

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ АКСЕЛЕРОГРАММ ПО ЗАДАНЫМ СПЕКТРАМ РЕАКЦИЙ

Е. Н. Курбацкий, Нгуен Чонг Там

*Московский государственный университет путей сообщения,
г. Москва (Россия)*

Критерий проектирования конструкций на сейсмические воздействия обычно определен на основе спектров максимальных ответов, или искусственных акселерограмм колебания грунта, восстановленных по равенству проектных спектров [1]. В этой статье представлен методика восстановления искусственных акселерограмм по заданным спектрам, основанная интегралом Дюамеля и дискретном преобразованием Фурье [2].

1. Определение спектров ответов по начальным ускорениям

Дифференциальное уравнение системы с одной степенью свободы:

$$\ddot{u}_r + 2\xi\omega_n\dot{u}_r + \omega_n^2 u_r = -\ddot{u}_g(t), \quad (1)$$

где u_r , \dot{u}_r , \ddot{u}_r – относительные перемещение, скорость, ускорение системы в соответствии; $\ddot{u}_g(t)$ – ускорение колебания грунта; ω_n, ξ – собственная круговая частота и коэффициент относительного демпфирования системы.

Решение дифференциального уравнения (1) выполнено некоторыми методами [3]: шаговый метод, метод интеграла Дюамеля, метод Вильсона, и т. д. По методу интеграла Дюамеля решение (1) найдено:

$$u_r(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\omega_n \xi(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau, \quad (2)$$

где $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} \approx \omega_n$, т. к. $\xi \ll 1$.

Спектры максимальных ответов относительных перемещений, скоростей и абсолютных ускорений с заданным коэффициентом демпфирования определены [4]:

$$S_d(\omega_n, \xi) = \max_{0 < t < T} \left(-\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\omega_n \xi(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \right), \quad (3)$$

$$S_v(\omega_n, \xi) = \max_{0 < t < T} \left(\int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\omega_n \xi(t-\tau)} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau \right), \quad (4)$$

$$S_a(\omega_n, \xi) = \max_{0 < t < T} \left(\omega_n \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\omega_n \xi(t-\tau)} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau \right), \quad (5)$$

где T – интервал времени рассмотренной акселерограммы.

2. Проектные спектры ответов

Обычно для расчета конструкций на сейсмике задан проектный спектр абсолютных ускорений $S_{pa}(\omega_n, \xi)$ в соответствии с заданным условием строительной площадки [5]. Найдем отличия спектра ответов абсолютных ускорений от проектного спектра ответов:

$$R(\omega_n, \xi) = \frac{S_a(\omega_n, \xi)}{S_{pa}(\omega_n, \xi)}, \quad (6)$$

$$E(\omega_n, \xi) = S_a(\omega_n, \xi) - S_{pa}(\omega_n, \xi). \quad (7)$$

3. Восстановление акселерограмм по проектному спектру ответов

Чтобы определить ускорения колебания грунта, соответствующие проектному спектру ответов, найти отношение $R(\omega_n, \xi)$ в соответствии с заданными начальными ускорениями. Применив дискретное преобразование Фурье [2] к заданным ускорениям, получим амплитуды спектра Фурье исходной акселерограммы:

$$U_g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_g(t) e^{i\omega t} dt = \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} u_g(k\Delta t) e^{i\omega k\Delta t} \quad (8)$$

где $N = \frac{T}{\Delta t}$ – число отсчетов.

Исходная акселерограмма получена с помощью обратного дискретного преобразования Фурье:

$$u_g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U_g(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{N-1} U_g(k\Delta\omega) e^{-ikt\Delta\omega} \quad (9)$$

Спектр Фурье первой исправленной функции представлен:

$$U_{g1}(\omega) = U_g(\omega) \cdot \frac{1}{R(\omega)} \quad (10)$$

Первая исправленная акселерограмма определена:

$$u_{g1}(t) = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{N-1} U_{g1}(k\Delta\omega) e^{-ikt\Delta\omega} \quad (11)$$

Расчет остановится, если условие выполнено:

$$\max_{0 < \omega_n < \omega_{\max}} \left[\left| \frac{E(\omega_n, \xi)}{S_{pa}(\omega_n, \xi)} \right| \right] < K, \quad (12)$$

K – допустимое значение погрешности.

Наоборот, расчет повторяется по выражениям (5) → (12). По этой разработке составлена программа **ДИКА-1**, написанная на программном комплексе МАТЛАБ.

4. Пример

Рассмотрим пример с допустимым значением погрешности $K = 0.1$.

Спектр упругих реакций $S_{pa}(\omega_n, \xi)$ [5] соответствует:

- коэффициент демпфирования $\xi = 0,05$;
- тип грунтовых условий строительной площадки – III;
- расчетное значение ускорения основания для сейсмического воздействия при типе грунтовых условий III: $0,4g$.

$$S_{pa}(f_n, \xi) = \begin{cases} 1,2 \cdot f & \text{при } 0 < f \leq 1 \text{ Гц} \\ 1,2 & \text{при } 1 \leq f \leq 2,7 \text{ Гц} \\ 0,48 \cdot \left(1 + \frac{4}{f}\right) & \text{при } f > 2,7 \text{ Гц} \end{cases} \quad (13)$$

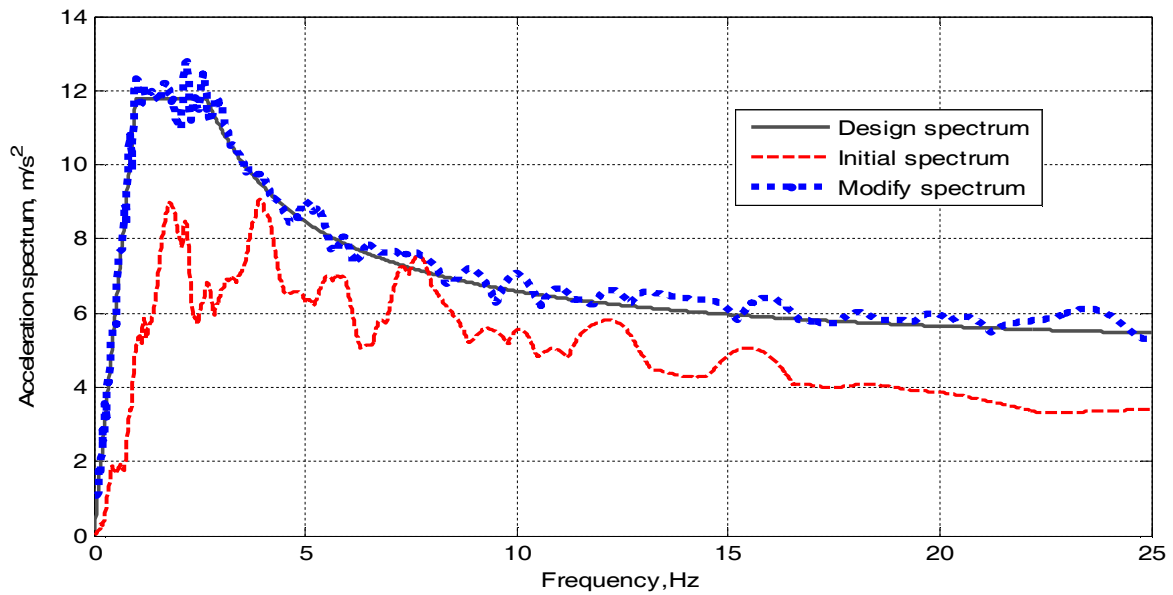


Рис. 1. Спектры максимальных абсолютных ускорений

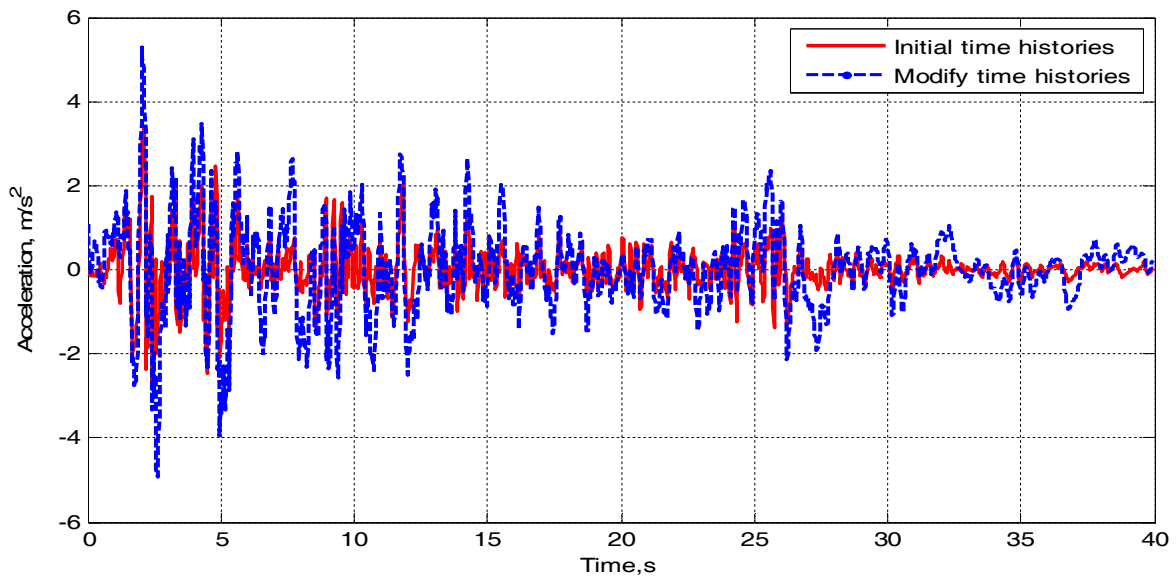


Рис. 2. Исправленные акселерограммы по проектному спектру

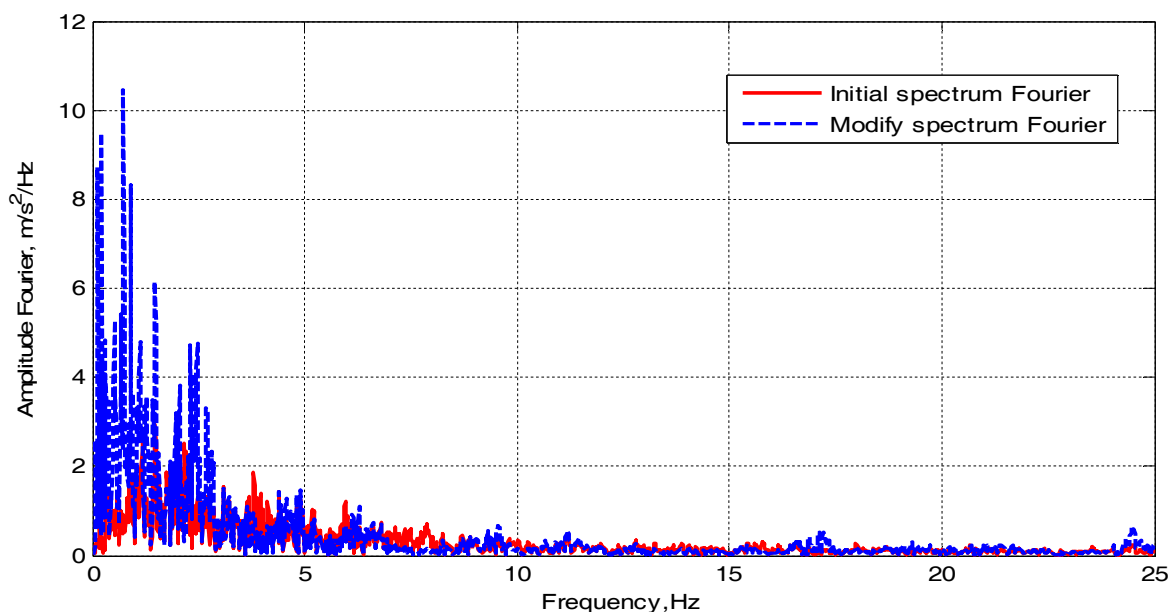


Рис. 3. Спектры Фурье исправленных акселерограмм

5. Вывод

Эта методика может дать искусственные акселерограммы по заданным спектрам для нелинейного выполнения расчета конструкций на сейсмические воздействия. Тем не менее, полученные акселерограммы более приближены с определенным заданным коэффициентом демпфирования, потому что с разными демпфированиями проектные спектры ответов имеют разные формы.

Время выполнения расчета уменьшается с малым коэффициентом демпфирования, потому что при этом спектр максимальных реакций сходится к преобразованию Фурье необходимых акселерограмм.

Список литературы

1. Kost, G. Automated generation of spectrum-compatible artificial time histories / G. Kost, T. Tellkamp, H. Kamil, A. Gantayat, F. Weber // Nuclear Engineering and Design. – 1978. – Vol. 45. – P. 243–249.
2. Нгуен, Чонг Там. Распространение сейсмических волн в слоистой среде / Нгуен Чонг Там, Е. Н. Курбацкий // Потенциал интеллектуально одаренной молодежи – развитию науки и образования. – Астрахань, 2013. – 349 с.
3. Анализ и приложение методов расчета транспортных сооружений на динамические воздействия техногенного и природного происхождения / Нгуен Вьет Хоа. – М., 2007. – 148 с.
4. Курбацкий, Е. Н. Спектры максимальных реакций (откликов) конструкций на сейсмические и техногенные динамические воздействия / Е. Н. Курбацкий, Л. В. Баев // IV науч.-практ. семинар «Надежность и безопасность зданий и сооружений при сейсмических и аварийных воздействиях».
5. Проектирование сейсмостойких зданий и сооружений. Общие положения. Сейсмические воздействия // EN. – 1998.