

## **ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ АКСЕЛЕРОГРАММ ПО ЗАДАНЫМ СПЕКТРАМ РЕАКЦИЙ**

*Е. Н. Курбацкий, Нгуен Чонг Там*

*Московский государственный университет путей сообщения,  
г. Москва (Россия)*

Критерий проектирования конструкций на сейсмические воздействия обычно определен на основе спектров максимальных ответов, или искусственных акселерограмм колебания грунта, восстановленных по равенству проектных спектров [1]. В этой статье представлен методика восстановления искусственных акселерограмм по заданным спектрам, основанная интегралом Дюамеля и дискретном преобразованием Фурье [2].

## 1. Определение спектров ответов по начальным ускорениям

Дифференциальное уравнение системы с одной степенью свободы:

$$\ddot{u}_r + 2\xi\omega_n\dot{u}_r + \omega_n^2 u_r = -\ddot{u}_g(t), \quad (1)$$

где  $u_r$ ,  $\dot{u}_r$ ,  $\ddot{u}_r$  – относительные перемещение, скорость, ускорение системы в соответствии;  $\ddot{u}_g(t)$  – ускорение колебания грунта;  $\omega_n, \xi$  – собственная круговая частота и коэффициент относительного демпфирования системы.

Решение дифференциального уравнения (1) выполнено некоторыми методами [3]: шаговый метод, метод интеграла Дюамеля, метод Вильсона, и т. д. По методу интеграла Дюамеля решение (1) найдено:

$$u_r(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\omega_n \xi(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau, \quad (2)$$

где  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} \approx \omega_n$ , т. к.  $\xi \ll 1$ .

Спектры максимальных ответов относительных перемещений, скоростей и абсолютных ускорений с заданным коэффициентом демпфирования определены [4]:

$$S_d(\omega_n, \xi) = \max_{0 < t < T} \left( -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\omega_n \xi(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \right), \quad (3)$$

$$S_v(\omega_n, \xi) = \max_{0 < t < T} \left( \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\omega_n \xi(t-\tau)} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau \right), \quad (4)$$

$$S_a(\omega_n, \xi) = \max_{0 < t < T} \left( \omega_n \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\omega_n \xi(t-\tau)} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau \right), \quad (5)$$

где  $T$  – интервал времени рассмотренной акселерограммы.

## 2. Проектные спектры ответов

Обычно для расчета конструкций на сейсмике задан проектный спектр абсолютных ускорений  $S_{pa}(\omega_n, \xi)$  в соответствии с заданным условием строительной площадки [5]. Найдем отличия спектра ответов абсолютных ускорений от проектного спектра ответов:

$$R(\omega_n, \xi) = \frac{S_a(\omega_n, \xi)}{S_{pa}(\omega_n, \xi)}, \quad (6)$$

$$E(\omega_n, \xi) = S_a(\omega_n, \xi) - S_{pa}(\omega_n, \xi). \quad (7)$$

### 3. Восстановление акселерограмм по проектному спектру ответов

Чтобы определить ускорения колебания грунта, соответствующие проектному спектру ответов, найти отношение  $R(\omega_n, \xi)$  в соответствии с заданными начальными ускорениями. Применив дискретное преобразование Фурье [2] к заданным ускорениям, получим амплитуды спектра Фурье исходной акселерограммы:

$$U_g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_g(t) e^{i\omega t} dt = \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} u_g(k\Delta t) e^{i\omega k\Delta t} \quad (8)$$

где  $N = \frac{T}{\Delta t}$  – число отсчетов.

Исходная акселерограмма получена с помощью обратного дискретного преобразования Фурье:

$$u_g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U_g(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{N-1} U_g(k\Delta\omega) e^{-ikt\Delta\omega} \quad (9)$$

Спектр Фурье первой исправленной функции представлен:

$$U_{g1}(\omega) = U_g(\omega) \cdot \frac{1}{R(\omega)} \quad (10)$$

Первая исправленная акселерограмма определена:

$$u_{g1}(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{N-1} U_{g1}(k\Delta\omega) e^{-ikt\Delta\omega} \quad (11)$$

Расчет остановится, если условие выполнено:

$$\max_{0 < \omega_n < \omega_{\max}} \left[ \left| \frac{E(\omega_n, \xi)}{S_{pa}(\omega_n, \xi)} \right| \right] < K, \quad (12)$$

$K$  – допустимое значение погрешности.

Наоборот, расчет повторяется по выражениям (5) → (12). По этой разработке составлена программа **ДИКА-1**, написанная на программном комплексе МАТЛАБ.

### 4. Пример

Рассмотрим пример с допустимым значением погрешности  $K = 0.1$ .

Спектр упругих реакций  $S_{pa}(\omega_n, \xi)$  [5] соответствует:

- коэффициент демпфирования  $\xi = 0,05$ ;
- тип грунтовых условий строительной площадки – III;
- расчетное значение ускорения основания для сейсмического воздействия при типе грунтовых условий III:  $0,4g$ .

$$S_{pa}(f_n, \xi) = \begin{cases} 1,2 \cdot f & \text{при } 0 < f \leq 1 \text{ Гц} \\ 1,2 & \text{при } 1 \leq f \leq 2,7 \text{ Гц} \\ 0,48 \cdot \left(1 + \frac{4}{f}\right) & \text{при } f > 2,7 \text{ Гц} \end{cases} \quad (13)$$

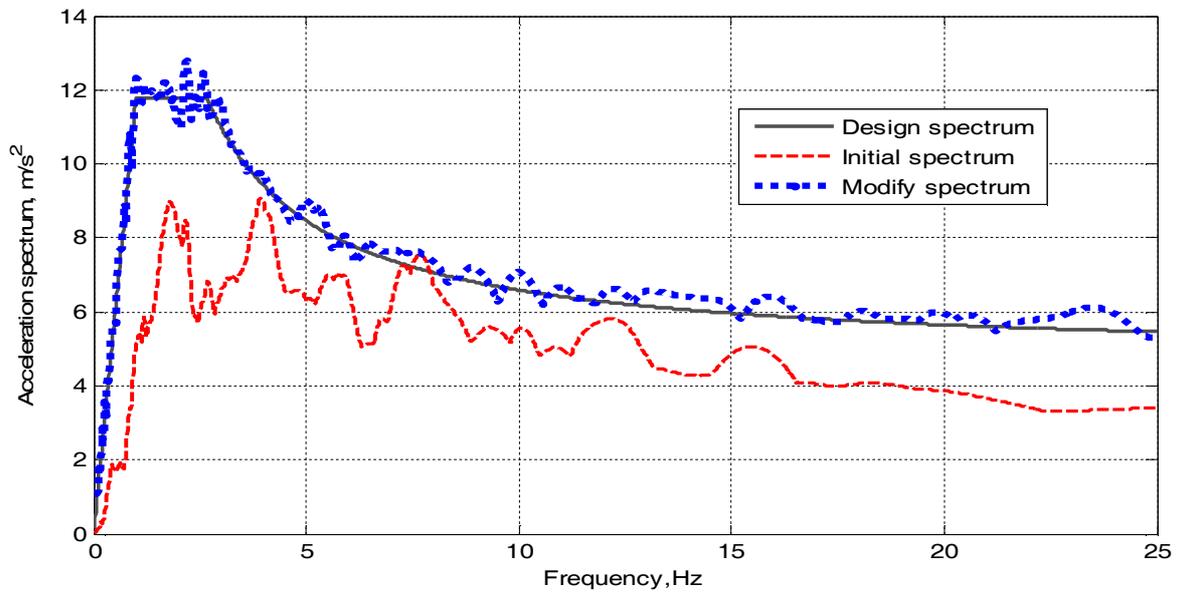


Рис. 1. Спектры максимальных абсолютных ускорений

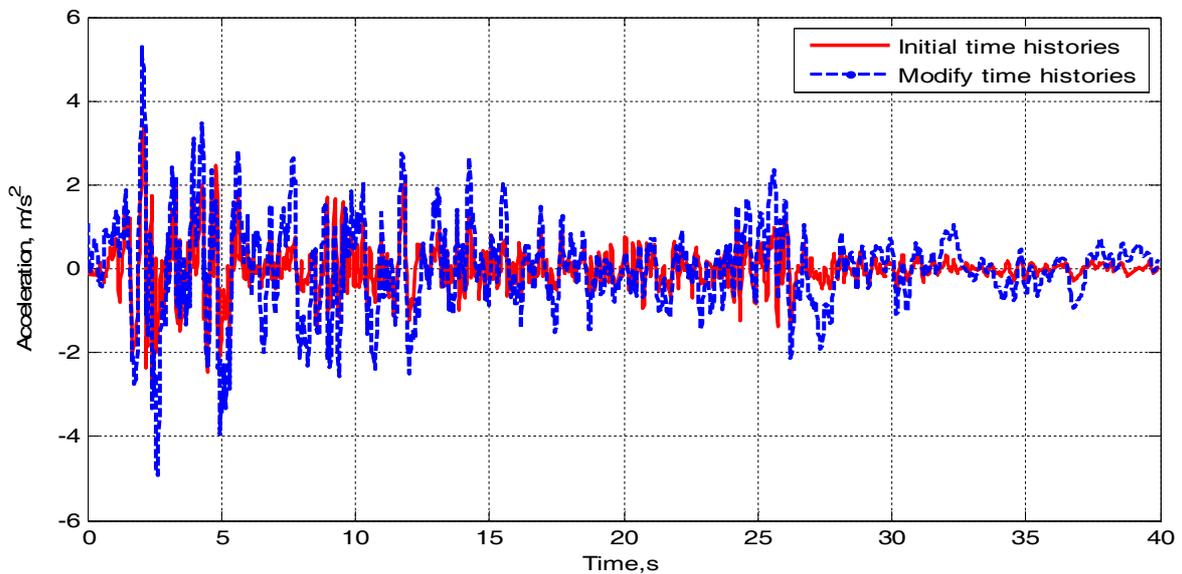


Рис. 2. Исправленные акселерограммы по проектному спектру

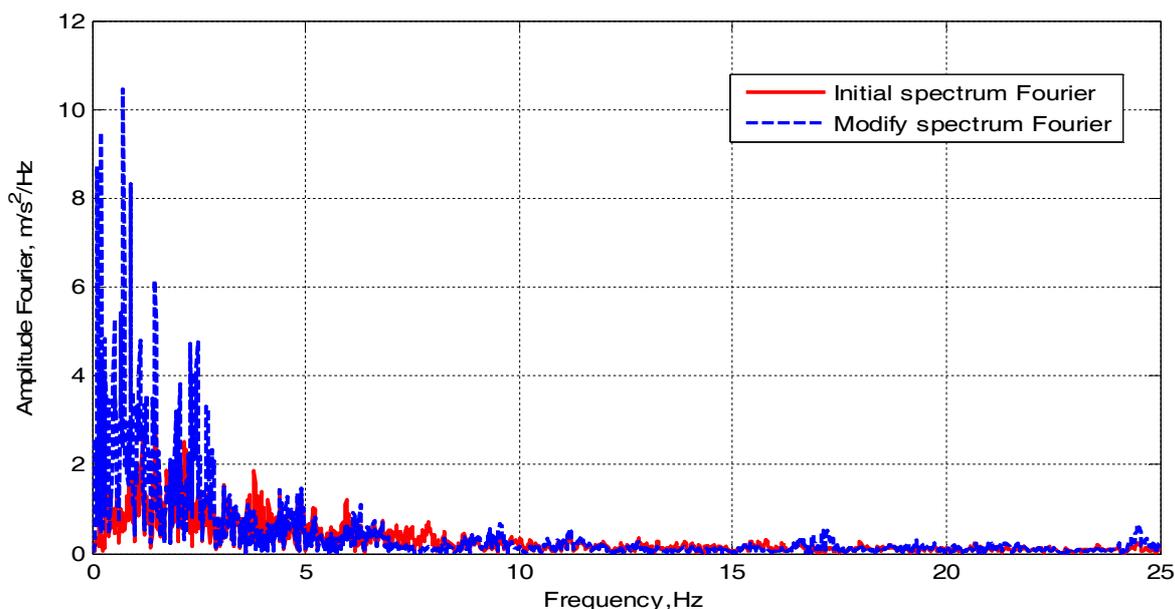


Рис. 3. Спектры Фурье исправленных акселерограмм

## 5. Вывод

Эта методика может дать искусственные акселерограммы по заданным спектрам для нелинейного выполнения расчета конструкций на сейсмические воздействия. Тем не менее, полученные акселерограммы более приближены с определенным заданным коэффициентом демпфирования, потому что с разными демпфированиями проектные спектры ответов имеют разные формы.

Время выполнения расчета уменьшается с малым коэффициентом демпфирования, потому что при этом спектр максимальных реакций сходится к преобразованию Фурье необходимых акселерограмм.

## Список литературы

1. Kost, G. Automated generation of spectrum-compatible artificial time histories / G. Kost, T. Tellkamp, H. Kamil, A. Gantayat, F. Weber // Nuclear Engineering and Design. – 1978. – Vol. 45. – P. 243–249.
2. Нгуен, Чонг Там. Распространение сейсмических волн в слоистой среде / Нгуен Чонг Там, Е. Н. Курбацкий // Потенциал интеллектуально одаренной молодежи – развитию науки и образования. – Астрахань, 2013. – 349 с.
3. Анализ и приложение методов расчета транспортных сооружений на динамические воздействия техногенного и природного происхождения / Нгуен Вьет Хоа. – М., 2007. – 148 с.
4. Курбацкий, Е. Н. Спектры максимальных реакций (откликов) конструкций на сейсмические и техногенные динамические воздействия / Е. Н. Курбацкий, Л. В. Баев // IV науч.-практ. семинар «Надежность и безопасность зданий и сооружений при сейсмических и аварийных воздействиях».
5. Проектирование сейсмостойких зданий и сооружений. Общие положения. Сейсмические воздействия // EN. – 1998.