во время t ($0 < t < \tau_1$), аккумулируются в бункере-накопителе, имеющем ограниченную вместимость;
- начиная с модельного времени τ_1 заявки начинают поступать на обслуживание;
- при наступлении модельного времени $\tau_1 + \tau_2$, доступ к бункеру-накопителю прекращается, но заявки уже в него поступившие доступны к обслуживанию;
- количество поступающих в СМО заявок равно вместимости бункера-накопителя.

На рис. 1 схематично представлена СМО, а на рис. 2 представлены ситуационные варианты поведения системы относительно введенных выше правил и текущих параметров.



1 – входящий поток;
2 – бункер-накопитель (вместимость N);
3 – обслуживающее устройство;
4 – выходящий поток.

Рис. 1. Общая схема СМО

Входящий поток характеризуется временными интервалами между поступлениями заявок и описывается функцией распределения $A(t)$ с математическим ожиданием a. Время обслуживания является случайной величиной с функцией распределения $B(t)$ с математическим ожиданием b (в общем случае, на средние времена a и b не наложены никаких ограничений).

Основным результатом исследования будут являться тип и функциональные характеристики интервалов «выходов» заявок из системы, формирующих выходящий поток, так как определенная выше СМО может быть рассмотрена как фаза многофазового последовательного вероятностного процесса и, с некоторыми уточнениями, выходящий поток одной фазы будет являться входящим потоком последующей фазы.

Более подробно рассмотрим возможные ситуации функционирования системы с использованием данных о средних временах a и b и, таким образом, сформируем область исследования:

1. За модельное время t ($0 < t < \tau_1$) поступило N заявок ($a \cdot N < \tau_1$). При наступлении модельного времени τ_1 начинается процесс обслуживания с заполненным бункером-накопителем и, таким образом, выходящий поток СМО (фазы) будет характеризоваться функцией распределения времени обслуживания $B(t)$.

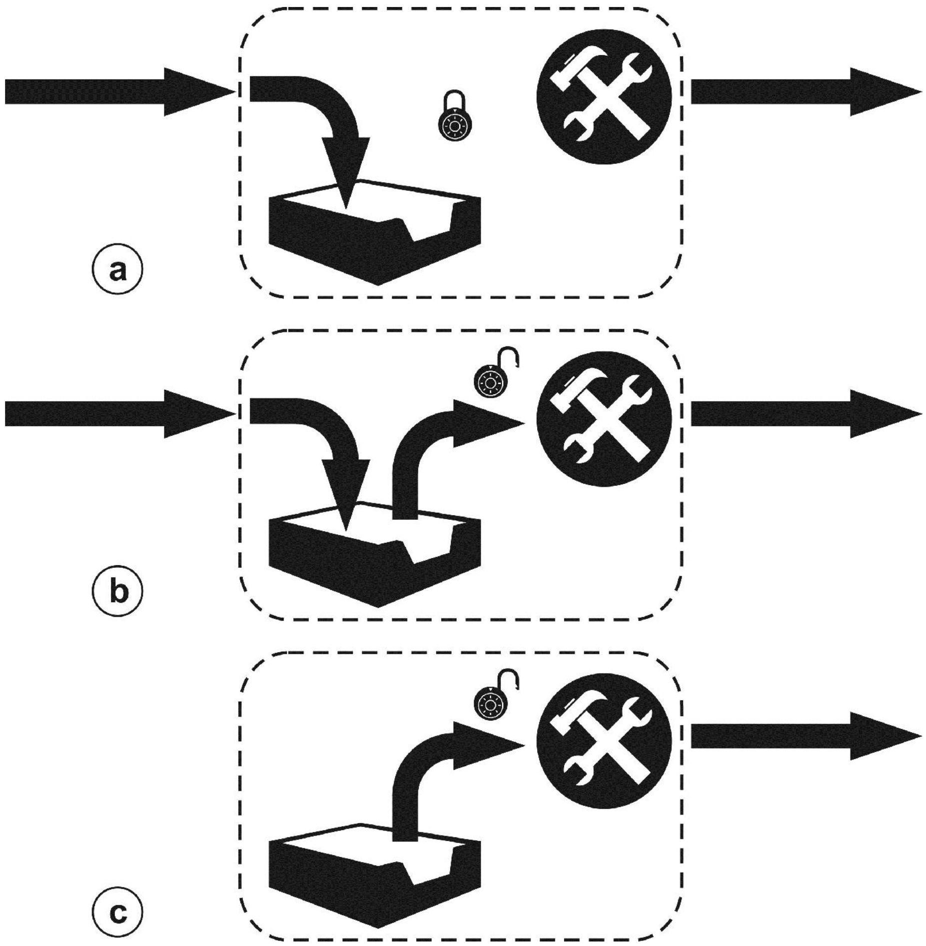


Рис. 2. Варианты функционирования системы при различных параметрах:
a) количество заявок в бункере-накопителе меньше N и модельное время меньше τ_1;
b) количество заявок в бункере-накопителе меньше N и модельное время больше τ_1, но меньше τ_2;
c) количество заявок в бункере-накопителе достигло N при любом модельном времени больше τ_1 (все заявки, попавшие в бункер-накопитель, должны быть обслужены)

2. За модельное время t ($\tau_1 < t < \tau_2$) поступило M заявок ($M \le N$). Данная ситуация подразумевает возникновение нескольких вариантов относительно условий между параметрами СМО. Проведем предварительные рассуждения, основываясь на данных о средних временах a (поступление) и b (обслуживание) – пусть в момент времени τ_1 в системе находится i заявок, которые последовательно поступают на обслуживание, за время, необходимое для обслуживания i заявок ($i \cdot b$), в систему поступит i_1 заявка ($i + i_1 < N$), также направляемая на обслуживание, и т. д. Таким образом, необходимо оценить количество поступающих заявок и время при которых произойдет очистка очереди (бункера-накопителя), т.е. следующая поступившая в систему заявка сразу поступает на обслуживание. Необходимо отметить, что данный вариант возможен при условии $a > b$, в противном случае выходящий поток СМО будет характеризоваться функцией распределения времени обслуживания $B(t)$. Пусть, при определенных выше условиях, в систему должно поступить j заявок, причем (j + 1)-я заявка без ожидания поступает на обслуживание. Таким образом:

$$\left(i+j\right)b \le \left(i+1\right)a,$$

$$j \ge \frac{ib-a}{a-b}$$

Отсюда следует вывод, что

$$j = \left\lfloor \frac{ib-a}{a-b} \right\rfloor + 1 = \left\lceil \frac{ib-a}{a-b} \right\rceil, \qquad (1)$$

где обозначения: $\lfloor \quad \rfloor$ – округление «снизу» (пол), $\lceil \quad \rceil$ – округление «сверху» (потолок), таким образом получена оценка (приблизительная, учитывая стохастичность процессов) количества заявок необходимых для возникновения ситуации – отсутствие очереди. Основываясь на используемых выше предварительных рассуждениях, формируем два варианта обозначенной ситуации:

а) за модельное время τ_1 поступило i заявок и при использовании (1) $i + j \ \ge N$, таким образом, выходящий поток СМО (фазы) будет характеризоваться функцией распределения времени обслуживания $B(t)$;

б) за модельное время τ_1 поступило i заявок и при использовании (1) $i + j \ < N$, кроме того если $j \cdot a \ge \tau_2 - \tau_1$, то, как и в предыдущем варианте выходящий поток СМО будет характеризоваться функцией $B(t)$;

в) за модельное время τ_1 поступило i заявок и при использовании (1) $i + j \ < N$, кроме того, если $j \cdot a < \tau_2 - \tau_1$, то сделать вывод о характеристиках выходящего потока в целом невозможно, учитывая его двойственность поведения, можно только утверждать, что в течении времени $\tau_1 + j \cdot a$, он будет описываться функцией $B(t)$.

Таким образом, можно сформировать ситуационную таблицу, относительно количества заявок, модельного времени и отношений между средними временами a и b (таблица 1).

Таблица 1

№	*Условие на количество заявок*	*Условие на модельное время*	*Отношение между средними временами входящего потока (a) и обслуживания (b)*	*Характеристики выходящего потока*
1	$a \cdot N < \tau_1$	$0 < t < \tau_1$	–	$B(t)$
2	$i + j \geq N$	$\tau_1 < t < \tau_2$	$a > b$	$B(t)$
3	$i + j < N$ $j \cdot a \geq \tau_2 - \tau_1$	$\tau_1 < t < \tau_2$	$a > b$	$B(t)$
4	$i + j < N$ $j \cdot a < \tau_2 - \tau_1$	$\tau_1 < t < \tau_2$	$a > b$	***неопределенны***

Исходя из всего вышесказанного, можно сформулировать задачу – на основании информации об определенной выше СМО определить характеристики выходящего потока (таблица 1, строка 4), с целью использования данной СМО как фазы в многофазном вероятностном процессе и получения его функциональных характеристик в произвольный момент времени.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В начале данного раздела, необходимо отметить, что стохастический процесс, описываемый введенной СМО, не является марковским, не только с позиций типов функций распределений временных интервалов, формирующих входящий поток и обслуживание, но и из-за зависимости его поведения от временных интервалов, что в свою очередь отменяет одно из условий марковского процесса – «отсутствие последействия». Таким образом, применение возможных аналитических методов, связанных с формированием фазового пространства событий и формированием системы линейных дифференциальных уравнений с последующим определением функциональных характеристик выходящего потока, невозможно. Единственной возможностью подойти к решению поставленной задачи является имитационное моделирование, с последующей статистической обработкой имитационных результатов. С этой целью была разработана имитационная модель (блок-схема – рис. 3).

Поскольку, разработка имитационной модели подразумевает проведение многочисленных имитационных экспериментов с их последующим статистическим анализом и возможностью получения максимально возможной информации о функционировании системы были введены следующие переменные (учитывая то, что данная модель является фазой многофазного процесса – переменные, определяющие характеристики СМО введены как глобальные (public)):

a – математическое ожидание функции распределения временных интервалов между поступающими заявками (аналог в СМО – a);

b – математическое ожидание функции распределения временных интервалов обслуживания (аналог в СМО – b);

N – максимально возможное количество заявок, поступающих в систему (аналог в СМО – N);

T1 – определяет модельное время с которого начинается процесс обслуживания заявок (аналог в СМО – τ_1);

T2 – определяет модельное время после которого прекращается поступление заявок в систему (если их количество не превышает **N**) (аналог в СМО – $\tau_1 + \tau_2$).

Остальные переменные являются «вспомогательными» и, в частности, используются для сбора информации о среднем времени пребывания в очереди (бункере-накопителе), что в свою очередь, является важной характеристикой функционирования системы. Для реализации этой цели сформирован класс заявок (**MyClass**) с двумя полями.

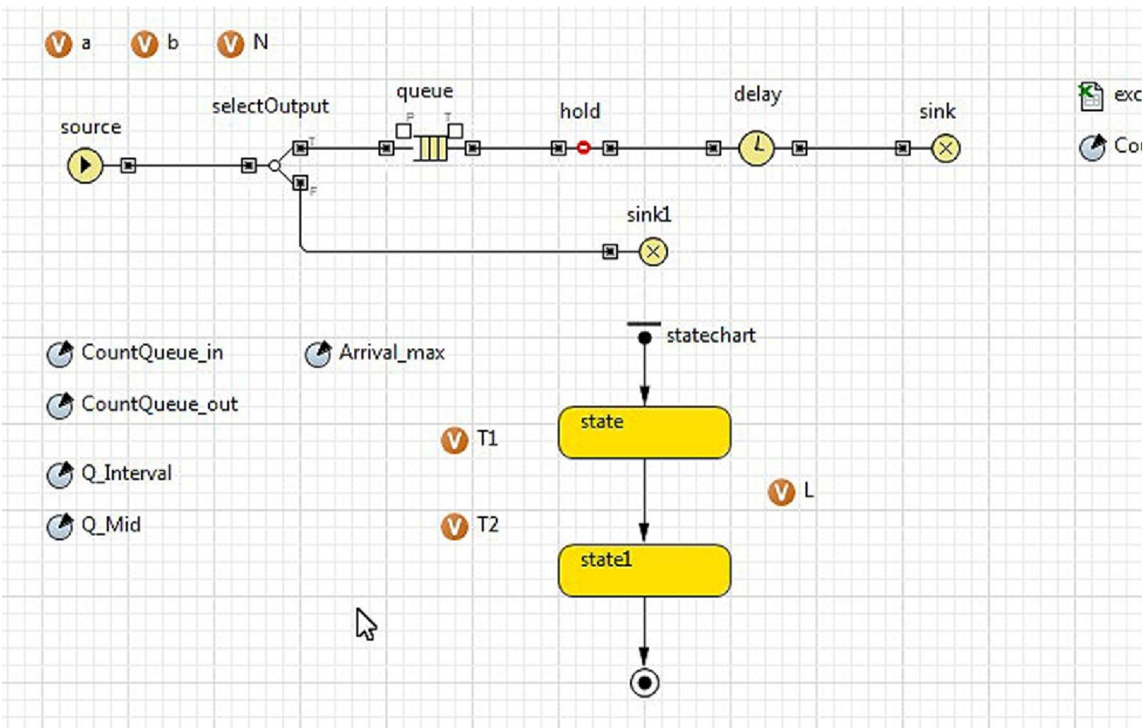


Рис. 3. Блок-схема имитационной модели, описывающей СМО

Перейдем к рассмотрению логического функционирования модели с позиции соответствия определенной выше СМО. При запуске модели происходит инициализация переменных, т. е. определяются характеристики системы, программно устанавливается ограничение на максимально возможное количество заявок, используя свойство генератора заявок **source**, и также блокируется элемент блок-схемы **hold**, что, в свою очередь, позволяет поступающим заявкам накапливаться в очереди **queue** и препятствует поступлению в обслуживающее устройство **delay**.

Функционирование модели относительно значений модельного времени реализовано с использованием диаграммы состояний **statechart**. При запуске модели определяется начальное состояние **state**. Переход в состояние **state1** происходит по таймауту, определяемому значением переменной **T1**, при этом происходит разблокировка объекта **hold**, в связи с чем, организуется процесс обслуживания заявок из очереди. По истечении модельного времени, определяемого суммой значений переменных **T1** и **T2**, согласно диаграмме состояний, происходит переход в финальное состояние и прекращается доступ заявок в очередь (бункер-накопитель), но, тем не менее, процесс обслуживания заявок не прекращается до тех пор, пока все заявки из очереди не будут обслужены.

Были проведены имитационные эксперименты с использованием входных параметров определенных в соответствии с ситуационной таблицей. На основании анализа функционирования разработанной модели, был сделан вывод о полном соответствии порядка прохождения заявок, согласно определенной выше СМО. На основании данного факта, согласно критерию Фишмана–Кивиа, можно сделать однозначный вывод об адекватности имитационной модели и СМО.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана имитационная модель СМО с накопителем и интервальной задержкой начала обслуживания заявок и установлена ее адекватность, что, в дальнейшем, позволит перейти к рассмотрению «сложных» вероятностных многофазных процессов с последующим статистическим анализом и определением функциональных зависимостей характеристик процесса от времени.

Список литературы

1. Шеннон, Р. Имитационное моделирование систем: искусство и наука / Р. Шеннон. – М. : МИР, 1978. – 418 с.