УДК 336.581: 519.237

АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ИНВЕСТИЦИЙ В МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ

П. Н. Садчиков

Астраханский инженерно-строительный институт (Россия)

Представлен концептуальный подход к формализации многокритериальной задачи распределения ресурсов. Продемонстрирован способ формирования области Парето-оптимальных точек и описана процедура выбора единственного решения при определении альтернативы, наиболее близкой к оптимальной. Изменчивость ожидаемой величины дохода при этом определена в виде целевой функции риска. На основе проведенного анализа существующих методик и алгоритмов решения задачи сформулированы основные требования, предъявляемые к постановке конкретной задачи многокритериального выбора.

Ключевые слова: *многокритериальная задача, распределение ресурсов, математическая модель, векторный критерий, Парето-множество, структура инвестиций, ожидаемый доход.*

Conceptual approach to formalization of a multicriteria problem of distribution of resources is presented. The way of area formation of Pareto-optimal points is shown and the procedure of a choice of the only decision when determining alternative is described, by the closest to the optimum. Variability of the expected income size thus is defined in the form of criterion function of risk. On the basis of the carried-out analysis of the existing techniques and algorithms of the solution of a task the main requirements imposed to statement of a specific objective of a multicriteria choice are formulated.

Key words: *multi-objective problem, the distribution of resources, the mathematical model, the vector criterion, Pareto set, the structure of investment, the expected revenue.*

Классическая многокритериальная модель распределения k видов ресурсов между m производственными подсистемами формулируется [1, 2] как:

$$X = \left\{ \left(x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots, x^{(m)}\right) \in R_i^{mk} \;\middle|\; \sum_{i=1}^{m} x^{(i)} = d \right\} \quad (1)$$

$$\varphi = \left(U_1\left(x^{(1)}\right), U_2\left(x^{(2)}\right), \ldots, U_m\left(x^{(m)}\right)\right). \quad (2)$$

Векторный критерий модели (1)–(2) образован целевыми функциями $U_i : R^k \to R_i$, представляющими производственные функции i-ой подсистемы. Эти функции предполагаются вогнутыми, дифференцируемыми и монотонно возрастающими по своим переменным:

В классической постановке векторной задачи распределения ресурсов каждая компонента векторного критерия представляет собой производственную функцию одной подсистемы, зависящую только от доли средств, вложенных в эту подсистему [3]. В задаче формирования стратегии инвестирования каждый критерий, а том числе и производственная функция, описывает всю производственную систему в целом, включая в себя части, соответствующие отдельным подсистемам.

Рассмотрим существующие методики решения задач путем выделения множества эффективных точек на примере модифицированной классической модели распределения средств, изначально предложенной Марковицем [4–6].

Задача определения оптимальной структуры инвестиций для достижения заданной цели при наличии риска является одной из задач высших финансовых вычислений [7, 8], которая может решаться двумя различными способами. В первом случае определяется вариант распределения инвестиций, дающий наивысший ожидаемый доход для данного уровня риска, во втором – вариант, дающий наименьший риск для данного уровня дохода (задача Марковица).

Допустим, что существует n возможных объектов для инвестиций. Обозначим через E_i ожидаемый доход, полученный от i-го объекта инвестиций, а через x_i - долю средств, инвестированных в i-ый объект. Тогда ожидаемый доход для данной структуры инвестиций равен

$$E = \sum_{i=1}^{n} x_i E_i \tag{3}$$

т. е. является средневзвешенной ожидаемых доходов каждого из объектов инвестиций, а весами служат доли инвестиций.

Понятие риска рассматривается в соответствии с неоклассической экономической теорией, основы которой разработаны Альфредом Маршаллом [9, с. 285–288]. Согласно этой теории при наличии двух вариантов инвестиций выбирается тот, который характеризуется меньшими колебаниями дохода или меньшим риском. С другой стороны, для достижения большего ожидаемого дохода может оказаться предпочтительным вариант, имеющий большие колебания дохода, т. е. больший риск. Таким образом, риск определяется изменчивостью ожидаемой величины дохода, которая, в свою очередь, измеряется дисперсией возможной величины дохода:

$$R = \sum_{i=1}^{n} \left(E_i - E\right)^2 x_i \qquad (4).$$

Лицу, принимающему решение, необходимо решить задачу векторной оптимизации:

$$\text{доход} \rightarrow \max \tag{5}$$

$$\text{риск} \rightarrow \min \tag{6}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ x_i \geq 0, \quad \text{где } i = 1..n \ . \end{cases} \tag{7}$$

Если x_i измеряется в натуральных показателях (денежных единицах), то балансовое ограничение (7) примет вид:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = T, \tag{8}$$

где T – общая сумма средств, которую предприятие планирует инвестировать. Функция дохода (5) имеет вид (3), а риск выражается формулой (4).

К методикам решения задач многокритериального выбора, позволяющим в качестве результата получить единственную точку, относится алгоритм, предложенный в работе [10]. К этому классу методов относится довольно распространенный способ определения точки, ближайшей к «идеальной». При отсутствии экспертных процедур выбора единственного решения из получаемых на каждом шаге множеств эффективных точек может быть использована процедура выбора недоминируемых точек. Она заключающаяся в определении альтернативы, наиболее близкой к «оптимальной» по всем критериям. Этот подход позволяет сузить множество Парето-оптимальных точек до единственной.

Пусть множество критериев задачи векторной оптимизации имеет вид $f = (f_1, f_2, \ldots, f_m)$, а Ω – множество допустимых значений аргументов, то «идеальная» точка определяется следующим образом. Каждая отдельная компонента *F(X)* имеет максимум при некотором $X \in \Omega$, предположим, $f_i(X)$ достигает своего экстремума при $\overline{X} \in \Omega$. Можно записать, что $extr\, f_i(X) = f^*$. Тогда вектор $f^* = (f_1^*, f_2^*, \ldots, f_m^*)$ есть «идеальная» точка, т.е. вектор всех экстремальных допустимых значений, достигаемых отдельными целевыми функциями на множестве Ω. Но такое идеальное решение чаще всего невозможно. Предположим, что лицо, принимающее решение, стремится найти такое решение, которое было бы как можно ближе расположено к идеальной точке.

Выбор такого «компромиссного варианта» возможно и не является оптимальным, но оказывается наиболее предпочтительным по совокупности критериев.

Считая за известное допустимое отклонение от идеальной точки, в пространстве целей фиксируем точку $a = (a_1, a_2, \ldots, a_m) \in \Re^m$. Данный ход позволяет определить направление – линию, соединяющую идеальную точку с допустимой. В задачах со многими целями определение допустимого отклонения от идеальной точки может рассматриваться как первый пробный шаг при любой методологии решения.

Часто используемый в последнее время метод принятия решений – метод анализа иерархий, опирающийся на многокритериальное описание проблемы, был предложен и детально описан Т. Саати в работе «Принятие решений: метод анализа иерархий». В методе используется дерево критериев, в котором общие критерии разделяются на критерии частного характера. Для каждой группы критериев определяются коэффициенты важности. Альтернативы также сравниваются между собой по отдельным критериям с целью определения каждой из них. Средством определения коэффициентов важности критериев либо критериальной ценности альтернатив является попарное сравнение. Результат сравнения оценивается по бальной шкале. На основе таких сравнений вычисляются коэффициенты важности критериев, оценки альтернатив и находится общая оценка как взвешенная сумма оценок критериев.

Из существующего множества модификаций метода анализа иерархий [11] приведем одну, учитывающую неопределенность ситуации, т. к. в ходе настоящего исследования понятиям риска и неопределенности уделено особое внимание в силу того, что распределение деятельности по различным сферам и является в первую очередь средством борьбы с риском.

Суть модификации заключается в том, что каждая оценка парных сравнений альтернатив по предпочтительности, которую будем называть нейтральной, дополняется информацией о степени уверенности эксперта в своей оценке (две градации степени уверенности – «уверен», «не уверен»). При уверенности в оценке она считается точной, в противном случае – нечеткой, т. е. лежащей в некотором диапазоне возможных значений. Представление оценок альтернатив в таком виде является более реалистичным, предъявляющим менее жесткие требования к специалистам, участвующим в решении задачи.

Методика связана с описанием задачи дискретного выбора тройкой множеств: цель, критерии, альтернативы. Соответственно, процедура выбора представляется в виде трехуровневой модели:

- на верхнем уровне формируется цель,
- на среднем определяются критерии,
- на нижнем – принимаются решения об альтернативах.

Кроме перечисленных выше методов в последнее время большое внимание разработчиками математического аппарата поддержки принятия решений уделяется эвристическим методам [12]. К эвристическим методам относят следующие методы.

Метод взвешенной суммы оценок критериев. Каждой альтернативе дается числовая (бальная) оценка по каждому из критериев. Критериям приписываются количественные веса, характеризующие их сравнительную важность. Веса умножаются на критериальные оценки, полученные числа суммируются – так определяется ценность альтернативы. Далее выбирается альтернатива с наибольшим показателем ценности.

Метод компенсации. Данный метод используется при попарном сравнении альтернатив.

Основным недостатком эвристических методов является то, что все они не имеют научного обоснования.

Таким образом, проведенный анализ показал, что все существующие методы многокритериального принятия решений можно разделить на два класса. К первому относятся задачи выделения некоторого подмножества приемлемых вариантов, а другой класс задач предполагает поиск единственного оптимального варианта.

Решение первого класса задач может быть выполнено абсолютно формальным методом: выделением подмножества не худших вариантов (множество Парето оптимальных вариантов). Выбор единственной оптимальной точки из множества Парето сопряжен с определенной долей «произвола», заключающейся в необходимости определения значимости среди характеристик элементов множества. Как правило, такая информация поступает от лица принимающего решение: либо путем непосредственного задания весов для каждой характеристики, либо в неявном виде по результатам сравнения двух вариантов. Этот подход субъективен и целиком и полностью зависит от лица принимающего решение, а при достаточно большой размерности вектора параметров велика вероятность ошибки или неточности в сравнении вариантов.

Таким образом, на основе проведенного анализа различных существующих постановок и методик решения задач распределения ресурса (капитала) можно сформулировать основные требования, предъявляемые к постановке задачи, решение которой будет соответствовать цели исследования:

- постановка задачи должна отражать естественную множественность критериев оценки стратегии деятельности субъекта производства;
- алгоритм формирования решения должен учитывать как возможность аналитической формулировки задачи, так и экспертного задания данных.

Допустимое множество построенных моделей отражает ограниченность ресурсов и необходимость согласования производственных программ соседних периодов. Отправной точкой для моделирования структуры инвестиций в воспроизводство ветхого и аварийного жилищного фонда крупного города послужили модели «портфельной» теории Марковица – Шарпа, ориентированной на специфику рынка ценных бумаг. Основным недостатком, делающим эти модели непригодными для формирования «портфеля» сфер производственной деятельности, является предположение о возможности «мгновенного» изменения структуры портфеля. Резкие изменения сфер производственной деятельности, в отличие от смены направлений вложений, практически невозможны.

Необходимость учета стохастических свойств системы, недетерминированности исходной информации, наличия корреляционных связей между большим числом перемененных и параметров, характеризующих процессы в производственных системах, приводят к построению сложных математических моделей, которые не могут быть применены в инженерной практике при исследовании таких систем аналитическим методом. Пригодные для практических расчетов аналитические соотношения удается получить лишь при упрощающих предположениях, обычно существенно искажающих фактическую картину исследуемого процесса. Поэтому в последнее время все ощутимее потребность в разработке методов, которые дали бы возможность уже на этапе проектирования систем исследовать более адекватные модели.

Список литературы

1. Маевский В. Экономическая эволюция и экономическая генетика // Вопросы экономики. – 1994. – № 5. – С. 4–21.
2. Травкин С. И., Дубов Ю. А. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. – М. : Наука, 1986. – 142 с.
3. Ковалев В. В. Финансовый анализ: управление капиталом, выбор инвестиций, анализ отчетности. – М. : Финансы и статистика, 1996. – 432 с.
4. Моисеев Н. Н. Математические задачи системного анализа. – М. : Наука, 1981. – 370 с.
5. Угольницкий Г. А., Чароян Г. О. Построение оптимального портфеля частных инвестиций с учетом индивидуальных предпочтений инвестора // Компьютерное моделирование. Экономика : сборник. – М. : Вузовская книга, 2001. – С. 85–97.
6. Шевчук Л. В. Вопросы методологии оптимального выбора вариантов развития производства. – М. : Наука, 1981. – 136 с.
7. Фабоцци Ф. Управление инвестициями. – М. : ИНФРА-М, 2000. – 224 с.
8. Четыркин В. М. Финансовый анализ производственных инвестиций. – М. : ИНФРА-М, 1998. – 255 с.
9. Маленво Эд. Лекции по микроэкономическому анализу. – М. : Наука, 1985. – 390 с.
10. Андреев М. Д., Хороших Д. Г. Многокритериальная оптимизация в аспекте антикризисного управления // Антикризисное управление. – 2002. – № 11–12.
11. Исмагилов И. И, Арзякулов С. Д. Методика многокритериального выбора дискретных альтернатив при качественных и количественных критериях // Алгоритмы. – Ташкент, 1998. – Вып. 85. – С. 66–74.
12. Заруба В. Я. Аналитическое проектирование мотивационных процедур планирования. – Харьков : Бизнес Информ, 1998. – 248 с.