

НАНОКОМПОЗИЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ И СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 624.04.42

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТОЧНЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА РАМ С УЧЕТОМ ИСТОРИИ ВОЗВЕДЕНИЯ И ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ РАБОТЫ БЕТОНА

О. Б. Завьялова

Астраханский инженерно-строительный институт (Россия)

Рассмотрен расчет монолитной железобетонной рамы с учетом поэтапного формирования расчетной схемы и последовательности нагружения полезной нагрузкой с использованием расчетной программы, базирующейся на методе сеток, с введенным фактором времени. Учет физической нелинейности работы бетона производится с помощью аппроксимирующей зависимости $\sigma(\varepsilon)$ в виде кубической параболы, предложенной А. П. Лукашем. Модуль упругости бетона молодого возраста вычисляется с использованием экспоненциальной зависимости Н. Х. Арутюняна.

Ключевые слова: *многоэтажная монолитная рама, последовательность нагружения, твердение бетона, физическая нелинейность работы бетона, напряжения, прогибы.*

Calculation of a monolithic ferroconcrete frame taking into account stage-by-stage formation of the settlement scheme and sequence of loading by payload with use of the settlement program which is based on a method of grids with the entered time factor is considered. The accounting of physical nonlinearity of work of concrete is made by means of the approximating dependence in the form of the cubic parabola offered A. P. Lukash. Modul to elasticity of concrete of young age calculated with use of exponential dependence of N. H. Arutyunyan.

Key words: *multystoried monolithic frame, sequence of loading, concrete curing, physical nonlinearity of concrete work, tension, deflections.*

Уточним вначале, что понятие «точный расчет» относится скорее к математическому аппарату, применяемому для решения задач строительной механики, и который сейчас достаточно развит, чтобы выполнить расчеты с заданной точностью, нежели в применении к поставленной задаче. Решение же конкретной задачи будет точным в той степени, в которой точны принятые в ней предпосылки, описывающие реальную конструкцию, к которым можно отнести расчетную схему с вероятными величинами нагрузок и идеализированными опорными связями, учет физической и/или геометрической нелинейности, учет взаимодействия сборных и монолитных элементов в процессе возведения, возможные отступления от принятой расчетной схемы – перемещения и углы поворота, податливость стыков, наличие в ряде материалов ползучести, являющейся функци-

ей времени, а в бетонах, кроме того, усадки и твердения, влияние температуры и т. д. Многие из перечисленных факторов в определенных условиях могут давать значительные поправки к результатам «точного» расчета идеализированной рамы.

К основным методам расчета стержневых систем, сложившимся на основе энергетического подхода, а также принципа возможных перемещений и интеграла Мора, относятся метод сил, метод перемещений, и, впоследствии, метод конечных элементов. Матричная форма расчета статически и кинематически неопределимых систем разрабатывалась в свое время А. Ф. Смирновым, А. В. Александровым, А. М. Масленниковым, Н. Н. Шапошниковым, Дж. Аргирисом, Р. Галлагером, О. Зенкевичем, А. В. Постновым, М. Секуловичем, С. Б. Косицыным, Л. А. Розиным, В. А. Смирновым и др.

Параллельно развивался и продолжает развиваться метод решения стержневых (и не только) конструкций с помощью систем дифференциальных уравнений в конечно-разностной форме. В развитие теории метода сеток внесли большой вклад А. В. Канторович и В. И. Крылов, К. Морган и другие.

В свое время метод сеток для решения задач строительной механики успешно применяли П. М. Варвак и Л. П. Варвак, А. П. Филин, В. А. Постнов, А. Ф. Смирнов, В. А. Игнатъев, Н. И. Карпенко, А. Г. Угодчиков, О. Зенкевич и К. Морган, Р. Ф. Габбасов, Т. Д. Караманский, А. И. Шеин [12].

Достоинства метода сеток заключаются в возможности расчета железобетона как двухкомпонентного материала с одновременным учетом геометрической нелинейности (расчет по деформированному состоянию), физической нелинейности материала, трещинообразования, ползучести и твердения бетона в железобетонных конструкциях с учетом фактора времени, а также истории нагружения сборных и монолитных рам и отсутствие необходимости сведения нагрузок в узлы.

Реальные соотношения между напряжениями и деформациями в конструкционных материалах требуют для своего описания другие, более сложные зависимости, нежели закон Гука. Основные несущие элементы рамных каркасов выполняют, как правило, из стального арматурного каркаса и тяжелого бетона с крупным заполнителем. В задачах строительной механики железобетон более целесообразно рассматривать как двухкомпонентный материал. Диаграмма статического нагружения бетона представлена на рис. 1.

При выборе и построении аппроксимирующей зависимости для бетона будем учитывать понятия предельной сжимаемости $[\varepsilon^-]$ и предельной растяжимости $[\varepsilon^+]$. Для расчета при так называемом кратковременном нагружении можно принять предельную сжимаемость $[\varepsilon^-] = 2,0 \cdot 10^{-3}$, при изгибе и внецентренном сжатии $[\varepsilon^-] = 3,5 \cdot 10^{-3}$. Предельная растяжи-

мость при осевом растяжении $[\varepsilon^+] \approx (1,5-3) \cdot 10^{-4}$, при изгибе краевые удлинения могут быть вдвое выше [13].

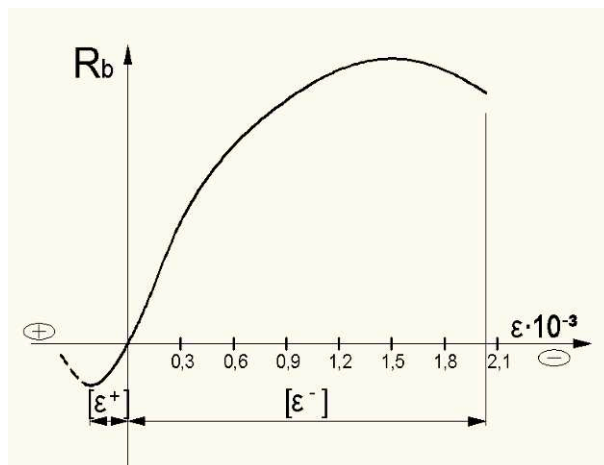


Рис. 1. Диаграмма растяжения – сжатия бетона

Рассмотрим, в каких случаях при расчете стержневых систем из монолитного железобетона становится необходимо учитывать работу с учетом нелинейности бетона. Будем считать, что арматурная сталь подчиняется закону Гука:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon. \quad (1)$$

Для учета реальной диаграммы работы бетона $\sigma(\varepsilon)$ выберем аппроксимацию зависимости, выражаемую кубической параболой Лукаша [12]:

$$\sigma_b = E_b \varepsilon - A_3 \varepsilon^3, \quad (2)$$

где E – начальный модуль упругости материала,

$$A_3 = \frac{4}{27} \frac{E_b^3}{R_b^2}. \quad (3)$$

Значение продольной деформации определим через перемещения внутренних точек [14, с. 33]:

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} - y \frac{d^2v}{dx^2} - z \frac{d^2w}{dx^2} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right]. \quad (4)$$

Для плоской задачи ($w=0$):

$$\varepsilon = u' - yv'' + \frac{1}{2}(v')^2 \quad (5)$$

Значения производных будем определять по значениям перемещений соседних узловых точек:

$$u'_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta} \quad (6)$$

$$v'_i = \frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta} \quad (7)$$

$$v_i^* = \frac{v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}}{\Delta^2} \quad (8)$$

где $\Delta = l/N$ – шаг сетки.

Выполняя преобразования, получим систему нелинейных уравнений, порядок которой зависит от числа участков разбиения длины элемента.

Для решения полученной системы уравнений используем метод касательных Ньютона.

Пусть имеется система нелинейных уравнений $F(x) = 0$:

$$\begin{cases} f_1(x) = 0, \\ f_2(x) = 0, \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x) = 0; \end{cases} \quad (9)$$

где $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ – вектор неизвестных.

Тогда ее решение может быть найдено с помощью итераций вида:

$$x_{z+1} = x_z - \left[\frac{dF(x_z)}{dx} \right]^{-1} \cdot F(x_z), \quad (10)$$

что обычно реализуется методом Гаусса.

Матрица Якоби для этой задачи имеет вид:

$$\left[\frac{dF(x_z)}{dx} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_{1(z)}} & \frac{\partial f_1}{\partial x_{2(z)}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{p(z)}} \\ \frac{\partial f_p}{\partial x_{1(z)}} & \frac{\partial f_p}{\partial x_{2(z)}} & \dots & \frac{\partial f_p}{\partial x_{p(z)}} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Ее можно записать с применением конечных разностей, учитывая, что

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} = \frac{f(x_z + \Delta x_j) - f(x_z)}{\Delta x_j}, \quad (12)$$

где Δx_j – малое приращение неизвестной x_j .

В качестве критерия сходимости расчета принята заданная норма расхождения перемещений в последовательных итерациях, равная 10^{-14} .

Для аппроксимации диаграммы работы бетона $\sigma - \varepsilon$ с учетом фактора времени в момент нагружения выражения (2) и (3) модернизируем для учета фактора времени к виду:

$$\sigma_b(t) = E_b(t)\varepsilon - A_3(t)\varepsilon^3; \quad (13)$$

$$A_3(t) = \frac{4}{27} \frac{E_b^3(t)}{R_b^2(t)}. \quad (14)$$

Здесь $E_b(t)$ – текущий начальный модуль упругости материала, вычисляемый по экспоненциальной зависимости Н. Х. Арутюняна [1]:

$$E_b(t) = E_0 \cdot (1 - e^{-\alpha t}) \quad (15)$$

$R_b(t)$ – временное сопротивление бетона текущего возраста, определяемое по известной логарифмической зависимости $R_b(t) = 0,7R_b \lg t$.

Жесткость поперечного сечения при изгибе с учетом деформаций, возникающих в арматуре от изгибающего момента и продольной силы, вычисляется по выражению:

$$EI(t) = E_b(t) \cdot I_b - A_3(t) \cdot (v'')^2 \frac{bh^5}{80} + E_s I_s + \sum E_s A_{sj} y_{sj} \frac{u'}{v''}. \quad (16)$$

Жесткость при растяжении-сжатии с учетом деформаций, возникающих в арматуре от продольной силы и изгибающего момента, определяется по формуле:

$$EA(t) = E_b(t) \cdot A_b - A_b A_3(t) \cdot (u')^2 + E_s A_s + \sum E_s A_{sj} y_{sj} \frac{v''}{u'}. \quad (17)$$

Выполним расчет рамы многоэтажного промышленного здания, приняв соответствующие характеристики элементов и величины нагрузок на перекрытие. Максимальную нагрузку на ригели перекрытия зададим равной 120 кН/м, для ригели покрытия – 60 кН/м. Колонны сечением 600x400 мм, $A_s = 42,39 \text{ см}^2$, ригели 600x300 мм, $A_s = 42,39 \text{ см}^2$, армирование сечений колонн и ригелей принято симметричным. Бетон В-20.

Расчет рамы произведем с формированием растущей расчетной схемы и с учетом изменения физических характеристик бетона во времени.

Этапы проведения монолитных работ приняты 9 суток на один этаж. Нагружение дополнительными нагрузками (остальной частью постоянной и всей временной нагрузкой) на каждом ригеле принято четырьмя этапами с интервалами в 1 месяц.

Анализ эпюр внутренних усилий показал, что учет физической нелинейности работы бетона не дает видимого прироста в величине изгибающих моментов. Анализ перемещений расчетных сечений от полной нагрузки, полученный с учетом истории нагружения и физической нелинейности в совокупности с твердением бетона, показывает, что в сравнении с классическим расчетом происходит рост прогибов. Например, для ригеля первого этажа увеличение прогибов по сравнению с классическим расчетом составляет более 30 %. Наибольший вклад дает учет реального модуля упругости бетона на каждом этапе нагружения. Физическая нелинейность бетона в большей степени начинает проявляться при нагрузках, дающих значительные напряжения в бетоне. Например, в рассматриваемой раме дополнительное нагружение рассматриваемого ригеля двумя этапами по 30 кН/м также с интервалами в один месяц за счет учета физической нелинейности увеличивает прогиб на 10,8 %.

Вклад различных факторов (%) в величину стрелы прогиба ригеля первого этажа показан на рис. 2.

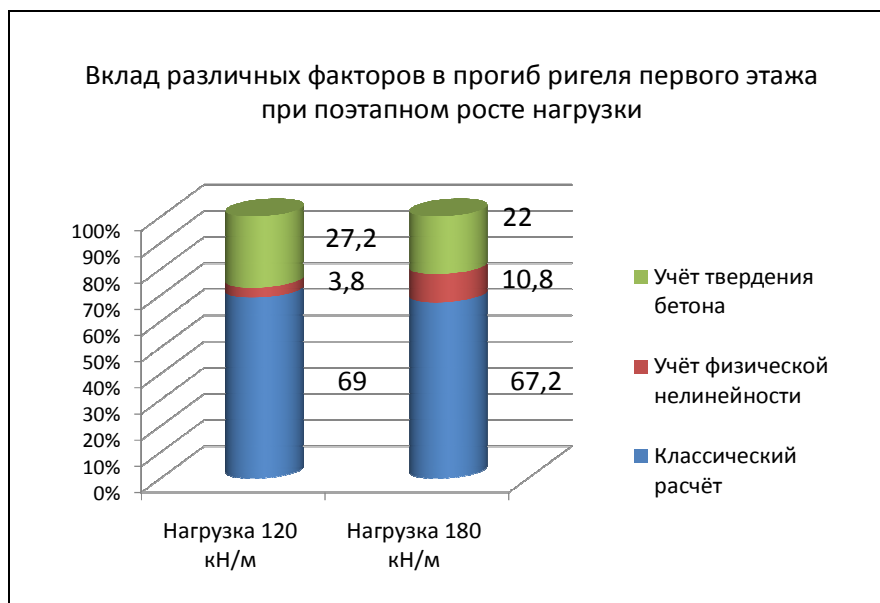


Рис. 2. Вклад различных факторов (в %) в величину стрелы прогиба ригеля первого этажа

Расчет напряжений в растянутой арматуре ригеля первого этажа при учете только физической нелинейности работы бетона дает прирост напряжений в арматуре около 13 % в сравнении с классическим расчетом в упругой стадии, а с учетом физической нелинейности в совокупности с твердением бетона покажет еще более значительный рост неучтенных напряжений в арматуре.

Список литературы

1. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. – М. : Гостехиздат, 1952. – 323 с.
2. Завьялова О. Б. Учет последовательности монтажа конструкций при расчете усилий в рамных системах // Известия вузов. Строительство. – 2009. – № 2. – С. 115–122.
3. Завьялова О. Б. Учет истории возведения и нагружения сборных рамных каркасов // ПГС. – 2014. – № 4. – С. 34–40.
4. Завьялова О. Б. Уточнение напряжений в рабочей арматуре монолитных плит безригельных каркасов, возводимых с ускорением сроков строительства, при учете реального модуля упругости и ползучести бетона раннего возраста // ПГС. – 2014. – № 5. – С. 50–54.
5. Завьялова О. Б., Шеин А. И. Расчет быстровозводимых монолитных железобетонных каркасов с учетом физической нелинейности, твердения и ползучести бетона // Строительство и реконструкция. – 2014. – № 4 (54). – С. 11–16.
6. Завьялова О. Б. Исследование работы рам на горизонтальные нагрузки // Известия вузов. Строительство. – 2004. – № 3. – С. 93–99.
7. Золина Т. В. Экспериментальное обоснование необходимости уточнения крановых воздействий для объективной оценки остаточного ресурса промышленного здания // Перспективы развития строительного комплекса : сборник материалов VII Международной науч.-практ. конф. – Астрахань : АИСИ, 2013. – С. 6–12.
8. Золина Т. В. Исследование напряженно-деформированного состояния несущих конструкций промышленного здания с крановым оборудованием и методика оценки

его остаточного ресурса в процессе эксплуатации // Инженерно-строительный вестник Прикаспия : науч.-техн. журнал. – Астрахань : ГАОУ АО ВПО «АИСИ», 2014. – № 1 (7). – С. 44–52.

9. Кокарев С. А., Кокарев А. М. К вопросу оценки деформаций зажатия трещин стержневых железобетонных элементов // ПГС. – 2012. – № 8.

10. Кокарев А. М., Кокарев С. А. Размыкание трещин стержневых железобетонных элементов после их зажатия // Перспективы развития строительного комплекса : материалы VII Международной научно-практической конференции профессорско-преподавательского состава, молодых ученых и студентов, г. Астрахань, 28–31 октября 2013 г. – Астрахань, 2013. – Т. 1. – С. 38–40.

11. Купчикова Н. В. Численные исследования работы системы «Свайное основание – усиливающие элементы» методом конечных элементов. – Орел : ГУУНПК, Строительство и реконструкция, 2013. – № 6 (50). – С. 28–35.

12. Лукаш П. А. Основы нелинейной строительной механики. – М. : Стройиздат, 1978. – 208 с.

13. Петров А. Н. Деформационная модель нелинейной ползучести железобетона и ее приложения к расчету плосконапряженных элементов и систем из них : автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – М., 2001. – 36 с.

14. Шеин А. И. Метод сеточной аппроксимации элементов в задачах строительной механики нелинейных стержневых систем. – Пенза : ПГУАС, 2005. – 248 с.

15. Шеин А. И., Завьялова О. Б. Расчет монолитных железобетонных каркасов с учетом последовательности возведения, физической нелинейности и ползучести бетона // ПГС. – 2012. – № 8. – С. 29–31.