РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ПРИ РАБОТЕ ПОДЗЕМНЫХ ТОННЕЛЕЙ В ВОДОНАСЫЩЕННЫХ ГРУНТАХ

Е. Н. Курбацкий, Нгуен Ван Хунг

Московский государственный университет путей сообщения,
г. Москва (Россия)

В последние годы построено большое количество сооружений, расположенных в водонасыщенных грунтах. В первую очередь к ним относятся подводные тоннели из погружных секций. Многие из этих тоннелей расположены в районах с повышенной сейсмической активностью. Поэтому анализ распространения сейсмических волн в таких средах представляет научный и практический интерес.

Землетрясения порождают сейсмические волны, которые распространяются во все стороны, через несколько слоев грунта от очага и вызывают изменения напряженного состояния в основаниях, где расположены сооружения. Для решения задачи распространения сейсмических волн используются преобразование Фурье и обобщенные функции. При этом каждый слой грунтового массива имеет свои характеристические упругие константы. Дифференциальное уравнение каждого слоя записывается в обобщенных финитных функциях, к которому применяется преобразование Фурье.

Сейсмические волны бывают двух главных видов: продольными – волнами сжатия и поперечными – волнами сдвига. В этой статье мы будем рассматривать распространение продольной волны через различные слои грунтового массива, в том числе бывает водонасыщенная среда.

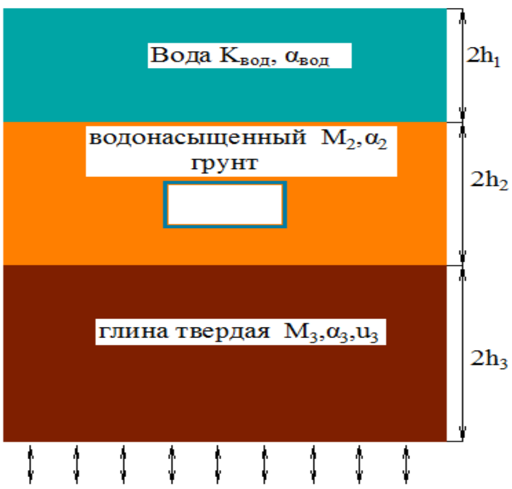

Рис. 1. Расчетная схема для оценки воздействий продольной волны на подводные тоннели

При падении продольной волны дифференциальное уравнение колебаний каждого слоя грунтового массива можно представить в виде:

$$\frac{1}{\alpha_k^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \tag{1}$$

где $\alpha_k=\sqrt{\dfrac{\lambda_k+2\mu_k}{\rho_k}}$ – скорость продольной волны среды, λ_k,μ_k – коэффициенты Ламе.

Преобразуя выражение (1) в частотной области по переменной t, получим:

$$-\rho\omega^2 U(z,\omega)=M\frac{\partial^2 U(z,\omega)}{\partial z^2}, \tag{2}$$

где $U(z,\omega)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}u(z,t)e^{i\omega t}dt$ – прямое преобразование Фурье по переменной t, ω – параметр Фурье (частота), $M_k=\lambda_k+2\mu_k$ – модуль плоского деформирования.

Напишем функцию $U(z,\omega)$ в обобщенном виде для k-го слоя на интервале $(-h_k,h_k)$:

$$U(z,\omega)=\bar{U}(z,\omega)\big(\theta(z+h_k)-\theta(z-h_k)\big), \tag{3}$$

где $U(z,\omega)$ – обобщенная функция, $\theta(z)$ – функция Хэвисайда.

Проводив выражение (3) и подставляя в (2), представим дифференциальное уравнение в обобщенном виде:

$$\frac{\partial^2\bar{U}(z,\omega)}{\partial z^2}-\left(\frac{\omega}{\alpha_k}\right)^2\bar{U}(z,\omega)=+\frac{\partial\bar{U}(\omega,-h_k)}{\partial z}\delta(z+h_k)-\frac{\partial\bar{U}(\omega,h_k)}{\partial z}\delta(z-h_k)$$
$$+\bar{U}(\omega,-h_k)\delta'(z+h_k)-\bar{U}(\omega,h_k)\delta'(z-h_k), \tag{4)}$$

где $\bar{U}(\omega,-h_k)$, $\bar{U}(\omega,h_k)$ – спектры Фурье перемещения, $\dfrac{\partial\bar{U}(\omega,-h_k)}{\partial z}$, $\dfrac{\partial\bar{U}(\omega,h_k)}{\partial z}$ – спектры Фурье относительных деформаций на границах k-го слоя.

Применив преобразование Фурье по переменной z к обеим частям уравнения (4), получим изображение Фурье перемещения:

$$\tilde{U}_k(\omega,v)=-\frac{\dfrac{\sigma(\omega,-h_k)}{M_k}e^{-ivh_k}-ivu(\omega,-h_k)e^{-ivh_k}-\dfrac{\sigma(\omega,h_k)}{M_k}e^{ivh_k}+ivu(\omega,h_k)e^{ivh_k}}{v^2-\omega^2/\alpha^2}, \tag{5}$$

где v – параметр преобразование Фурье, $\tilde{U}(\omega, v)$ – прямое преобразование Фурье по переменной z и переменной t, $\sigma(\omega,-h_k), \sigma(\omega,h_k)$ – нормальные напряжения на границах.

В соответствии с теоремой Винера-Пэли-Шварца функция $\tilde{U}(\omega, v)$ должна быть целой, поэтому числитель, представляющий собой сумму целых функций, должен содержать в себе нули знаменателя.

Так как

$$\frac{\sigma(\omega,-h_k)}{M_k}e^{-iv_jh_k} - \frac{\sigma_z(\omega,h_k)}{M_k}e^{iv_jh_k} - iv_ju(\omega,-h_k)e^{-iv_jh_k} + iv_ju(\omega,h_k)e^{iv_jh_k} = 0$$

$$v_j = \pm\frac{\omega}{\alpha_k} \tag{6}$$

,

заменим характеристики каждого слоя грунтового массива в уравнении (6), получим систему уравнения:

$$\begin{cases}
-\dfrac{\sigma_z(\omega,h_1)}{k_{вод}}e^{-\omega ih_1/\alpha_{вод}} + u(\omega,-h_1)\dfrac{i\omega e^{\omega ih_1/\alpha_{вод}}}{\alpha_{вод}} - u(\omega,h_1)\dfrac{i\omega e^{-\omega ih_1/\alpha_{вод}}}{\alpha_{вод}} = 0 \\
-\dfrac{\sigma_z(\omega,h_1)}{k_{вод}}e^{+\omega ih_1/\alpha_{вод}} - u(\omega,-h_1)\dfrac{i\omega e^{-\omega ih_1/\alpha_{вод}}}{\alpha_{вод}} + u(\omega,h_1)\dfrac{i\omega e^{+\omega ih_1/\alpha_{вод}}}{\alpha_{вод}} = 0 \\
+\dfrac{\sigma_z(\omega,-h_2)}{M_2}e^{+i\omega h_2/\alpha_2} - \dfrac{\sigma_z(\omega,h_2)}{M_2}e^{-i\omega h_2/\alpha_2} + u(\omega,-h_2)\dfrac{i\omega e^{+i\omega h_2/\alpha_2}}{\alpha_2} - u(\omega,h_2)\dfrac{i\omega e^{-i\omega h_2/\alpha_2}}{\alpha_2} = 0 \\
+\dfrac{\sigma_z(\omega,-h_2)}{M_2}e^{-i\omega h_2/\alpha_2} - \dfrac{\sigma_z(\omega,h_2)}{M_2}e^{+i\omega h_2/\alpha_2} - u(\omega,-h_2)\dfrac{i\omega e^{-i\omega h_2/\alpha_2}}{\alpha_2} + u(\omega,h_2)\dfrac{i\omega e^{+i\omega h_2/\alpha_2}}{\alpha_2} = 0 \\
+\dfrac{\sigma_z(\omega,-h_3)}{M_3}e^{+i\omega h_3/\alpha_3} - \dfrac{\sigma_z(\omega,h_3)}{M_3}e^{-i\omega h_3/\alpha_3} + u(\omega,-h_3)\dfrac{i\omega e^{+i\omega h_3/\alpha_3}}{\alpha_3} = u_3\dfrac{i\omega e^{-i\omega h_3/\alpha_3}}{\alpha_3} \\
+\dfrac{\sigma_z(\omega,-h_3)}{M_3}e^{-i\omega h_3/\alpha_3} - \dfrac{\sigma_z(\omega,h_3)}{M_3}e^{+i\omega h_3/\alpha_3} - u(\omega,-h_3)\dfrac{i\omega e^{-i\omega h_3/\alpha_3}}{\alpha_3} = -u_3\dfrac{i\omega e^{+i\omega h_3/\alpha_3}}{\alpha_3}
\end{cases} \tag{7}$$

.

На границе граничные условия двух соседних слоев равны друг другу, и так $\sigma_z(\omega,h_k) = \sigma_z(\omega,-h_{k+1})$ и $u(\omega,h_k) = u(\omega,-h_{k+1})$. И граничные условия: $\sigma_z(\omega,h_1) = 0$ – отсутствие нормального напряжения на свободной поверхности, $u(\omega, h_3) = u_3$.

Для определения функции перемещений грунта необходимо выполнить обратное преобразование Фурье:

$$U_k(z,\omega) = -\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\dfrac{\sigma(\omega,-h_k)}{M_k}e^{-ivh_k} - ivu(\omega,-h_k)e^{-ivh_k} - \dfrac{\sigma(\omega,h_k)}{M_k}e^{ivh_k} + ivu(\omega,h_k)e^{ivh_k}}{v^2 - \omega^2/\alpha^2}e^{-ivz}dv \tag{8}$$

.

Используя теоремы вычетов, получим:

$$U_k(z,\omega) = +\frac{\sigma(\omega,-h_k)\sin(\omega(z+h_k)/\alpha)}{2M_k(\omega/\alpha)} - \frac{\sigma(\omega,h_k)\sin(\omega(h_k-z)/\alpha)}{2M_k(\omega/\alpha)} + \frac{u(\omega,-h_k)\cos(\omega(z+h_k)/\alpha)}{2} + \frac{u(\omega,h_k)\cos(\omega(h_k-z)/\alpha)}{2}. \quad (9)$$

Практическая задача:

Заданные амплитуда и доминирующая частота колебания $u_3 = 0.044(м)$, $f = 0.366(Гц)$; высоты слоев $2h_1 = 10(м); 2h_2 = 20(м); h_3 = 40(м)$. Характеристики заданы в таблице.

Таблица

Характеристики слоев грунта

Слой 1		*Слой 2*			*Слой 3 (глина твердая)*
		Вещество (песок)	*В сухой фазе*	*Водонасыщенный*	
Разность глубин *h (м)*	10	20	20	20	40
Модуль Юнга *E* (*Па*)	–	1e11	–	–	$6*10^9$
Коэффициент Пуассона υ	–	0.25	0.25	–	0.3
Плотность *ρ (кг/м³)*	1000	2650	1894.67	2154.56	1600
Объемный модуль k (*Па*)	2e9	6.67e9	–	–	–
Коэффициент Ламе μ (*Па*)	–	4e10	0.46e9	0,46e9	$2.22*10^9$
Модуль плоского деформирования	–	–	1,1e9	8.1e9	8.07e9
Скорость продольной волны α (м/с)	1500	–	763.4	1941.3	2246.8

С помощью существующих формул [2] получили скорости продольной волны в водонасыщенной среде.

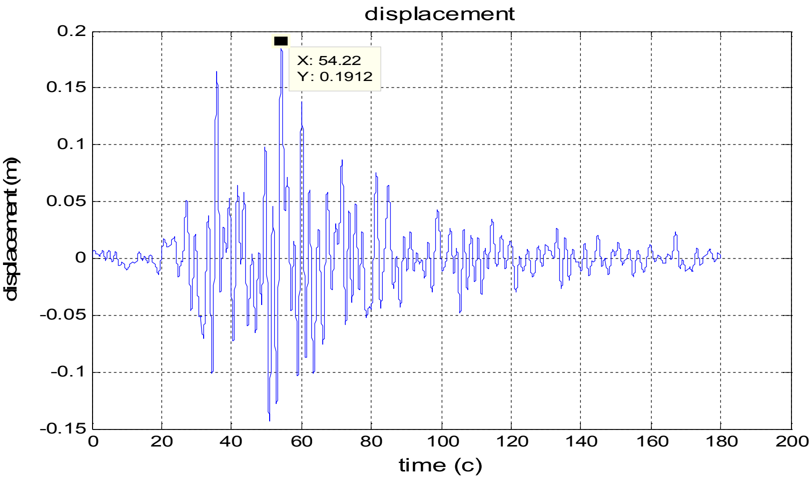

Рис. 2. Перемещения грунта на границе
твердой глины MEXICOCITY

Подставляя данные в системы уравнений (7) и (9), мы построили графики изменения перемещения и напряжения по глубине.

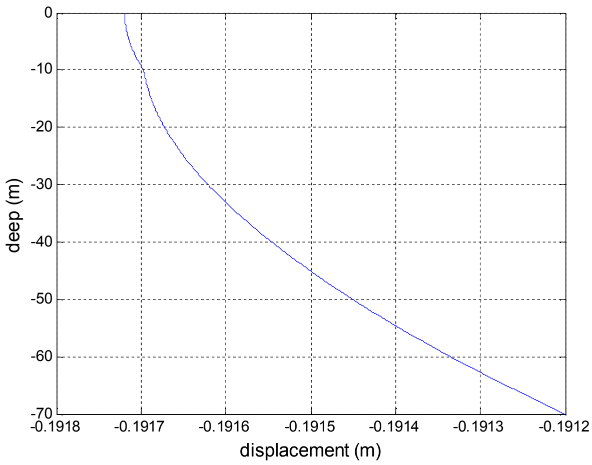

Рис. 3. График вертикальных перемещений
слоев при падении продольной воны

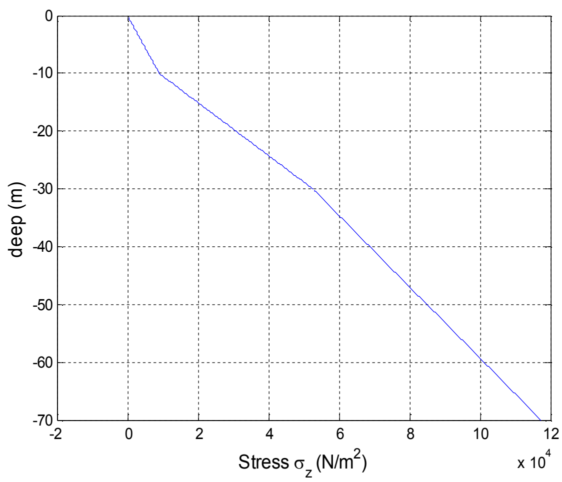

Рис. 4. График нормальных напряжений
слоев грунтового массива
при падении продольной волны

Вывод

Используя свойства финитных функций и преобразования Фурье для решения распространения волн через несколькие слоя грунтов, мы получили выражения перемещений слоев грунтового массива. Из этого мы можем определять изменение напряжений по глубине. С помощью программ Муссон, MIDAS будем определять напряженное состояние тоннельной обделки.

Список литературы

1. Курбацкий, Е. Н. Метод решения задач строительной механики и теории упругости, основанный на свойствах изображений Фурье обобщенных финитных функций : дис. … д-ра техн. наук / Е. Н. Курбацкий. – М.,1995. – 205 с.

2. Уайт, Дж. Э. Возбуждение и распространение сейсмических волн / Э. Дж. Уайт ; пер. с англ. О. В. Павловой, С. В. Гольдина ; под ред. Н. Н. Пузырева. – М. : Недра, 1986. – 261 с.