УДК 372.851

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КЛЮЧЕВЫХ КОМПОНЕНТОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА КАЧЕСТВО ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Н. Л. Бабичева
Школа-интернат № 8 ОАО «РЖД» (г. Астрахань, Россия)

Автор статьи на основе опыта преподавания и анализа современной литературы отмечает низкий уровень знания предмета математики современных школьников. В статье рассмотрены практические примеры, позволяющие выделить типичные недостатки преподавания данной дисциплины. На этой основе автором определены необходимые навыки учителя математики и ключевые компоненты, влияющие на качество преподавания математики в средней школе, среди которых объем и структура знания предмета, а также понимание особенности оперирования математическими знаниями.

Ключевые слова: *преподавание математики, качество образования, навыки преподавания, учебная программа, математические знания.*

The author of article on the basis of experience of teaching and the analysis of modern literature notes the low level of mathematical knowledge of modern school pupils. In the article the practical examples allowing to allocate typical shortcomings of teaching this discipline are reviewed. On this basis the author defined the necessary skills of the mathematics teacher and key components influencing the quality of teaching mathematics at secondary school. These components include the capacity and structure of this discipline, as well as understanding of the operating characteristics of mathematical knowledge.

Key words: *teaching mathematics, quality of education, teaching skills, training program, mathematical knowledge.*

Нарастающая в последнее время обеспокоенность уровнем знания математики среди российских школьников делает очевидным факт, что процессы преподавания и изучения этого предмета требуют совершенствования [1–5]. Однако следует отметить, что такое внимание к проблемам математического образования в нашей стране возникает не впервые [6]. Тем не менее, как показывает практика, усилия в этом направлением остались лишь попытками, а не реальными результатами. И мы, скорее всего, снова потерпим неудачу в будущем, если не проанализируем прошлые ошибки и не примем во внимание существующий опыт, который приводит к успешным результатам, в том числе опыт других стран.

Рассмотрим, что же открывают перед нами исследования в данной сфере. Основное внимание в отношении повышения качества образования (преподавания) в последнее время (особенно в последнее десятилетие) было сосредоточено на улучшении учебных планов и программ, т. е. на фиксации того, что должен знать и уметь учащийся. Однако данный путь имеет низкий потенциал к повышению качества образования, если он не берет в расчет практику преподавания. Несмотря на всю очевидность, на наш взгляд не лишним будет подчеркнуть, что ни одна учебная программа не учит сама по себе и ни один образовательный стандарт не выполняется независимо от его понимания, интерпретации и воплощения в жизнь профессионалами – учителями. Деятельность в данном направлении в последнее десятилетие показала, что хорошая программа может существенно улучшить качество преподавания и преподаватель может многое почерпнуть для своей работы из качественной и хорошо составленной программы. Однако очевидно и то, что эффективность ее использования зависит от знания предмета. Другими словами, от того, насколько полно преподаватель знает математику, во многом зависит его способность обучать других, а также оценить их понимание и прогресс в изучении предмета.

Тем не менее этот явный факт зачастую игнорируется при анализе причин снижения качества образования. Также не будет преувеличением сказать, что значительная часть учителей математики имеют существенные пробелы в собственном понимании предмета и навыках его преподавания. Это не удивительно потому, что как и все взрослое население нашей страны, преподаватели это продукт системы образования, недостатки которой мы и пытаемся исправить. Возможности по изучению математики студентами педагогических вузов были такими же, как и у всех остальных студентов, а это явно не отвечает задачам преподавания. Однако предложения по исправлению сложившейся ситуации не так очевидны, как проблемы, которые мы упомянули.

Одним из распространенных решений является увеличение объема курса математики [7]. Однако увеличение количества часов программы только в том случае будет иметь эффект, если учителя приобретут навыки, которые позволят им не просто больше знать, а лучше преподавать. Главная цель не в том, чтобы выпускать преподавателей, которые хорошо знают математику, а в том, чтобы повысить качество образования учеников, которых будут учить эти преподаватели. То есть знание математики должно быть дополнено навыками преподать эти знания наилучшим для освоения образом.

Данная цель предполагает решение задачи о том, набором каких знаний должен обладать преподаватель. Мы не достигнем поставленной цели, если будем определять профессиональную квалификацию только лишь на основе содержания школьной программы, так как преподавание – это профессия, требующая знаний и навыков, выходящих за рамки такой программы. Адекватный набор математических знаний, необходимых для эффективного обучения, может быть сформирован только при анализе практики преподавания. В этом случае решаемая задача декомпозируется на ряд вопросов:

1. С какими математическими задачами (в широком смысле) преподаватель сталкивается в своей работе?

2. Как учитель должен оперировать имеющимися математическими знаниями для решения этих задач?

3. Какие виды математических представлений и объяснений он использует в своей работе?

Без такого исследования мы не сможем оценить, чего не хватает учителям для качественного преподавания, и данная проблема оказывается не просто не правильно решенной, а изначально неверно понятой.

Поясним вышеизложенные умозаключения на основе практической задачи. Например, знать, как перемножить 0,3 и 0,7 и дать правильный ответ – 0,21, явно недостаточно для преподавателя, чтобы объяснить и обосновать алгоритм умножения для учащихся. У учеников пятых классов, изучающих данную тему, может возникнуть вопрос, почему при умножении мы складываем число знаков после запятой у множителей и отсчитываем полученное значение для правильной постановки запятой в полученном результате. В то же время при сложении мы просто переносим запятую на тот же уровень, что и у слагаемых. На рис. 1 представлено сравнение выполнения данных арифметических действий

$$\begin{array}{r} 0{,}3 \\ \underline{\text{x } 0{,}7} \\ 0{,}2\ 1 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 0{,}3 \\ \underline{+\ 0{,}7} \\ 1{,}0 \end{array}$$

Рис. 1. Сравнение расположения запятой в десятичной дроби при выполнении действий умножения и сложения в столбик

Для ответа на этот вопрос понимания преподавателем сути вычисления и описания его в формальных терминах явно не достаточно. Знание математики как предмета не синонимично знанию математики для обучения этому предмету других. Вместе с тем, эта способность часто упускается при обсуждении методов повышения качества образования. На рисунке 2, приведен другой пример стандартного умножения в столбик и распространенной ошибки, допускаемой учениками:

$$\begin{array}{r} 35 \\ \underline{\text{x } 25} \\ 175 \\ \underline{70} \\ 245 \end{array}$$

Рис. 2. Возможная ошибка при выполнении умножения в столбик

Когда учитель сталкивается с данной ситуацией, он должен не только быстро заметить ошибку, но и объяснить ее причину. Видя, что ученик забыл «сдвинуть» значение «70» влево, нужно не просто указать на это, а необходимо объяснить, почему следует сделать этот «сдвиг». Учитель должен объяснить, что «70» есть не что иное, как «укороченная» запись 700 (35x20) для метода умножения в столбик. В противном случае, ученик и в будущем может допустить подобную ошибку, не увидев разумного начала в производимом действии «сдвига».

Развитием данного примера являются случаи, когда учитель предлагает ученикам воспользоваться новыми для него способами решения. Такая ситуация может возникнуть по разным причинам, но, при встрече с ней преподаватель должен ответить для самого себя на вопрос является ли предложенное им решение «методом» и если да, то универсален ли он для всех случаев. До ответа на эти вопросы он не должен предпринимать каких-либо решений.

Рассмотрим предыдущий пример в контексте альтернативных методов умножения (рис. 3):

$$\begin{array}{rcrcr} 35 & \qquad & 35 & \qquad & 35 \\ \underline{\text{x } 25} & & \underline{\text{x } 25} & & \underline{\text{x } 25} \\ 175 & & 125 & & 25 \\ \underline{+\ 70\_} & & \underline{+\ 700} & & 150 \\ 875 & & 875 & & 100 \\ & & & & \underline{+\ 600} \\ & & & & 875 \\ \boldsymbol{A} & & \boldsymbol{B} & & \boldsymbol{C} \end{array}$$

Рис. 3. Варианты выполнения умножения в столбик

Взглянув на эти способы, учитель должен суметь показать их отличия и указать, какой из них универсален и подходит для умножения любых двух целых чисел. Решение об их дальнейшем рассмотрении будет зависеть от пользы для обучающихся в данный момент времени при исследовании этих методов, а также сложности излагаемого материала, вовлеченного в их использование.

Учитель также должен внимательно подойти к выбору предлагаемых методов, суметь правильно их преподнести, а также выстроить логическую связь при переходе между ними. Это требует серьезной подготовки и владения предметом, интуиции и понимания сути производимых действий в большей степени, чем того требует простое выполнение формальной процедуры.

Например, как мы можем представить операцию умножения 35x25? Кто-то может предложить записать «35» как 25 отдельных групп. Данная запись позволит дать верный ответ при аккуратном подсчете, но будет громоздкой и не позволит наглядно представить алгоритм вычисления. Другой способ представить 35x25 в геометрическом виде, используя понятие площади (рис. 4).

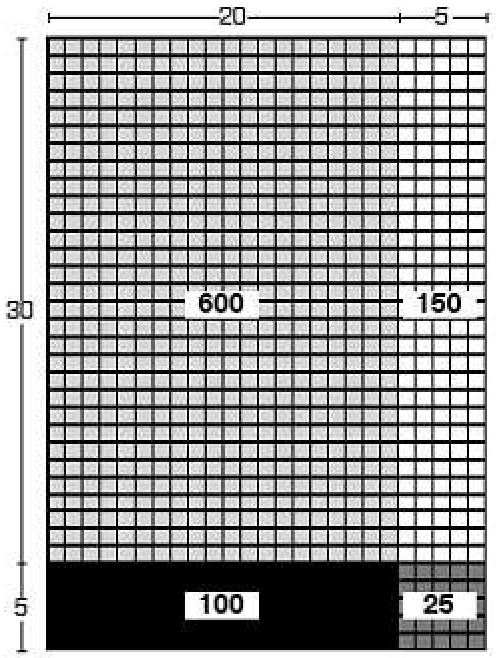

Рис. 4. Геометрическое представление результата умножения 35x25

Это представление делает алгоритм умножения более наглядным. Например, это позволяет увидеть различные части этого вычисления, такие как произведение 20x30 = 600, 20x5 = 100, 5x30 = 150, и 5x5 = 25. Они соотносятся со значениями, которые присутствуют в рассмотренном выше методе *C*, а при более внимательном взгляде можно увидеть в них составляющие методов *A* и *B*.

На этом же примере рассмотрим и другой замечательный аспект умножения, такой как коммутативность – $a \times b = b \times a$. Качественное преподавание требует большего, чем просто знание этого факта. Учитель должен уметь показать, почему 35 корзин с 25 яблоками в каждой, содержат одинаковое количество яблок, что и 25 корзин с 35 яблоками в каждой. Представление умножения как последовательно повторяющейся операции сложения здесь недостаточно, зато объяснение с использованием геометрического представления будет более наглядным и понятным. Тем не менее, оба представления важны, каждое имеет собственные особенности, создающие целостную картину, и чем больше этих представлений, тем выше вероятность понимания со стороны обучающихся, а значит и выше качество образования. Важно также иметь широкий математический кругозор, чтобы, например, предвидеть связь умножения двузначных чисел с будущим изучением распределительного закона умножения.

Приведенные нами примеры дают почувствовать насколько уровень и объем знаний учителя должен отличаться от объема предлагаемого учебной программой. Также из этих примеров можно сделать ряд выводов. Во-первых, одной из основ достижения необходимого для преподавания уровня знаний является анализ ошибок, допускаемых учениками, а также обобщение практического опыта преподавания и поиск новых путей. Это также требует от учителя детального знания математических понятий и процедур, чтобы быть способным преподать и объяснить их людям, впервые встретившимся с этим материалом, притом объяснить это более чем единственным способом.

Во-вторых, необходимо знать и понимать целостность предмета математики, несмотря на все многообразие и различие ее элементов. Все понятия, методы и процедуры логически обоснованы и тесно переплетены друг с другом. Способность увидеть за частными случаями или методами единство и взаимосвязь является неотъемлемым качеством хорошего преподавателя.

Третий вывод тесно связан с первыми двумя и свидетельствует о том, что математические знания учителя должны иметь прочные логические основы, чтобы он был способен объяснить, почему применяется именно предложенный метод, почему верны приведенные свойства или откуда происходит указанная взаимосвязь.

Достигнув необходимого уровня знаний, преподаватель сможет обеспечить ученикам лучший прогресс в изучении предмета. И если сравнить ученика с путешественником по территории математики, то преподавателя в этом случае можно сравнить с навигатором, точно знающим настоящее положение ученика, причины его нахождения там и направление дальнейшего движения. Это раскрывает перед нами взаимосвязь математического и психологического знания. Как написал более века назад американский педагог Джон Дьюи, знания для преподавания должны быть организованы как психологически, так и логически. Это означает, что для качественного преподавания важно знать внутреннюю структуру понятий и идей, а также как они взаимосвязаны с другими идеями, с которыми только предстоит встретиться ученикам по мере роста их математических знаний и навыков.

Развертывая поставленную проблему, мы укажем дополнительные навыки, необходимые для успешного преподавания математики. Рассмотрим новый пример, перейдя из математической области чисел и арифметических действий в область геометрии. Предположим, что в процессе изучения многоугольников ученики изображают необычные фигуры и спрашивают, являются ли эти фигуры многоугольниками (рис. 5).

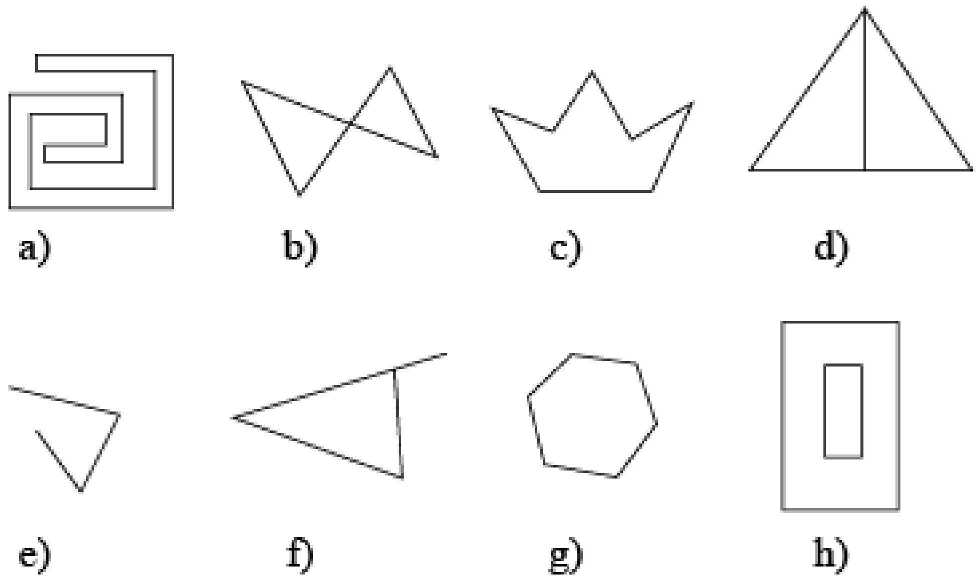

Рис. 5. Варианты ломаных линий, образующих и не образующих многоугольники

На этот вопрос ответить не так просто, как кажется на первый взгляд. Естественно, первое, что необходимо сделать, это дать определение понятию многоугольника. Учитель может свериться с учебником по поводу такого определения, однако случаются казусы, когда учебник дает недостаточно точное определение как, например, это: «Часть плоскости, ограниченная замкнутой ломаной линией, называется многоугольником» [8].

Для того чтобы понять, что это определение не является верным требуется педагогический опыт в области математики. В частности, это определение позволяет рассматривать в качестве многоугольника фигуру b, в то время как она им не является. В этом случае учитель должен знать формально точное определение, как, например, подобное: «Геометрическая фигура, составленная из отрезков AB, BC, CD, .., EF, FA таким образом, что смежные отрезки не лежат на одной прямой, а несмежные отрезки не имеют общих точек, называется многоугольником» [9].

В случае если определение из учебника некорректно, преподаватель должен самостоятельно найти или разработать определение, подходящее для уровня понимания обучающихся. Так, например, для пятиклассников будет непонятно, что в предыдущем определении означает «смежные отрезки» и «общие точки отрезков». В этом случае ученики не смогут использовать это определение для верного распознавания многоугольников. Задача учителя в таких случаях самостоятельно модифицировать определение, например, таким образом: «Геометрическая фигура, образованная замкнутой ломаной линией без самопересечений и соседние звенья которой не лежат на одной прямой называется многоугольником». Данное определение отсекает фигуры, подобные многоугольникам, но ими не являющиеся, и оставляет только настоящие многоугольники.

Приведенный пример также позволяет сделать ряд выводов. Во-первых, учитель должен удостовериться, что материал, предлагаемый будь то учебником или программой, является точным. Во-вторых, учитель должен соотносить преподаваемый им материал с наличным уровнем знаний учеников, то есть свое преподавание он должен строить на уже изученных данных. Так, например, математическое определение, каким бы точным и изящным оно ни было, останется бесполезным, если содержит понятия еще не пройденные обучающимся.

Развивая наши выводы и опираясь на опыт работы, мы сформировали следующий перечень умений и навыков учителя, необходимых для качественного преподавания:

- способность предлагать математически точные определения, которые понятны ученикам, исходя из их уровня знаний;
- владение различными формами представления материала символической, графической и геометрической;
- построение связей между символическими, графическими или реальными моделями;
- умение приводить бытовые примеры применения математики для повышения понимания и мотивации к обучению;
- способность отвечать на вопросы, задачи, решения или интуитивные догадки, предлагаемые учащимися (как ожидаемые, так и неожиданные), а также понимать основу и причины их предложения учениками;
- способность оценить, насколько материал, предлагаемый учебниками и программами, подходит для преподавания данным ученикам в данный момент времени и при необходимости адаптировать его для заданных условий;
- умение задавать вопросы и формулировать задачи так, чтобы это делало интересным для учеников процесс познания, бросало им интеллектуальный вызов;

• способность оценивать прогресс в обучении учеников и видеть перспективу дальнейшего развития.

И, наконец, есть еще один аспект, менее формализованный, чем набор навыков, но, на наш взгляд, не менее важный. Мы имеем в виду любовь и интерес преподавателя к предмету математики, а также его неравнодушие к любознательности учеников. Например, желание узнать, почему школьников так привлекает число «ноль»? Какие вопросы волнуют учеников на уроках математики и как они соотносятся с историей развития математики, когда подобные вопросы ставились впервые? Или как дети понимают отрицательные числа, деление или теорию вероятности? Мы считаем важным, чтобы способности учителя включали элемент такого неподдельного интереса при изучении математики.

Подводя итог, отметим, что главной целью представленного исследования было определение основных элементов и характеристик качественного преподавания математики. В результате мы выделили три основных компонента:

1. Учитель математики должен обладать значительно большим объемом математических знаний, чем предполагает учебная программа. Этот «значительно больший объем» подразумевает не просто расширение курса математики для преподавателей, а понимание сути математических идей, их истоков, взаимосвязей и возможностей представления. Помимо этого, знания должны быть релевантны решаемым задачам, начиная от постановки проблемы и понятного определения используемых понятий до логического перехода между альтернативными вариантами решений и исправления неточного или неверного изложения.

2. Учитель математики должен уметь особым образом оперировать имеющимися знаниями. Несмотря на близость в наборе знаний с другими профессиями тесно связанными с математикой, такими как бухгалтер, инженер или ученый набор инструментов и навыков учителя для использования этих знаний сильно отличается от этих профессий. Это во многом обусловлено отличием задач, с которыми сталкивается преподаватель, от задач, которые стоят перед специалистами упомянутых профессий. Объяснить другому допущенную им ошибку, представить идею в нескольких альтернативных вариантах, заинтересовать обучающегося, привести адекватные примеры, подобрать подходящее определение, вот типичные задачи преподавателя математики в его практической деятельности.

3. Учителя математики должны иметь возможность получить знания и навыки, необходимые для качественного преподавания еще на этапе своего собственного обучения. Преподавание математики даже на элементарном уровне не должно рассматриваться как «разбавленный» вариант «реальной» математики – это серьезная, глубокая и требующая большой самоотдачи профессия. Возможность для будущих преподавателей изучать математику именно в таком ключе не является на данный момент широко

распространенной. Однако мы должны постараться поменять эту ситуацию, что требует сотрудничества различных специалистов, знакомых с математикой как дисциплиной и как с областью педагогического знания.

Список литературы

1. Криволуцкая О. ЕГЭ показал низкий уровень математической подготовки выпускников школ. – URL: http://ria.ru/edu_analysis/20100202/207333481.html (дата обращения: 18.07.2014).
2. Иванова-Гладильщикова Н. Низкий уровень математики – удар по обороноспособности страны. – URL: http://www.gazeta.ru/science /2014/09/06_a_6204525.shtml (дата обращения: 10.09.2014).
3. Минобрнауки назвало причиной плохих результатов ЕГЭ «слабые» школы. – URL: http://www.gazeta.ru/social/news/2014/07/03/n_6281041.shtml (дата обращения: 16.08.2014).
4. В плохих результатах ЕГЭ по математике виноваты неквалифицированные учителя. – URL: http://news.chita.ru/42591/ (дата обращения: 12.09.2014).
5. Мнения экспертов ПостНауки об основных проблемах преподавания математики в средней школе. – URL: http://postnauka.ru/talks/31178 (дата обращения: 12.09.2014).
6. Механик А. Не становитесь какими-то мерзкими // Эксперт. – 2014. – № 34.
7. Смирнов Л. Ливанов одобрил московский проект трех разных уровней математики в школе. – URL: http://itar-tass.com/obschestvo/1005879 (дата обращения: 18.09.2014).
8. Никитин Н. Н. Геометрия. Учебник для 6–8 классов. – 16-е изд. – М. : Просвещение, 1971. – 209 с.
9. Геометрия 7–9 класс / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев. – М. : Просвещение, 2013. – 384 с.