Министерство образования и науки Астраханской области
Государственное автономное образовательное учреждение
Астраханской области высшего образования
«Астраханский государственный архитектурно-строительный университет»
(ГАОУ АО ВО «АГАСУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор

______________/ И. Ю. Петрова /
Подпись *И. О. Ф.*

«25» 05 2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Наименование дисциплины Линейная алгебра
(указывается наименование в соответствии с учебным планом)

По направлению подготовки 38.03.01 «ЭКОНОМИКА»
(указывается наименование направления подготовки в соответствии с ФГОС)

По профилю подготовки «Экономика предприятий и организаций»,
«Бухгалтерский учет, анализ и аудит»
(указывается наименование профиля в соответствии с ООП)

Кафедра Системы автоматизированного проектирования и моделирования

Квалификация (степень) выпускника **бакалавр**

Астрахань - 2017

Разработчик:

доцент, к.т.н.		П.Н. Садчиков
(занимаемая должность, ученая степень, ученое звание)	(подпись)	(инициалы, фамилия)

Рабочая программа разработана для учебного плана 2017 г.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры «Системы автоматизированного проектирования и моделирования»

Протокол № 10 от 25.08 2017г.

Заведующий кафедрой /__________/ И.Ю. Петрова
(подпись)

Согласовано:

Председатель МКН «Экономика»
профиль «Экономика предприятий и организаций» __________ И.И. Бочкарева
(подпись) (инициалы, фамилия)

Председатель МКН «Экономика»
профиль «Бухгалтерский учет, анализ и аудит» __________ /И.И. Бочкарева/
(подпись) (инициалы, фамилия)

Начальник УМУ __________ /Ю.А. Шукшина
(подпись) (инициалы, фамилия)

Специалист УМУ __________ /Я.А. Рудакова/
(подпись) (инициалы, фамилия)

Начальник УИТ __________ /К.А. Шумилин/
(подпись) (инициалы, фамилия)

Заведующая научной библиотекой __________ /К.А. Шумилин/
(подпись) (инициалы, фамилия)

2

Содержание

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Целью учебной дисциплины «*Линейная алгебра*» является формирование знаний о закономерностях, аналитических методах сбора, систематизации, обработки и интерпретации результатов наблюдений, предоставление аппарата построения экономических моделей и их реализации.

Задачами дисциплины являются:

– вооружение студента математическими знаниями, необходимыми для изучения ряда общенаучных дисциплин и дисциплин профессионального цикла;

– создание фундамента математического образования, необходимого для получения профессиональных компетенций бакалавра;

– воспитание математической культуры и понимание роли математики в различных сферах профессиональной деятельности;

– стимулирование студентов к самостоятельному анализу и поиску оптимального решения прикладных задач исследования социально-экономических явлений и процессов.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине «Линейная алгебра», соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

ОПК – 2 - способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

ПК – 4 – способностью на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

знать:

- основные математические термины и понятия, преобразовывать их в соответствии с решаемой задачей (анализировать, обобщать, систематизировать, имеющиеся данные, и оценивать полученный результат) (ОПК-2);

- способы и средства описания экономических процессов и явлений на основе методов линейной алгебры и аналитической геометрии (ПК- 4);

уметь:

- адекватно воспринимать математическую информацию в различных источниках (ОПК-2);

- применять линейные модели многоотраслевой экономики и продуктивные модели Леонтьева при решении прикладных задач (ПК-4);

владеть:

- элементами причинно-следственного анализа; навыками исследования несложных математических связей и зависимостей; приемами определения математических характеристик изучаемого объекта, выбора адекватных моделей для сравнения, сопоставления и оценки объектов (ОПК-2);

- методами поиска решений задач алгебры и геометрии в приложении к исследованию экономических процессов и явлений (ПК-4).

3. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина **Б1.Б.08** «Линейная алгебра» реализуется в рамках *Блока 1 «Дисциплины»* базовой части.

Дисциплина базируется на результатах обучения, полученных в рамках изучения следующих дисциплин: «Математический анализ», «Информатика».

4. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Форма обучения	**Очная**	**Заочная**
1	**2**	**3**
Трудоемкость в зачетных единицах:	3 семестр – 4 з.е.; **всего - 4 з.е.**	3 семестр – 2 з.е.; 4 семестр – 2 з.е.; **всего - 4 з.е.**
Аудиторных (включая контактную работу обучающихся с преподавателем) часов (всего) по учебному плану:		
Лекции (Л)	3 семестр – 36 часов. **всего - 36 часов**	3 семестр – 4 часа 4 семестр - 2 часа **всего - 6 часов**
Лабораторные занятия (ЛЗ)	3 семестр – 18 часов. **всего - 18 часов**	3 семестр – *учебным планом* ***не предусмотрены*** 4 семестр - 2 часа **всего - 2 часа**
Практические занятия (ПЗ)	3 семестр – 18 часов. **всего - 18 часов**	3 семестр – 6 часов 4 семестр - 2 часа **всего - 8 часов**
Самостоятельная работа студента (СРС)	3 семестр – 72 часа. **всего - 72 часа**	3 семестр – 62 часов 4 семестр – 66 часов. **всего - 128 часов**
Форма текущего контроля:		
Контрольная работа	семестр – 3	семестр – 4
Форма промежуточной аттестации:		
Экзамены	семестр – 3	семестр – 4
Зачет	*учебным планом* ***не предусмотрен***	*учебным планом* ***не предусмотрен***
Зачет с оценкой	*учебным планом* ***не предусмотрен***	*учебным планом* ***не предусмотрен***
Курсовая работа	*учебным планом* ***не предусмотрена***	*учебным планом* ***не предусмотрена***
Курсовой проект	*учебным планом* ***не предусмотрен***	*учебным планом* ***не предусмотрен***

5. Содержание дисциплины «Линейная алгебра», структурированное по разделам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

5.1.1. Очная форма обучения

<table>
<tr><th rowspan="3">№ п/п</th><th rowspan="3">Раздел дисциплины
(по семестрам)</th><th rowspan="3">Всего часов на раздел</th><th rowspan="3">Семестр</th><th colspan="4">Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы</th><th rowspan="3">Форма промежуточной аттестации и текущего контроля</th></tr>
<tr><th colspan="3">контактная</th><th rowspan="2">СРС</th></tr>
<tr><th>Лекции</th><th>Лабор. занятия</th><th>Практ. занятия</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td>1.</td><td>Матрицы и определители</td><td>24</td><td rowspan="6">3</td><td>6</td><td>4</td><td>4</td><td>10</td><td rowspan="6">Контрольная работа
Экзамен</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Системы линейных алгебраических уравнений</td><td>24</td><td>6</td><td>4</td><td>4</td><td>10</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Векторная алгебра</td><td>24</td><td>6</td><td>4</td><td>4</td><td>10</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Линейные операторы</td><td>24</td><td>6</td><td>2</td><td>2</td><td>14</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Аналитическая геометрия на плоскости</td><td>24</td><td>6</td><td>2</td><td>2</td><td>14</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>Аналитическая геометрия в пространстве</td><td>24</td><td>6</td><td>2</td><td>2</td><td>14</td></tr>
<tr><td colspan="2">Итого:</td><td>144</td><td></td><td>36</td><td>18</td><td>18</td><td>72</td><td></td></tr>
</table>

5.1.2. Заочная форма обучения

№ п/п	Раздел дисциплины *(по семестрам)*	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы				Форма промежуточной аттестации и текущего контроля
				контактная			СРС	
				Лекции	Лабор. занятия	Практ. занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Матрицы и определители	24	3	2	-	2	20	*учебным планом* ***не предусмотрены***
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	24		1	-	2	21	
3.	Векторная алгебра	24		1	-	2	21	
4.	Линейные операторы	24	4	-	2	-	22	Контрольная работа Экзамен
5.	Аналитическая геометрия на плоскости	24		1	-	1	22	
6.	Аналитическая геометрия в пространстве	24		1	-	1	22	
Итого:		**144**		**6**	**2**	**8**	**128**	

5.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам

5.2.1. Содержание лекционных занятий

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1	**2**	**3**
1.	Матрицы и определители	Матрицы. Действия с матрицами. Виды квадратных матриц. Операция транспонирования. Линейные операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц. Умножение матриц. Определители. Основные свойства определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы. Линейная независимость рядов матрицы.
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Матричный метод. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Системы линейных однородных уравнений. Неоднородные системы линейных уравнений. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Балансовые соотношения. Линейная модель многоотраслевой экономики. Продуктивные модели Леонтьева
3.	Векторная алгебра	Основные понятия. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства. $\boldsymbol{N}$-мерный вектор. Линейные операции над $\boldsymbol{n}$ -мерными векторами. Скалярное произведение. Длина. $\boldsymbol{N}$-мерное векторное пространство. Базис. Линейная независимость векторов. Базис линейного векторного пространства и координаты вектора. Переход к новому базису. Евклидово пространство. Ортонормированный базис.
4.	Линейные операторы	Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора. Действия с линейными операторами. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Линейная модель обмена. Квадратичные формы
5.	Аналитическая геометрия на плоскости	Системы координат на плоскости. Преобразования системы координат. Деление отрезка в данном отношении. Линии на плоскости. Уравнение прямой на плоскости. Прямая на плоскости. Основные задачи. Линии второго порядка.
6.	Аналитическая геометрия в пространстве	Плоскость в трехмерном пространстве. Плоскость. Основные задачи. Уравнение прямой в пространстве. Прямая в пространстве. Основные задачи. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи. Поверхности второго порядка. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

5.2.2. Содержание лабораторных занятий

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1	2	3
1.	Матрицы и определители	Операции над матрицами. Преобразование матриц. Вычисления определителей. Поиск обратной и ортогональной матриц.
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	Решение систем линейных алгебраических уравнений тремя способами. Решение систем линейных однородных уравнений. Реализация модели многоотраслевого баланса.
3.	Векторная алгебра	Произведения векторов. Определение базиса линейного векторного пространства и координат вектора в новом базисе.
4.	Линейные операторы	Поиск собственных векторов и собственных значений линейного оператора. Реализация линейной модели обмена.
5.	Аналитическая геометрия на плоскости	Построение кривых второго порядка на плоскости.
6.	Аналитическая геометрия в пространстве	Построение прямых и плоскостей в пространстве. Построение поверхностей второго порядка.

5.2.3. Содержание практических занятий

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1	2	3
1.	Матрицы и определители	Линейные операции над матрицами. Операция транспонирования. Элементарные преобразования матриц. Умножение матриц. Алгоритмы вычисления определителей. Алгоритм нахождения обратной матрицы. Ранг матрицы.
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	Решение систем линейных алгебраических уравнений. Матричный метод. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Решение систем линейных однородных уравнений. Неоднородные системы линейных уравнений. Построение модели Леонтьева. Реализация линейной модели многоотраслевой экономики. Вариативность продуктивной модели Леонтьева.
3.	Векторная алгебра	Разложение вектора по ортам координатных осей. Нахождение скалярного, векторного и смешанного произведений векторов. Линейные операции над n -мерными векторами. Установление линейной независимости векторов. Определение базиса линейного векторного пространства и координат вектора. Переход к новому базису.
4.	Линейные операторы	Матрица линейного оператора. Действия с линейными операторами. Поиск собственных векторов и собственных значений линейного оператора. Построение линейной модели обмена.
5.	Аналитическая геометрия на плоскости	Преобразования системы координат. Поиск уравнения прямой на плоскости. Определение канонического уравнения кривой второго порядка и ее построение на плоскости.
6.	Аналитическая геометрия в пространстве	Уравнения плоскости в трехмерном пространстве. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

5.2.4. Содержание самостоятельной работы

Очная форма

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание	Учебно-методические материалы
1	2	3	4
1.	Матрицы и определители	Элементарные преобразования матриц. Свойства определителей. Ранг матрицы. Линейная независимость рядов матрицы.	[1], [2], [3], [4], [7], [9]
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Балансовые соотношения. Линейная модель многоотраслевой экономики. Продуктивные модели Леонтьева.	[1], [2], [3], [4], [8], [9]
3.	Векторная алгебра	Базис ***N***-мерного векторного пространства. Переход к новому базису. Евклидово пространство.	[2], [3], [4], [6], [7], [9]
4.	Линейные операторы	Матрица линейного оператора. Действия с линейными операторами. Модель обмена. Квадратичные формы	[2], [3], [4], [5], [7], [8]
5.	Аналитическая геометрия на плоскости	Преобразования системы координат. Деление отрезка в данном отношении. Преобразование вида уравнения прямой на плоскости. Свойства кривых второго порядка.	[1], [2], [3], [4], [5], [6]
6.	Аналитическая геометрия в пространстве	Взаиморасположение прямых и плоскостей в пространстве. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.	[1], [2], [3], [4], [7], [9]

Заочная форма

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание	Учебно-методические материалы
1	2	3	4
1.	Матрицы и определители	Поиск значений определителей высших порядков. Элементарные преобразования матриц. Свойства определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы. Линейная независимость рядов матрицы.	[1], [2], [3], [4], [7], [9]
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	Решение систем линейных алгебраических уравнений. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Балансовые соотношения. Линейная модель многоотраслевой экономики. Продуктивные модели Леонтьева.	[1], [2], [3], [4], [8], [9]
3.	Векторная алгебра	Линейная независимость векторов. Базис. Произведения векторов и их свойства. Линейные операции над ***n*** -мерными векторами. ***N***-мерное векторное пространство. Переход к новому базису. Евклидово пространство.	[2], [3], [4], [6], [7], [9]
4.	Линейные операторы	Матрица линейного оператора. Действия с линейными операторами. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Квадратичные формы	[2], [3], [4], [5], [7], [8]
5.	Аналитическая геометрия на плоскости	Преобразования системы координат. Деление отрезка в данном отношении. Уравнения прямой на плоскости. Прямая на плоскости. Линии второго порядка.	[1], [2], [3], [4], [5], [6]
6.	Аналитическая геометрия в пространстве	Прямая и плоскость в пространстве. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.	[1], [2], [3], [4], [7], [9]

5.2.5. Темы контрольных работ

1. Операции над векторами и матрицами.
2. Решение систем линейных алгебраических уравнений.
3. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
4. Базис линейного векторного пространства и координаты вектора.
5. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
6. Уравнения прямой на плоскости.
7. Построение кривых второго порядка на плоскости.
8. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

5.2.6. Темы курсовых проектов/ курсовых работ

Учебным планом не предусмотрены.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Вид учебных занятий	**Организация деятельности студента**
1	**2**
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно. Фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; отмечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, отметить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.
Практическое занятие	Проработка рабочей программы. Уделить особое внимание целям и задачам, структуре и содержанию дисциплины. Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Решение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму и др.
Лабораторное занятие	Методические указания по выполнению лабораторных работ
Самостоятельная работа / индивидуальные задания	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующихся для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме. Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и др.
Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу
Подготовка к экзамену	При подготовке к экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

7. Образовательные технологии

Перечень образовательных технологий, используемых при изучении дисциплины «Линейная алгебра».

Традиционные образовательные технологии

Обучение дисциплине «Линейная алгебра» проводится с использованием традиционных образовательных технологий, ориентирующихся на организацию образовательного процесса, предполагающую прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер. Формы учебных занятий по дисциплине «Линейная алгебра» с использованием традиционных технологий:

Лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами (монолог преподавателя).

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

Лабораторное занятие – организация учебной работы с реальными материальными и информационными объектами, экспериментальная работа с аналоговыми моделями реальных объектов.

Интерактивные технологии

По дисциплине «Линейная алгебра» лекционные занятия проводятся с использованием следующих интерактивных технологий:

Лекция-визуализация - представляет собой визуальную форму подачи лекционного материала средствами ТСО или аудиовидеотехники (видео-лекция). Чтение такой лекции сводится к развернутому или краткому комментированию просматриваемых визуальных материалов (в виде схем, таблиц, графов, графиков, моделей). Лекция-визуализация помогает студентам преобразовывать лекционный материал в визуальную форму.

Проблемная лекция – форма изложения материала, предполагающее постановку проблемных и дискуссионных вопросов, освещение различных научных подходов, авторские комментарии, связанные с различными моделями интерпретации изучаемого материала.

Лекция с разбором конкретных ситуаций – форма, при которой преподаватель на обсуждение ставит не вопросы, а конкретную ситуацию. Ситуация представляется устно или в очень короткой видеозаписи, диафильме, содержащих достаточную информацию для оценки характерного явления и обсуждения. Слушатели анализируют и обсуждают ее сообща, всей аудиторией. Основным содержанием занятия является лекционный материал, а потому преподаватель направляет тему дискуссию для получения достоверных выводов.

По дисциплине «Линейная алгебра» лабораторные занятия проводятся с использованием следующих интерактивных технологий:

Работа в малых группах – это одна из самых популярных стратегий, так как она дает всем обучающимся возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения).

Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем).

Лабораторное занятие в форме практикума – организация учебной работы, направленная на решение комплексной учебно-познавательной задачи, требующей от студента применения как научно-теоретических знаний, так и практических навыков.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

1. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах в 2 ч.:учеб. пособие для вузов /П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова.– М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»;ООО «Издательство «Мир и Образование». –2005. –Ч.1.–303с
2. Бугров Я.С. Высшая математика. Учебник в 3 т. 1 т. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Москва, Дрофа. 2004. – 284 с.
3. Шипачев В.С. Курс высшей математики / Москва,Проспект. 2005. – 600 с.
4. Высшая математика: линейная алгебра и аналитическая геометрия : конспект лекций / . - Кемерово : КемГУКИ, 2011. - 71 с. ; [Электронный ресурс]. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=227693

б) дополнительная учебная литература:

5. Шипачев В.С. Высшая математика / Москва. Высшая школа. 2000, 2003. – 479 с.
6. Плис А.И. Математический практикум для инженеров и экономистов / Москва, Финансы и статистика 2-е изд., перераб. и доп. 2003. – 655 с.
7. Гусак, А.А. Высшая математика: учебник /А.А. Гусак. –Минск: ТетраСистемс, 2009. – Том 2. –446 с. –978-985-470-939-0. –[Электронный ресурс]Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/28060.html
8. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Москва. Физматлит. 2001. – 374 с.

в) перечень учебно-методического обеспечения:

9. Садчиков, П.Н. Учебно-методическое пособие по выполнению контрольной работы по дисциплине «Линейная алгебра». АИСИ. 2015. 85 с. http://edu.aucu.ru

8.2. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения

- Mathcad Education - University Edition;
- MATLAB Academic;
- Microsoft Imagine Premium Renewed Subscription;
- Office Pro+ Dev SL A Each Academic;
- ApacheOpenOffice;
- 7-Zip;
- Adobe Acrobat Reader DC;
- Internet Explorer;
- Google Chrome;
- Mozilla Firefox;
- VLC media player;
- Dr.Web Desktop Security Suite.

8.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Электронная информационно-образовательная среда Университета, включающая в себя:

1. Образовательный портал (http://edu.aucu.ru);

Системы интернет-тестирования:

2. Единый портал интернет-тестирования в сфере образования. Информационно-аналитическое сопровождение тестирования студентов по дисциплинам профессионального образования в рамках проекта «Интернет-тренажеры в сфере образования» (http://i-exam.ru);

Электронно-библиотечные системы:

3. «Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» (https://biblioclub.com/);

4. Электронно-библиотечная система «IPRbooks» (http://www.iprbookshop.ru/)

Электронные базы данных:

5. Научная электронная библиотека (http://www.elibrary.ru/)

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п\п	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1.	Аудитории для лекционных занятий: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18а, литер А, учебный корпус, аудитория: актовый зал 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18а, литер Б, учебный корпус, аудитории №401, 405	**Актовый зал, учебный корпус №8** Комплект учебной мебели Переносной мультимидийный комплект Доступ к сети Интернет
		№401, учебный корпус №9 Комплект учебной мебели Переносной мультимидийный комплект Доступ к сети Интернет
		№405, учебный корпус №9 Комплект учебной мебели Переносной мультимидийный комплект Доступ к сети Интернет
3.	Аудитории для лабораторных занятий: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18, литер А, главный учебный корпус, аудитории № 207, 209, 211	**№207, главный учебный корпус** Комплект учебной мебели Компьютеры -16 шт. Проекционный телевизор Доступ к сети Интернет
		№209, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры -15 шт. Стационарный мультимидийный комплект Доступ к сети Интернет
		№211, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры -16 шт. Проекционный телевизор Доступ к сети Интернет
	Аудитории для практических занятий:	**№101, учебный корпус №9**

	414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18а, литер Б, учебный корпус, аудитория №101 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18б, литер Е, учебный корпус, аудитории №201, 203, 209	Комплект учебной мебели
		№201, учебный корпус №10 Комплект учебной мебели
		№203, учебный корпус №10 Комплект учебной мебели
		№209, учебный корпус №10 Комплект учебной мебели
4.	Аудитории для групповых и индивидуальных консультаций: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18, литер А, главный учебный корпус, аудитории. №3, 4, 402, 412	**№3, главный учебный корпус** Комплект учебной мебели
		№4, главный учебный корпус Комплект учебной мебели
		№402, главный учебный корпус Комплект учебной мебели
		№412, главный учебный корпус Комплект учебной мебели
	414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18а, литер Б, учебный корпус, аудитория №101	**№101, учебный корпус №9** Комплект учебной мебели
		№201, учебный корпус №10 Комплект учебной мебели
	414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18б, литер Е, учебный корпус, аудитории №201, 203, 209	**№203, учебный корпус №10** Комплект учебной мебели
		№209, учебный корпус №10 Комплект учебной мебели
5.	Аудитории для текущего контроля и промежуточной аттестации: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18, литер А, главный учебный корпус, аудитории №3, 4, 402, 412 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18а, литер Б, учебный корпус, аудитория №101 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18б, литер Е, учебный корпус, аудитории №201, 203, 207	**№3, главный учебный корпус** Комплект учебной мебели
		№4, главный учебный корпус Комплект учебной мебели
		№402, главный учебный корпус Комплект учебной мебели
		№412, главный учебный корпус Комплект учебной мебели
		№101, учебный корпус №9 Комплект учебной мебели
		№201, учебный корпус №10 Комплект учебной мебели
		№203, учебный корпус №10 Комплект учебной мебели
		№207, учебный корпус №10 Комплект учебной мебели

6.	Аудитории для самостоятельной работы: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18, литер А, главный учебный корпус, аудитории № 207, 209, 211, 312	**№207, главный учебный корпус** Комплект учебной мебели Компьютеры -16 шт. Проекционный телевизор Доступ к сети Интернет
		№209, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры -15 шт. Стационарный мультимидийный комплект Доступ к сети Интернет
		№211, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры -16 шт. Проекционный телевизор Доступ к сети Интернет
		№312, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры -15 шт. Доступ к сети Интернет
7.	Аудитория для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18, литер А, главный учебный корпус, аудитория №8	**№8, главный учебный корпус** Комплект мебели, мультиметр, паяльная станция, расходные материалы для профилактического обслуживания учебного оборудования, вычислительная и и орг.техника на хранении

10. Особенности организации обучения по дисциплине «Линейная алгебра» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья на основании письменного заявления дисциплина **«Линейная алгебра»** реализуется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья.

Лист внесения дополнений и изменений
в рабочую программу учебной дисциплины

_____________«Линейная алгебра»________________
(наименование дисциплины)

на 20__- 20__ учебный год

Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры
«Системы автоматизированного проектирования и моделирования»,

протокол № ____ от _______________20__г.

Зав. кафедрой

_____________________ ____________________ /_______________________/
ученая степень, ученое звание подпись И.О. Фамилия

В рабочую программу вносятся следующие изменения:
1.____
2.____
3.____
4.____
5.____

Составители изменений и дополнений:

_____________________ ____________________ /_______________________/
ученая степень, ученое звание подпись И.О. Фамилия

_____________________ ____________________ /_______________________/
ученая степень, ученое звание подпись И.О. Фамилия

Председатель методической комиссии

_____________________ ____________________ /_______________________/
ученая степень, ученое звание подпись И.О. Фамилия

«____»______________20___г.

Аннотация
к рабочей программе дисциплины ***«Линейная алгебра»***
по направлению ***38.03.01 «Экономика»***
профиль подготовки *«Экономика предприятий и организаций»,*
«Бухгалтерский учет, анализ и аудит»

Общая трудоемкость дисциплины *составляет 4 зачетные единицы*
Форма промежуточной аттестации: *экзамен*

Целью учебной дисциплины *«Линейная алгебра»* является формирование знаний о закономерностях, аналитических методах сбора, систематизации, обработки и интерпретации результатов наблюдений, предоставление аппарата построения экономических моделей и их реализации.

Задачами дисциплины являются:

– вооружение студента математическими знаниями, необходимыми для изучения ряда общенаучных дисциплин и дисциплин профессионального цикла;

– создание фундамента математического образования, необходимого для получения профессиональных компетенций бакалавра;

– воспитание математической культуры и понимание роли математики в различных сферах профессиональной деятельности;

– стимулирование студентов к самостоятельному анализу и поиску оптимального решения прикладных задач исследования социально-экономических явлений и процессов.

Учебная дисциплина Б1.Б.08 *«Линейная алгебра»* входит в **Блок 1,** ***базовая часть.*** Для освоения дисциплины необходимы знания, полученные при изучении следующих дисциплин: математический анализ, информатика.

Краткое содержание дисциплины:

Раздел 1. Матрицы и определители. Операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц. Определители. Основные свойства определителей. Ранг матрицы. Линейная независимость.

Раздел 2. Системы линейных алгебраических уравнений. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Системы линейных однородных уравнений. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Балансовые соотношения. Продуктивные модели Леонтьева.

Раздел 3. Векторная алгебра. Основные понятия. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Произведения векторов и их свойства.

Раздел 4. Линейные операторы. Базис векторного пространства. Переход к новому базису. Линейные операторы и действия с ними. Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Линейная модель обмена. Квадратичные формы.

Раздел 5. Аналитическая геометрия на плоскости. Системы координат на плоскости. Преобразования системы координат. Линии на плоскости. Уравнения прямой на плоскости. Линии второго порядка.

Раздел 6. Аналитическая геометрия в пространстве. Уравнения плоскости и прямой в трехмерном пространстве. Основные задачи. Поверхности второго порядка.

Заведующий кафедрой _______________ / Тищрова А.Ю. /
подпись И. О. Ф.

РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу, оценочные и методические материалы по дисциплине

Б1.Б.08 Линейная алгебра

(наименование дисциплины с указанием блока)

ООП ВО по направлению подготовки *38.03.01 «ЭКОНОМИКА»*,

профиль подготовки *«Бухгалтерский учет, анализ и аудит»*

по программе *бакалавриата*

Замараевой Л.В. (далее по тексту рецензент), проведена рецензия рабочей программы, оценочных и методических материалов по дисциплине ***«Линейная алгебра»*** ООП ВО по направлению подготовки ***38.03.01 «Экономика»*** профиль подготовки ***«Бухгалтерский учет, анализ и аудит»***, по программе ***бакалавриата***, разработанной в ГАОУ АО ВО "Астраханский государственный архитектурно-строительный университет", на кафедре ***«Системы автоматизированного проектирования и моделирования»*** (разработчик – ***доцент, к.т.н., Садчиков Павел Николаевич***).

Рассмотрев представленные на рецензию материалы, рецензент пришел к следующим выводам:

Предъявленная рабочая программа учебной дисциплины ***«Линейная алгебра»*** (далее по тексту Программа) соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки ***38.03.01 «Экономика»,*** утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от *12.11.2015 №1327* и зарегистрированного в Минюсте России *30.11.2015 №39906.*

Представленная в Программе актуальность учебной дисциплины в рамках реализации ООП ВО не подлежит сомнению – дисциплина относится к ***базовой*** части учебного цикла Блок 1 «Дисциплины».

Представленные в Программе цели учебной дисциплины соответствуют требованиям ФГОС ВО направления подготовки ***38.03.01 «Экономика»,*** профиль подготовки ***«Бухгалтерский учет, анализ и аудит».***

В соответствии с Программой за дисциплиной ***«Линейная алгебра»*** закреплены ***2 компетенции***, которые реализуются в объявленных требованиях.

Результаты обучения, представленные в Программе в категориях знать, уметь, владеть соответствуют специфике и содержанию дисциплины и демонстрируют возможность получения заявленных результатов.

Информация о взаимосвязи изучаемых дисциплин и вопросам исключения дублирования в содержании дисциплин соответствует действительности. Учебная дисциплина ***«Линейная алгебра»*** взаимосвязана с другими дисциплинами ООП ВО по направлению подготовки ***38.03.01 «Экономика»,*** профиль подготовки ***«Бухгалтерский учет, анализ и аудит»*** и возможность дублирования в содержании отсутствует.

Представленная Программа предполагает использование современных образовательных технологий при реализации различных видов учебной работы. Формы образовательных технологий соответствуют специфике дисциплины.

Представленные и описанные в Программе формы текущей оценки знаний соответствуют специфике дисциплины и требованиям к выпускникам.

Форма промежуточной аттестации знаний ***бакалавра***, предусмотренная Программой, осуществляется в форме ***экзамена.*** Формы оценки знаний, представленные в Рабочей программе, соответствуют специфике дисциплины и требованиям к выпускникам.

Учебно-методическое обеспечение дисциплины представлено основной, дополнительной литературой, интернет-ресурсами и соответствует требованиям ФГОС ВО направления подготовки ***«Экономика»,*** профиль подготовки ***«Бухгалтерский учет, анализ и аудит».***

Материально-техническое обеспечение соответствует требованиям ФГОС ВО направления подготовки ***«Экономика»*** профиль подготовки ***«Бухгалтерский учет, анализ и аудит»*** и специфике дисциплины ***«Линейная алгебра»*** и обеспечивает использование современных образовательных, в том числе интерактивных методов обучения.

Представленные на рецензию оценочные и методические материалы направления подготовки ***«Экономика»*** разработаны в соответствии с нормативными документами, представленными в программе. Оценочные и методические материалы по дисциплине ***«Линейная алгебра»*** предназначены для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации и представляют собой совокупность разработанных кафедрой ***«Системы автоматизированного проектирования и моделирования»*** материалов для установления уровня и качества достижения обучающимися результатов обучения.

Задачами оценочных и методических материалов является контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений, навыков и компетенций, заявленных в образовательной программе по данному направлению.

Оценочные и методические материалы по дисциплине ***«Линейная алгебра»*** представлены в виде типовых вопросов и заданий к проведению письменного опроса, защиты лабораторных работ, тестирования, контрольной работы и экзамена.

Данные материалы позволяют в полной мере оценить результаты обучения по дисциплине ***«Линейная алгебра»*** в АГАСУ, а также оценить степень сформированности коммуникативных умений и навыков в сфере профессионального общения.

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

На основании проведенной рецензии можно сделать заключение, что характер, структура и содержание рабочей программы, оценочные и методические материалы дисциплины ***Б1.Б.08 «Линейная алгебра»*** ООП ВО по направлению подготовки ***«Экономика»*** по программе ***бакалавриата,*** разработанные ***доцентом, к.т.н., Садчиковым Павлом Николаевичем*** соответствуют требованиям ФГОС ВО, современным требованиям отрасли, рынка труда, профессиональных стандартов направления подготовки ***38.03.01 «Экономика»*** по профилю подготовки ***«Бухгалтерский учет, анализ и аудит»*** и могут быть рекомендованы к использованию.

Рецензент:
Заместитель директора операционного офиса «Территориальный офис Астраханский» Южного филиала ПАО РОСБАНК

_________________ / Л.В. Замараева /
(подпись) И. О. Ф.

Подпись Замараевой Л.В. заверяю

_________________ / Чабанова В. /
(подпись) И. О. Ф.

Министерство образования и науки Астраханской области
Государственное автономное образовательное учреждение
Астраханской области высшего образования
«Астраханский государственный архитектурно-строительный университет»
(ГАОУ АО ВО «АГАСУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор

_____________ / И. Ю. Петрова /
Подпись *И. О. Ф.*

«25» 05 2017 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Наименование дисциплины Линейная алгебра
(указывается наименование в соответствии с учебным планом)

По направлению подготовки 38.03.01 «ЭКОНОМИКА»
(указывается наименование направления подготовки в соответствии с ФГОС)

По профилю подготовки «Экономика предприятий и организаций»,
«Бухгалтерский учет, анализ и аудит»
(указывается наименование профиля в соответствии с ООП)

Кафедра Системы автоматизированного проектирования и моделирования

Квалификация (степень) выпускника **бакалавр**

Астрахань - 2017

Разработчик:

доцент, к.т.н.		П.Н. Садчиков
(занимаемая должность, ученая степень, ученое звание)	(подпись)	(инициалы, фамилия)

Оценочные и методические материалы разработаны для учебного плана 2017 г.

Оценочные и методические материалы рассмотрены и одобрены на заседании кафедры «Системы автоматизированного проектирования и моделирования»

Протокол № 10 от 25.08 2017г.

Заведующий кафедрой /________/ И.Ю. Петрова
(подпись)

Согласовано:

Председатель МКН «Экономика»
профиль «Экономика предприятий и организаций» ______ / И.И. Потапова
(подпись) (инициалы, фамилия)

Председатель МКН «Экономика»
профиль «Бухгалтерский учет, анализ и аудит» ______ / И.И. Потапова
(подпись) (инициалы, фамилия)

Начальник УМУ ______ / Ю.Н. Шукшина
(подпись) (инициалы, фамилия)

Специалист УМУ ______ / Р.А. Рудикова /
(подпись) (инициалы, фамилия)

Содержание

1. Оценочные и методические материалы для проведения промежуточной аттестации и текущего контроля обучающихся по дисциплине

Оценочные и методические материалы являются неотъемлемой частью рабочей программы дисциплины и представлены в виде отдельного документа.

1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Индекс и формулировка компетенции N	Номер и наименование результатов образования по дисциплине (в соответствии с разделом 2)	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п. 5.1)						Формы контроля с конкретизацией задания
		1	2	3	4	5	6	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ОПК – 2: способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.	Знать:							
	основные математические термины и понятия, преобразовывать их в соответствии с решаемой задачей (анализировать, обобщать, систематизировать, имеющиеся данные, и оценивать полученный результат)	X	X	X	X	X	X	Тестирование Экзамен
	Уметь:							
	адекватно воспринимать математическую информацию в различных источниках	X	X	X	X	X	X	Тестирование Опрос (письменный) Экзамен
	Владеть:							
	элементами причинно-следственного анализа; навыками исследования несложных математических связей и зависимостей; приемами определения математических характеристик изучаемого объекта, выбора адекватных моделей для сравнения, сопоставления и оценки объектов	X	X	X	X	X	X	Контрольная работа Защита лабораторных работ Экзамен
ПК – 4: способностью на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.	**Знать:**							
	способы и средства описания экономических процессов и явлений на основе методов линейной алгебры и аналитической геометрии	X	X	X	X	X	X	Тестирование Экзамен
	Уметь:							
	применять линейные модели многоотраслевой экономики и продуктивные модели Леонтьева при решении прикладных задач	X	X	X	X	X	X	Тестирование Опрос (письменный), Экзамен
	Владеть:							
	методами поиска решений задач алгебры и геометрии в приложении к исследованию экономических процессов и явлений	X	X	X	X	X	X	Контрольная работа Защита лабораторных работ Экзамен

1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

1.2.1. Перечень оценочных средств текущей формы контроля

Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	**2**	**3**
Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
Защита лабораторной работы	Средство, позволяющее оценить умение и владение обучающегося излагать суть поставленной задачи, самостоятельно применять стандартные методы решения поставленной задачи с использованием имеющейся лабораторной базы, проводить анализ полученного результата работы. Рекомендуется для оценки умений и владений студентов	Темы лабораторных работ и требования к их защите
Опрос (письменный)	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде опроса студентов	Вопросы по темам/разделам дисциплины
Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося	Фонд тестовых заданий

1.2.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций по дисциплине на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Компетенция, этапы освоения компетенции	Планируемые результаты обучения	Показатели и критерии оценивания результатов обучения			
		Ниже порогового уровня (не удовл.)	Пороговый уровень (удовл.)	Продвинутый уровень (хорошо)	Высокий уровень (отлично)
1	2	3	4	5	6
ОПК – 2 - способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	Знает: (ОПК-2) основные математические термины и понятия, преобразовывать их в соответствии с решаемой задачей (анализировать, обобщать, систематизировать, имеющиеся данные, и оценивать полученный результат)	Испытывает сложности при определении основных понятий и зависимостей, изучаемых в математике	Демонстрирует знание математических терминов и понятий, допускает существенные ошибки при анализе, обобщении и систематизации имеющихся данных	Выполняет поиск решений типовых задач и имеет четкое систематизированное знание основных алгебраических понятий и закономерностей, оценивает полученный результат и дает его экономическую интерпретацию	Выполняет поиск решений нестандартных математических задач и способен самостоятельно выводить формулы зависимостей между параметрами моделируемых объектов
	Умеет: (ОПК-2) адекватно воспринимать математическую информацию в различных источниках	Наличие существенных ошибок в использовании основных понятий и формул математики в профессиональной деятельности	Демонстрирует отдельные и не систематизированные навыки решения прикладных задач в математической постановке, допускает существенные ошибки	Демонстрирует навыки использования математических алгоритмов в профессиональной деятельности, допускает единичные ошибки	Способен самостоятельно выводить зависимости между параметрами и обоснованно реализовывать аппарат линейной алгебры в профессиональной деятельности
	Владеет: (ОПК-2) элементами причинно-следственного анализа; навыками исследования несложных математических связей и зависимостей; приемами определения математических характеристик изучаемого объекта, выбора адекватных моделей для сравнения, сопоставления и оценки объектов	Наличие существенных ошибок в процессе установления причинно-следственных связей при сопоставлении и оценке объектов профессиональной деятельности	Демонстрирует навыки самостоятельного решения типовых задач линейной алгебры и геометрии, допускает ошибки при анализе и обработке данных реальных задач экономической направленности	Демонстрирует устойчивые навыки самостоятельного решения типовых задач, допускает незначительные ошибки при выборе методов решения прикладных задач	Способен самостоятельно и правильно реализовывать методы решения прикладных задач профессиональной направленности

ПК – 4 - способностью на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.	Знает: (ПК-4) способы и средства описания экономических процессов и явлений на основе методов линейной алгебры и аналитической геометрии	Испытывает сложности при формализации результатов теоретического и экспериментального исследований в виде зависимостей, изучаемых в математике	Демонстрирует знание отдельных понятий, теорем и свойств объектов, изучаемых в математике	Выполняет поиск решений типовых задач и имеет четкое представление об основных принципах формирования математических зависимостей	Имеет системное представление об основных математических понятиях и закономерностях и вариантах их приложения к реализации моделей объектов исследования
	Умеет: (ПК-4) применять линейные модели многоотраслевой экономики и продуктивные модели Леонтьева при решении прикладных задач	Наличие существенных ошибок в процессе применения математического аппарата при решении профессиональных задач архитектурного проектирования	Демонстрирует отдельные и не систематизированные навыки использования математического аппарата при решении профессиональных задач, допускает существенные ошибки	Демонстрирует навыки владения и использования математического аппарата при решении профессиональных задач, допускает единичные ошибки	Способен самостоятельно, правильно владеть методами использования математического аппарата при решении профессиональных задач
	Владеет: (ПК-4) методами поиска решений задач алгебры и геометрии в приложении к исследованию экономических процессов и явлений	Наличие существенных ошибок в процессе применения методов математического аппарата при описании экономических процессов и явлений	Демонстрирует отдельные навыки применения методов математического аппарата при решении профессиональных задач, допускает ошибки при анализе полученных результатов	Демонстрирует способность построения стандартных теоретических и эконометрических моделей, приложения методов математического аппарата при решении профессиональных задач	Способен самостоятельно и правильно реализовывать методы математического аппарата при реализации эконометрических моделей, интерпретировать полученные результаты

1.2.3. Шкала оценивания

Уровень достижений	Отметка в 5-бальной шкале	Зачтено/ не зачтено
высокий	«5»(отлично)	зачтено
продвинутый	«4»(хорошо)	зачтено
пороговый	«3»(удовлетворительно)	зачтено
ниже порогового	«2»(неудовлетворительно)	не зачтено

2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения образовательной программы

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ:

2.1. Экзамен

а) типовые вопросы к экзамену (Приложение 1)

б) критерии оценивания

При оценке знаний на экзамене учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	**2**	**3**
1	Отлично	Ответы на поставленные вопросы излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений. Полно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Делаются обоснованные выводы. Демонстрируются глубокие знания базовых нормативно-правовых актов. Соблюдаются нормы литературной речи.
2	Хорошо	Ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно. Базовые нормативно-правовые акты используются, но в недостаточном объеме. Материал излагается уверенно. Раскрыты причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер. Соблюдаются нормы литературной речи.
3	Удовлетворительно	Допускаются нарушения в последовательности изложения. Имеются упоминания об отдельных базовых нормативно-правовых актах. Неполно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируются поверхностные знания вопроса, с трудом решаются конкретные задачи. Имеются затруднения с выводами. Допускаются нарушения норм литературной речи.
4	Неудовлетворительно	Материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний по дисциплине. Не раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Не проводится анализ. Выводы отсутствуют. Ответы на дополнительные вопросы отсутствуют. Имеются заметные нарушения норм литературной речи.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ:

2.2. Контрольная работа

а) типовые задания к контрольной работе (Приложение 2)

б) критерии оценивания

Контрольная работа выполняется в письменной форме. При оценке работы студента учитывается:

1. Правильное раскрытие содержания основных вопросов темы, правильное решение задач.

2. Самостоятельность суждений, творческий подход, научное обоснование раскрываемой проблемы.

3. Правильность использования цитат (если цитата приводится дословно, то надо взять ее в кавычки и указать источник с указанием фамилии автора, названия произведения, места и города издания, тома, части, параграфа, страницы).

4. Наличие в конце работы полного списка литературы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	Отлично	Студент выполнил работу без ошибок и недочетов, допустил не более одного недочета
2	Хорошо	Студент выполнил работу полностью, но допустил в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух недочетов
3	Удовлетворительно	Студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил не более двух грубых ошибок, или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух-трех негрубых ошибок, или одной негрубой ошибки и трех недочетов, или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов, плохо знает материал, допускает искажение фактов
4	Неудовлетворительно	Студент допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3», или если правильно выполнил менее половины работы
5	Зачтено	Выполнено правильно не менее 50% заданий, работа выполнена по стандартной или самостоятельно разработанной методике, в освещении вопросов не содержится грубых ошибок, по ходу решения сделаны аргументированные выводы, самостоятельно выполнена графическая часть работы
6	Не зачтено	Студент не справился с заданием (выполнено правильно менее 50% задания варианта), не раскрыто основное содержание вопросов, имеются грубые ошибки в освещении вопроса, в решении задач, в выполнении графической части задания и т.д., а также выполнена не самостоятельно.

2.3. Опрос (письменный)

а) типовые вопросы (Приложение 3)

б) критерии оценивания

При оценке знаний на опросе (письменном) учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.

2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.

3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

Опрос письменный (блиц – опрос)

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	**2**	**3**
1	Отлично	Вопрос раскрыт полностью, точно обозначены основные понятия и характеристики по теме
2	Хорошо	Вопрос раскрыт, однако нет полного описания всех необходимых элементов.
3	Удовлетворительно	Вопрос раскрыт не полно, присутствуют грубые ошибки, однако есть некоторое понимание раскрываемых понятий.
4	Неудовлетворительно	Ответ на вопрос отсутствует или в целом не верен

2.4. Защита лабораторной работы

а) *типовые задания (Приложение 4)*

б) *критерии оценивания*

При оценке знаний на защите лабораторной работы учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	**2**	**3**
1	Отлично	Студент правильно называет метод исследования, правильно называет прибор, правильно демонстрирует методику исследования /измерения, правильно оценивает результат.
2	Хорошо	Студент правильно называет метод исследования, правильно называет прибор, допускает единичные ошибки в демонстрации методики исследования /измерения и оценке его результатов
3	Удовлетворительно	Студент неправильно называет метод исследования, но при этом дает правильное название прибора. Допускает множественные ошибки в демонстрации методики исследования /измерения и оценке его результатов
4	Неудовлетворительно	Студент неправильно называет метод исследования, дает неправильное название прибора. Не может продемонстрировать методику исследования /измерения, а также оценить результат

2.5. Тест

а) типовые вопросы (Приложение 5)

б) критерии оценивания

При оценке знаний оценивания тестов учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	**2**	**3**
1	Отлично	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 90% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал правильный и полный ответ.
2	Хорошо	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 75% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал правильный ответ, но допустил незначительные ошибки и не показал необходимой полноты.
3	Удовлетворительно	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 50% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал непротиворечивый ответ, или при ответе допустил значительные неточности и не показал полноты.
4	Неудовлетворительно	если студентом не выполнены условия, предполагающие оценку «Удовлетворительно».
5	Зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровнях «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».
6	Не зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровне «неудовлетворительно».

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций

Поскольку учебная дисциплина призвана формировать несколько дескрипторов компетенций, процедура оценивания реализуется поэтапно:

1-й этап: оценивание уровня достижения каждого из запланированных результатов обучения – дескрипторов (знаний, умений, владений) в соответствии со шкалами и критериями, установленными матрицей компетенций ООП (приложение к ООП). Экспертной оценке преподавателя подлежат уровни сформированности отдельных дескрипторов, для оценивания которых предназначена данная оценочная процедура текущего контроля или промежуточной аттестации согласно матрице соответствия оценочных средств результатам обучения по дисциплине.

2-этап: интегральная оценка достижения обучающимся запланированных результатов обучения по итогам отдельных видов текущего контроля и промежуточной аттестации.

Характеристика процедур текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

№	Наименование оценочного средства	Периодичность и способ проведения процедуры оценивания	Виды выставляемых оценок	Способ учета индивидуальных достижений обучающихся
1.	Экзамен	Раз в семестр, по окончании изучения дисциплины	По пятибалльной шкале	Ведомость, зачетная книжка, учебная карточка, портфолио
2.	Контрольная работа	Раз в семестр, по окончании изучения дисциплины	По пятибалльной шкале или зачтено/незачтено	Контрольная тетрадь. журнал успеваемости преподавателя
3.	Защита лабораторной работы	Систематически на занятиях	По пятибалльной шкале или зачтено/незачтено	Лабораторная тетрадь. журнал успеваемости преподавателя
4.	Тестирование	Систематически на занятиях	По пятибалльной шкале или зачтено/незачтено	Журнал успеваемости преподавателя
5.	Опрос	Систематически на занятиях	По пятибалльной шкале	Журнал успеваемости преподавателя

Удовлетворительная оценка по дисциплине, может выставляться и при неполной сформированности компетенций в ходе освоения отдельной учебной дисциплины, если их формирование предполагается продолжить на более поздних этапах обучения, в ходе изучения других учебных дисциплин.

Приложение 1

Примерные вопросы и задания
к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра»

Теоретические вопросы

ОПК-2: ***Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»***

1. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора
2. Базис линейного векторного пространства и координаты вектора
3. N-мерный вектор. Линейные операции над n -мерными векторами
4. N-мерное векторное пространство. Базис. Линейная независимость векторов
5. Матрица линейного оператора. Действия с линейными операторами
6. Евклидово пространство. Ортонормированный базис
7. Линейные операторы. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах
8. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей
9. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи
10. Уравнение прямой в пространстве. Основные задачи
11. Прямая на плоскости. Основные задачи
12. Канонические уравнения поверхностей второго порядка
13. Квадратичные формы
14. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений
15. Определители. Основные свойства определителей
16. Определители. Основные свойства определителей
17. Ранг матрицы. Линейная независимость рядов матрицы

ПК-4: ***Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»***

18. Продуктивные модели Леонтьева
19. Балансовые соотношения. Линейная модель многоотраслевой экономики
20. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики
21. Определители. Основные свойства определителей
22. Линейные операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц. Умножение матриц
23. Квадратичные формы
24. Линии на плоскости. Линии второго порядка
25. Системы координат на плоскости. Преобразования системы координат
26. Прямая на плоскости. Основные задачи
27. Плоскость в трехмерном пространстве. Основные задачи
28. Прямая в пространстве. Основные задачи
29. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи
30. Поверхности второго порядка
31. Канонические уравнения поверхностей второго порядка
32. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений

ОПК-2: ***Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»***

33. Нахождение общего решения неоднородных систем линейных уравнений
34. Нахождение общего решения систем линейных однородных уравнений
35. Определение линейной зависимости рядов матрицы
36. Определение линейной независимости рядов матрицы
37. Алгоритм нахождения обратной матрицы
38. Линейные операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц
39. Деление отрезка в данном отношении

40. Преобразования системы координат
41. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора
42. Действия с линейными операторами
43. Базис линейного векторного пространства. Переход к новому базису
44. Линейные операции над n-мерными векторами
45. Скалярное произведение векторов и его свойства
46. Разложение вектора по ортам координатных осей

ПК-4: ***Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»***

47. Нахождение общего решения неоднородных систем линейных уравнений
48. Нахождение общего решения систем линейных однородных уравнений
49. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений
50. Формулы Крамера для решения систем линейных алгебраических уравнений
51. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений
52. Определение линейной зависимости рядов матрицы
53. Определение линейной независимости рядов матрицы
54. Определения ранга матрицы
55. Алгоритм нахождения обратной матрицы
56. Алгоритм вычисления определителей
57. Умножение матриц
58. Линейные операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц
59. Действия с матрицами. Операция транспонирования

Практические задания

ОПК-2, ПК-4: ***Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»***

1. Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки F(0; 1/4) равно расстоянию этой же точки от прямой y= -1/4.
2. Определить траекторию точки М, которая движется так. что остается вдвое дальше от точки F(-8;0), чем от прямой x = -2.
3. Дана точка А(a;0). По оси Оу движется точка В. На прямой ВЕ, параллельной оси Ох. Откладываются отрезки ВМ И BM_1 равные АВ. Определить геометрическое место точек М и M_1.
4. Дана окружность $x^2 + y^2 = 4$. Из точки ее А(-2;0) проведена хорда АВ и продолжена на расстоянии ВМ=АВ. Определить геометрическое место точки М.
5. Написать уравнение геометрического места точек, разность расстояний каждой из которых от точек $F_1(-2; -2)$ и $F_2(2; 2)$ равна 4.
6. Написать уравнение геометрического места точек, равноудаленных от точки F(2; 2) и от оси Ох.
7. Написать уравнение геометрического места точек, сумма расстояний каждой из которых от точек $F_1(2; 0)$ и $F_2(-2; 0)$ равна $2\sqrt{5}$. Построить линию.
8. Написать уравнение траектории точки М(x; y),которая при своем движении остается втрое дальше от точки А(0; 9), чем от точки В(0; 2).
9. Составить уравнение линии, для каждой точки которой расстояние до начала координат и до точки А (0; 5) относятся как 3:2.
10. Дана окружность $x^2 + y^2 =4$. Из точки А (-2; 0) проведена хорда АВ, которая продолжена на расстояние $|BM| = |AB|$. Найти множество точек М.
11. Составить уравнение множества точек, расстояния которых от точки А (0; 1) в два раза меньше расстояния до прямой y – 4 = 0.
12. Написать уравнение множества точек, одинаково удаленных от точки F (0; 2) и прямой y = 4. Найти точки пересечения этой кривой с осями координат и построить ее.
13. Написать уравнение множества точек, равноудаленных от начала координат и от прямой x = -4. Найти точки пересечения этой линии с осями координат и построить ее.
14. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой вдвое дальше от точки F (-8; 0), чем от прямой x = -2.
15. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноудалена от точки А (2; 6) и от прямой y + 2 = 0.

Комплект контрольных заданий по вариантам
по дисциплине «Линейная алгебра»

ОПК-2, ПК-4: ***Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»***

Вариант 1

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы **a**=(1; 2; 3), **b**=(-1; 3; 2), **c**=(7; -3; 5) и **d**=(6; 10; 17) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ **:** $A_1(4; 2; 5)$, $A_2(0; 7; 2)$, $A_3(0; 2; 7)$, $A_4(1; 5; 0)$. Найти:1) длину ребра A_1A_2**;** 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Уравнение одной из сторон квадрата x + 3y – 5 = 0. Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если P(-1;0) – точка пересечения его диагоналей.

Задание 5.
Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой от начала координат и от точки A (5; 0) относятся как 2:1.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1 = 4x_1 + 3x_2 + 5x_3, \\ x_2 = 6x_1 + 7x_2 + x_3, \\ x_3 = 9x_1 + x_2 + 8x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^{//} = -x_1^{/} + 3x_2 - 2x_3^{/}, \\ x_2^{//} = -4x_1^{/} + x_2^{/} + 2x_3^{/}, \\ x_3^{//} = 3x_1^{/} + 4x_2^{/} + 5x_3^{/}. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее $x^{//}_1$, $x^{//}_2$, $x^{//}_3$ через x_1, x_2, x_3.

Вариант 2

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 6. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы **a**=(4; 7; 8), **b**=(9; 1; 3), **c**=(2; -4; 1) и **d**=(1; -13; -13) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: $A_1(4; 4; 10)$,$A_2(4;10;2)$, $A_3(2; 8; 4)$, $A_4(9; 6; 4)$. Найти:1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Даны уравнения одной из сторон ромба $x - 3y + 10 = 0$ и одной его диагоналей $x + 4y - 4 = 0$; диагонали ромба пересекаются в точке P(0;1). Найти уравнения остальных сторон ромба.

Задание 5.
Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки А (-1; 0) вдвое меньше расстояния ее от прямой $x = -4$.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = x_1 - x_2 - x_3, \\ x_2 = -x_1 + 4x_2 + 7x_3, \\ x_3 = 8x_1 + x_2 - x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 9x_1' + 3x_2 - 5x_3', \\ x_2'' = 2x_1' + 3x_3', \\ x_3'' = x_2' + x_3'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 3

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы **a**=(8; 2; 3), **b**=(4; 6; 10), **c**=(3; -2; 1) и **d**=(7; 4; 11) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:$A_1(4;6;5)$, $A_2(6;9;4)$, $A_3(2; 10; 10)$, $A_4(7; 5; 9)$. Найти:1) длину ребра A_1A_2; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Уравнения двух сторон параллелограмма $x + 2y + 2 = 0$ и $x + y - 4 = 0$, а уравнение одной из диагоналей $x - 2 = 0$. Найти координаты вершин параллелограмма. Сделать чертеж.

Задание 5.
Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки А (2; 0) и от прямой $5x + 8 = 0$ относятся как 5:4.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = 7x_1 + 4x_3, \\ x_2' = 4x_2 + 9x_3, \\ x_3' = 3x_1 + x_2; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = x_2 - 6x_3', \\ x_2'' = 3x_1' + 7x_3', \\ x_3'' = x_1' + x_2' - x_3'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 4

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы **a**=(10; 3; 1), **b**=(1; 4; 2), **c**=(3; 9; 2) и **d**=(19; 30; 7) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: A_1 (3; 5; 4), A_2 (8; 7; 4), A_3 (5; 10; 4), A_4 (4;7;8). Найти:1)длину ребра A_1A_2; 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Даны две вершины A (-3; 3) и B (5; -1) и точка D (4; 3) пересечения высот треугольника. Сделать чертеж.

Задание 5.
Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки A (4; 0), чем от точки B (1; 0).

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = 2x_2, \\ x_2' = -2x_1 + 3x_2 + 2x_3, \\ x_3 = 4x_1 - x_2 + 5x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = -3x_1' + 6x_3', \\ x_2'' = 2x_1' + 7x_3', \\ x_3'' = -x_2' + 3x_3'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 5

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы **a**=(2; 4; 1), **b**=(1; 3; 6), **c**=(5; 3; 1) и **d**=(24; 20; 6) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, b, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ **:** A_1(10;6;6), A_2(-2;8;-2), A_3 (6;8;9), A_4 (7;10;3). Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.

Задание 4.
Даны вершины A (-3; -2), B (4; -1), C (1; 3). Трапеция ABCD (AD || BC). Известно, что диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Найти координаты вершины D этой трапеции. Сделать чертеж.

Задание 5.
Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки A (2; 0) и от прямой 2x + 5 = 0 относятся, как 4:5.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = 3x_1 - x_2 + 5x_3, \\ x_2 = x_1 + 2x_2 + 4x_3, \\ x_3 = 3x_1 + 2x_2 + x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 4x_1' + 3x_2' + x_3', \\ x_2'' = 3x_1' + x_2 + 2x_3', \\ x_3'' = x_1' + 2x_2' + x_3. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 6

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a(1; 7; 3), b(3; 4; 2), c(4; 8; 5) и d(7; 32; 14) в некотором базисе . Показать, что векторы **а, в, с** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$**:** A_1 (1;8;2), A_2 (5; 2; 6), A_3 (5; 7; 4), A_4 (4; 10; 9). Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.

Задание 4.
Даны уравнения двух сторон треугольника 5x – 4y + 15 = 0 и 4x + y – 9 = 0. Его медианы пересекаются в точке P(0;2). Составить уравнение третьей стороны треугольника. Сделать чертеж.

Задание 5.
Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки А (3; 0) вдвое меньше расстояния от точки В (26; 0).
Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1 = 4x_1 + 3x_2 + 2x_3, \\ x_2 = -2x_1 + x_2 - x_3, \\ x_3 = 3x_1 + x_2 + x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^{//} = x_1^{/} - 2x_2^{/} - x_3, \\ x_2^{//} = 3x_1^{/} + x_2^{/} + 2x_3, \\ x_3^{//} = x_1^{/} + 2x_2^{/} + 2x_3. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее $x^{//}_1$, $x^{//}_2$, $x^{//}_3$ через x_1, x_2, x_3.

Вариант 7

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a(1; -2; 3), b(4; 7; 2), c(6; 4; 2) и d(14; 18; 6) в некотором базисе. Показать, что векторы **а, в, с** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$**:** A_1 (6; 6; 5), A_2 (4; 9;5), A_3 (4; 6; 11), A_4 (6;9;3). Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.

Задание 4.

Даны две вершины A (2; -2) и B (3;-1) и точка P(1; 0) пересечения медиан треугольника ABC. Составить уравнение высоты треугольника, проведенной через третью вершину C.

Задание 5.

Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точки A (0; 2) и от прямо y – 4 = 0.

Задание 6.

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1 = 4x_1 + 3x_2 + 8x_3, \\ x_2^{/} = 6x_1 + 9x_2 + x_3, \\ x_3 = 2x_1 + x_2 + 8x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^{//} = -x_1^{/} + 8x_2 - 2x_3^{/}, \\ x_2^{//} = -4x_1^{/} + 3x_2^{/} + 2x_3^{/}, \\ x_3^{//} = 3x_1^{/} - 8x_2^{/} + 5x_3^{/}. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее $x^{//}_1$, $x^{//}_2$, $x^{//}_3$ через x_1, x_2, x_3.

Вариант 8

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -9. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.

Даны векторы a (1; 4; 3), b (6; 8; 5), c (3; 1; 4), d (21; 18; 33) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, в, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.

Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$**:** A_1 (7; 2; 2), A_2 (5; 7; 7), A_3 (5; 3; 1), A_4 (2; 3; 7). Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.

Даны уравнения двух высот треугольника x + y = 4 и y = 2x и одна из его вершин A (0; 2). Составить уравнения треугольника. Сделать чертеж.

Задание 5.

Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноотстоит от оси ординат и от окружности $x^2 + y^2 = 4x$.

Задание 6.

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1 = x_1 - 3x_2 + 4x_3, \\ x_2^{/} = 2x_1 + x_2 - 5x_3, \\ x_3 = -3x_1 + 5x_2 + x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^{//} = 4x_1^{/} + 5x_2^{/} - 3x_3^{/}, \\ x_2^{//} = x_1^{/} - x_2^{/} - x_3^{/}, \\ x_3^{//} = 7x_1^{/} + 4x_3^{/}. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее $x^{//}_1$, $x^{//}_2$, $x^{//}_3$ через x_1, x_2, x_3.

Вариант 9

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = 31, \\ 4x_1 + 11x_3 = -43, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -20. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:

1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.

Даны векторы a (2; 7; 3), b (3; 1; 8), c (2; -7; 4) и d (16; 14; 27) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, в, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.

Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ **:**A_1 (8; 6; 4),A_2 (10;5;5), A_3 (5; 6; 8), A_4 (8; 10; 7). Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 ***и*** A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.

Задание 4.

Даны уравнения двух медиан треугольника x – 2y + 1 = 0 и y – 1 = 0 и одна из его вершин A (1; 3). Составить уравнения его сторон.

Задание 5.

Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноудалена от точки A (2; 6) и от прямой y + 2 = 0.

Задание 6.

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1 = 3x_1 + 3x_2 + 8x_3, \\ x_2 = 6x_1 + 9x_2 + x_3, \\ x_3 = 3x_2 - 6x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^{//} = -2x_1^{/} - x_2^{/} - 5x_3^{/}, \\ x_2^{//} = 7x_1^{/} + x_2^{/} + 4x_3^{/}, \\ x_3^{//} = 6x_1^{/} + 4x_2^{/} + 7x_3^{/}. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее $x^{//}_1$, $x^{//}_2$, $x^{//}_3$ через x_1, x_2, x_3.

Вариант 10

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 20, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:

1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.

Даны векторы a (7; 2; 1), b (4; 3; 5), c (3; 4; -2) и d (2; -5; -13) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, в, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.

Даны координаты вершины пирамиды $\boldsymbol{A_1A_2A_3A_4}$ **:**A_1 (7; 7; 3), A_2 (6; 5; 8), A_3 (3; 5; 8), A_4 (8; 4; 1). Найти:1)длину ребра $\boldsymbol{A_1A_2}$**;** 2)угол между ребрами $\boldsymbol{A_1A_2}$ ***и*** $\boldsymbol{A_1A_4}$; 3)угол между ребром $\boldsymbol{A_1A_4}$ и гранью $\boldsymbol{A_1A_2A_3}$**;** 4)площадь грани $\boldsymbol{A_1A_2A_3}$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой $\boldsymbol{A_1A_2}$; 7)уравнение плоскости $\boldsymbol{A_1A_2A_3}$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины $\boldsymbol{A_4}$ на грань $\boldsymbol{A_1A_2A_3}$. Сделать чертеж.

Задание 4.

Две стороны треугольника заданы уравнениями 5x – 2y – 8 = 0 и 3x – 2y – 8 = 0, а середина третьей стороны совпадает с началом координат. Составить уравнение этой стороны. Сделать чертеж.

Задание 5.

Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой отстоит от точки A (-4; 0) втрое дальше, чем от начала координат.

Задание 6.

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1 = x_1 + 3x_2 + 8x_3, \\ x_2' = 6x_1 + 9x_2 + x_3, \\ x_3 = 2x_1 + 3x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 3x_1' + x_2', \\ x_2'' = x_1' - 2x_2' - x_3', \\ x_3'' = 3x_2' + 2x_3'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 11

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 12x_1 - 13x_2 - 4x_3 = -10, \\ 7x_1 - 9x_2 - 11x_3 = 0, \\ 12x_1 - 17x_2 - 15x_3 = -7. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:

1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a (1; 3; 2), b (3; 2; 5), c (-6; 5; -3), d (12; -10; 6) в некотором базисе. Показать, что векторы **а, в, с** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды ***$A_1A_2A_3A_4$* :** A_1 (3; 5; 4), A_2 (5; 8; 3), A_3 (1; 9; 9), A_4 (6; 4; 8).
Найти:1)длину ребра ***A_1A_2;*** 2)угол между ребрами ***A_1A_2 и A_1A_4***; 3)угол между ребром ***A_1A_4*** и гранью ***$A_1A_2A_3$;*** 4)площадь грани ***$A_1A_2A_3$***; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой ***A_1A_2***; 7)уравнение плоскости ***$A_1A_2A_3$***; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины ***A_4*** на грань ***$A_1A_2A_3$***. Сделать чертеж.

Задание 4.
Даны середины сторон треугольника: A_1 (-1; -1), B_1 (1; 9), C_1 (9; 1). Составить уравнения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

Задание 5.
Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой вдвое ближе к точке F (-1; 0), чем к прямой x = -4.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3, \\ x_2' = 2x_1 - x_2 - 3x_3, \\ x_3' = x_1 + 5x_2 + 3x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = -x_1' - 4x_2' - 2x_3', \\ x_2'' = 5x_1' + 2x_2' + 13x_3', \\ x_3'' = 3x_1' - x_2' + 5x_3'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 12

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 7x_1 - 2x_2 = -24, \\ 6x_1 - 4x_2 - 5x_3 = -37, \\ 4x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 13. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a (5; 1; 4), b (-1; 2; 3), c (-1; 3; 2), d (0; 14; 16)в некотором базисе. Показать, что векторы **а, в, с** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды ***$A_1A_2A_3A_4$*:** A_1 (2; 4; 3), A_2 (7; 6; 3), A_3 (4; 9; 3), A_4 (3; 6; 7).
Найти:1)длину ребра ***A_1A_2;*** 2)угол между ребрами ***A_1A_2 и A_1A_4***; 3)угол между ребром ***A_1A_4*** и гранью ***$A_1A_2A_3$;*** 4)площадь грани ***$A_1A_2A_3$***; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой ***A_1A_2*** ; 7)уравнение плоскости ***$A_1A_2A_3$***; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины ***A_4*** на грань ***$A_1A_2A_3$***.

Задание 4.
Даны вершины треугольника: A (1; 1), B (4; 5), C (13; -4). Составить уравнение медианы, проведенной из вершины B, и высоты, опущенной из вершины C. Вычислить площадь треугольника. Сделать чертеж.

Задание 5.
Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой вдвое ближе к прямой x = 1, чем к точке F (4; 0).

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1^{/} = 5x_1 - x_2 + 3x_3, \\ x_2^{/} = x_1 - 2x_2, \\ x_3^{/} = 7x_1 - x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^{//} = 2x_1^{/} + x_3^{/}, \\ x_2^{//} = x_1^{/} - 5x_3^{/}, \\ x_3^{//} = 2x_3^{/}. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее $x^{//}_1$, $x^{//}_2$, $x^{//}_3$ через x_1, x_2, x_3.

Вариант 13

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -21, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a (1; 2; 3), b (2; -3; 1), c (-1; 2; 1), d (2; 2; 8)в некотором базисе. Показать, что векторы **a, в, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$**:** A_1 (6; 6; 2), A_2 (5; 4; 7), A_3 (2; 4; 7), A_4 (7; 3; 0).
Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2 ; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Даны стороны треугольника: x – y = 0 (AB), x + y – 2 = 0 (AC). Составить уравнения медианы, проходящей через вершину B и высоты, проходящей через вершину A.

Задание 5.
Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой вдвое дальше от точки F (-8; 0), чем от прямой x = -2.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1^{/} = 7x_1 + 3x_2 + 4x_3, \\ x_2^{/} = 4x_2 - 9x_3, \\ x_3^{/} = 3x_1 + x_2 + x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^{//} = x_1^{/} + x_2^{/} - 6x_3^{/}, \\ x_2^{//} = 3x_1^{/} + 7x_3^{/}, \\ x_3^{//} = x_1^{/} + x_2^{/} - x_3^{/}. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее $x^{//}_1$, $x^{//}_2$, $x^{//}_3$ через x_1, x_2, x_3.

Вариант 14

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 15x_2 + 2x_3 = -6, \\ 9x_2 - 3x_3 = 3, \\ 6x_1 - 5x_2 - 2x_3 = 26. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a (2; 7; 7), b (-4; 3; 9), c (9; -6; -9), d (28; -1; 5) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, в, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$**:** A_1 (0; 7; 1), A_2 (4; 1; 5), A_3 (4; 6; 3), A_4 (3; 9; 8). Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2 ; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Даны последовательные вершины параллелограмма: A (0; 0), B (1; 3), C (7; 1). Найти угол между его диагоналями и показать, что этот параллелограмм является прямоугольником.

Задание 5.
Написать уравнение множества точек, равноудаленных от начала координат и от прямой x = -4. Найти точки пересечения этой линии с осями координат и построить ее.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1^{/} = 4x_1 + 3x_2 + 5x_3, \\ x_2^{/} = 6x_1 + 7x_2 + x_3, \\ x_3^{/} = 9x_1 + x_2 + 8x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^{//} = x_1^{/} + 5x_2 - 3x_3^{/}, \\ x_2^{//} = x_1^{/} - x_2^{/} - x_3^{/}, \\ x_3^{//} = 7x_1^{/} + 4x_3^{/}. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее $x^{//}_1$, $x^{//}_2$, $x^{//}_3$ через x_1, x_2, x_3.

Вариант 15

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 23. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.

Даны векторы a (1; 2; 1), b (2; -1; 3), c (3; -1; 4), d (5; 1; 6) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, в, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.

Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: A_1 (2; 4; 3), A_2 (4; 6; 6), A_3 (4; 2; 0), A_4 (1; 2; 6). Найти:1)длину ребра A_1A_2; 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.

Дана вершина треугольника A (3; 9) и уравнения медиан: $y - 6 = 0$; $3x - 4y + 9 = 0$. Найти координаты двух вершин.

Задание 5.

Написать уравнение множества точек, одинаково удаленных от точки F (0; 2) и прямой $y = 4$. Найти точки пересечения этой кривой с осями координат и построить ее.

Задание 6.

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1^{/} = 7x_2 - x_3, \\ x_2^{/} = x_1 - 2x_2, \\ x_3^{/} = 5x_1 + x_2 + 3x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^{//} = 2x_1^{/}, \\ x_2^{//} = x_2^{/} - 5x_3^{/}, \\ x_3^{//} = 2x_1^{/} + x_3^{/}. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее $x^{//}_1$, $x^{//}_2$, $x^{//}_3$ через x_1, x_2, x_3.

Вариант 16

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 4x_1 - 7x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 16, \\ 3x_1 - 8x_2 - 7x_3 = 22. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a (5; 2; 1), b (8; -3; 2), c (-1; 2; 3), d (7; 9; 1) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, в, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: A_1 (5; -1; 3), A_2 (8; 8; -3), A_3 (2; 0; 2), A_4 (4; 1; 0).
Найти:1)длину ребра A_1A_2; 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2 ; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Даны стороны треугольника: x – y + 2 = 0 (AB), x = 2 (BC), x + y – 2 = 0 (AC). Составить уравнение прямо, проходящей через вершину B и через точку на стороне AC, делящую ее (считая от вершины A) в отношении 1:3.

Задание 5.
Найти уравнение множества точек, равноотстоящих от окружности $x^2 + 4x + y^2 = 0$ и от точки M (2; 0).

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = x_1 + 2x_2 + 3x_3, \\ x_2' = 2x_1 + 3x_2 - 4x_3, \\ x_3' = 3x_1 - 2x_2 - 5x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = x_1' + 5x_2 - 3x_3', \\ x_2'' = x_1' - x_2' - x_3', \\ x_3'' = 7x_1' + 4x_3'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 17

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 9, \\ 4x_2 + 11x_3 = 1, \\ 7x_1 - 5x_2 = -1. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a (1; 2; 3), b (-2; 3; -2), c (3; -4; -5), d (6; 20; 6) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, в, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: A_1 (6; 1; 1), A_2 (4; 6; 6), A_3 (4; 2; 0), A_4 (1; 2; 6).
Найти:1)длину ребра A_1A_2; 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2 ; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Найти уравнение прямой, проходящей через точку (-1; 1) так чтобы середина ее отрезка между прямыми $x + 2y - 1 = 0$ и $x + 2y - 3 = 0$ лежала на прямой $x - y - 1 = 0$.

Задание 5.
Составить уравнение множества точек, расстояния которых от точки A (0; 1) в два раза меньше расстояния до прямой $y - 4 = 0$.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = x_1 + 2x_2 + x_3, \\ x_2' = 3x_1 - 5x_2 + 3x_3, \\ x_3' = 2x_1 + 7x_2 - x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = x_1' + x_2' - x_3', \\ x_2'' = 4x_1' - 3x_2' + x_3', \\ x_3'' = 2x_1' + x_2'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 18

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -2, \\ 4x_1 - x_2 + 9x_3 = -6. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a (4; 2; 5), b (-3; 5; 6), c (2; -3; -2), d (8; 11; 13) в некотором базисе. Показать, что векторы **а, в, с** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$**:** A_1 (3; 3; 4), A_2 (6; 9; 1), A_3 (1; 7; 3), A_4 (8; 5; 8). Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 ***и*** A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
В треугольнике ABC даны: уравнение стороны AB $3x + 2y = 12$, уравнение высоты BM $x + 2y = 4$, уравнение высоты AM $4x + y = 6$, где M – точка пересечения высот. Написать уравнения сторон AC, BC и высоты CM.

Задание 5.
Дана окружность $x^2 + y^2 = 4$. Из точки A (-2; 0) проведена хорда AB, которая продолжена на расстояние |BM| = |AB|. Найти множество точек M.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = x_1 + x_2 + x_3, \\ x_2' = 4x_1 + 3x_2 + x_3, \\ x_3' = 2x_1 + x_2; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 7x_1' + 5x_2', \\ x_2'' = 4x_1' + 11x_3', \\ x_3'' = 2x_1' + 3x_2' + 4x_3'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 19

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a (1; 3; 2), b (-2; 3; -2), c (3; -4; -5), d (6; 20; 6) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, в, с** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ **:** A_1 (7; 2; 2), A_2 (5; 7; 7), A_3 (5; 3; 1), A_4 (2; 3; 7). Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Две стороны параллелограмма заданы уравнениями у = х – 2 и 5у = х + 6. Диагонали его пересекаются в начале координат. Написать уравнения двух других сторон параллелограмма и его диагоналей.

Задание 5.
Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояния от точки F (2; 0) к расстоянию до прямой х = 3 равно $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = 2x_1 - x_2 + 5x_3, \\ x_2' = 5x_1 + 2x_2 + 13x_3, \\ x_3' = 3x_1 - x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = x_1' + x_2' - x_3', \\ x_2'' = 4x_1' - 3x_2' + x_3', \\ x_3'' = 2x_1' + x_2'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 20

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 5. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:

1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.

Даны векторы a (1; 3; 2), b (3; -1; 5), c (-6; 5; -3), d (12; -10; 6) в некотором базисе. Показать, что векторы **а, в, с** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.

Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ **:** A_1 (1; 8; 2), A_2 (5; 2; 6), A_3 (5; 7; 4), A_4 (4; 10; 9).

Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2 ; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.

Написать уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину А (0; 2) и уравнения высот ВМ $x + y = 4$ и СМ $y = 2x$, М – точка пересечения высот.

Задание 5.

Составить уравнение линии, для каждой точки которой расстояние до начала координат и до точки А (0; 5) относятся как 3:2.

Задание 6.

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = 5x_1 + 8x_2 - x_3, \\ x_2' = x_1 + 2x_2 + 3x_3, \\ x_3' = 2x_1 - 3x_2 + 2x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 2x_1' - x_2' + 5x_3', \\ x_2'' = 5x_1' + 2x_2' + 13x_3', \\ x_3'' = 3x_1' + x_2'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 21

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:

1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a(3,-2,1), b(-1,1,-2), c(2,1,-3), и d(11,-6,5).в некотором базисе. Показать, что векторы **a, в, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$$A_1(0,0,0), A_2(3,4,-1), A_3(2,3,5), A_4(6,0,-3).$$

Найти:1)длину ребра A_1A_2; 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2 ; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Составить уравнения прямых проходящих через вершины треугольника A(5;-4), B(-1;3), C(-3,-2) параллельно противоположным сторонам.

Задание 5.
Написать уравнение траектории точки M(x; y),которая при своем движении остается втрое дальше от точки A(0;9), чем от точки B(0;2).

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = -x_1 + 3x_2 - 2x_3, \\ x_2' = -4x_1 + x_2 + 2x_3, \\ x_3' = 3x_1 + 4x_2 + 5x_3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 4x_1' + 3x_2' + 5x_3', \\ x_2'' = 6x_1' + 7x_2' + x_3', \\ x_3'' = 9x_1' + x_2' + 8x_3'; \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 22

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 6z = -1 \\ 7x + 9y - 9z = 5 \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a(2,1,0), b(1,-1,2), c(2,2,-1), и d(3,7,-7) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, в, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$$A_1(2,3,1), A_2(4,1,-2), A_3(6,5,7), A_4(-5,-4,8).$$

Найти:1)длину ребра A_1A_2; 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Даны вершины треугольника A(1;-1), B(-2;1), C(3;5. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины A на медиану проведенную на вершину B.

Задание 5.
Написать уравнение геометрического места точек, сумма расстояний каждой из которых от точек $F_1(2;0)$ и $F_2(-2;0)$ равна $2\sqrt{5}$. Построить линию.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = 9x_1 + 3x_2 - 5x_3, \\ x_2' = 2x_1 + 3x_3, \\ x_3' = x_2 + x_3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = x_1' - x_2' - x_3', \\ x_2'' = -x_1' + 4x_2' + 7x_3', \\ x_3'' = 8x_1' + x_2' - x_3'; \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 23

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 3z = 16 \\ 5y - z = 10 \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a(16,4,6), b(8,12,20), c(6,-4,2), и d(14,8,22).в некотором базисе. Показать, что векторы **а, в, с** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ **:**
$A_1(2,2,2), A_2(4,3,3), A_3(4,5,4), A_4(5,5,6).$
Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2 ; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Написать уравнение сторон и найти углы треугольника с вершинами A(0;7), B(6;-1), C(2;1).

Задание 5.
Написать уравнение геометрического места точек, равноудаленных от точки F(2;2) и от оси Ox. Построить линию.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = x_2 - 6x_3, \\ x_2' = 3x_1 + 7x_3, \\ x_3' = x_1 + x_2 - x_3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 7x_1' + 4x_3', \\ x_2'' = 4x_2' + 9x_3', \\ x_3'' = 3x_1' + x_2'; \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 24

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x - 3y + z - 2 = 0 \\ x + 5y - 4z + 5 = 0 \\ 4x + y - 3z + 4 = 0 \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a(2,14,6), b(6,8,4), c(8,16,10), и d(14,64,28).в некотором базисе. Показать, что векторы **а, в, с** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$**:**$A_1(2,-1,1)$,$A_1(5,5,4)$, $A_3(3,2,-1)$, $A_4(4,1,3)$.
Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2 ; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Составить уравнение сторон и медиан треугольника с вершинами A(3;2), B(5;-2), C(1;0).

Задание 5.
Написать уравнение геометрического места точек, разность расстояний каждой из которых от точек $F_1(-2;-2)$ и $F_2(2;2)$ равна 4. Построить линию.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = -3x_1 + 6x_3, \\ x_2' = 2x_1 + 7x_3, \\ x_3' = -x_2 + 3x_3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 2x_2', \\ x_2'' = -2x_1' + 3x_2' + 2x_3', \\ x_3'' = 4x_1' - x_2' + 5x_3'; \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 25

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x-4y+3z=1 \\ x-2y+4z=3 \\ 3x-y+5z=2 \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:

1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.

Даны векторы a(9,-6,3), b(-3,3,-6), c(6,3,-9), и d(33,-18,15).в некотором базисе. Показать, что векторы **а, в, с** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.

Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$**:** $A_1(2,3,1)$, $A_2(4,1,2)$, $A_3(6,3,7)$, $A_4(-5,-4,8)$.

Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 ***и*** A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$***;*** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.

Даны две противоположные вершины квадрата А(-1;3) и С(6;2). Составить уравнения его сторон.

Задание 5.

Дана окружность $x^2 + y^2 = 4$. Из точки ее А(-2;0) проведена хорда АВ и продолжена на расстоянии ВМ=АВ. Определить геометрическое место точки М. Сделать чертеж.

Задание 6.

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = 4x_1 + 3x_2 + x_3, \\ x_2' = 3x_1 + x_2 + 2x_3, \\ x_3' = x_1 + 2x_2 + x_3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 3x_1' - x_2' + 5x_3', \\ x_2'' = x_1' + 2x_2' + 4x_3', \\ x_3'' = 3x_1' + 2x_2' + x_3'; \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 26

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x-y+z=2 \\ 3x+2y+2z=-2 \\ x-2y+z=1 \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:

1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.

Даны векторы a(4,14,6), b(6,2,16), c(4,-14,8), и d(32,28,54).в некотором базисе. Показать, что векторы **а, в, с** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.

Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(2,-1,1)$, $A_2(5.5,4)$, $A_3(3,2,-1)$, $A_4(4,1,3)$.

Найти:1)длину ребра A_1A_2; 2)угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2 ; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.

Даны две вершины треугольника $M_1(-10;2)$, $M_2(6;4)$; его высоты пересекаются в точке $P(5;2)$. Определить координаты третьей вершины M_3.

Задание 5.

Определить траекторию точки M, которая при своем движении остается втрое ближе от точки A(1;0), чем к прямой x = 9. Сделать чертеж.

Задание 6.

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = x_1 - 2x_2 - x_3, \\ x_2' = 3x_1 + x_2 + 2x_3, \\ x_3' = x_1 + 2x_2 + 2x_3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 4x_1' + 3x_2' + 2x_3', \\ x_2'' = -2x_1' + x_2' - x_3', \\ x_3'' = 3x_1' + x_2' + x_3'; \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 27

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 13 \\ x - 2y + 4z = -7 \\ 3x + 2y - z = 13 \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:

1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.

Даны векторы a(3,6,9), b(6,-9,3), c(-3,6,3), и d(6,6,24).в некотором базисе. Показать, что векторы **а, в, с** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.

Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$$A_1(1,1,2), A_2(2,3,-1), A_3(2,-2,4), A_4(-1,1,3).$$

Найти:1)длину ребра A_1A_2; 2)угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2 ; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.

Вычислить площадь треугольника, отсекаемого прямой 3x-4y-12=0 от координатного угла.

Задание 5.
Дана точка A(a;0). По оси Oy движется точка B. На прямой BE, параллельной оси Ox. Откладываются отрезки BM И BM_1 равные AB. Определить геометрическое место точек M и M_1.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = -x_1 + 8x_2 - 2x_3, \\ x_2' = -4x_1 + 3x_2 + 2x_3, \\ x_3' = 3x_1 - 8x_2 + 5x_3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 4x_1' + 3x_2' + 8x_3', \\ x_2'' = 6x_1' + 9x_2' + x_3', \\ x_3'' = 2x_1' + x_2' + 8x_3'; \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 28

Задание 1.
Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x - 5y + z = 14 \\ 2x + y - 3z = -6 \\ 4x - 2y + 3z = 19 \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:
1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a(-3,-6,-3), b(-6,3,-9), c(-9,3,-12), и d(-15,-3,-18).в некотором базисе. Показать, что векторы **a, в, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:
$A_1(-5,-4,8), A_2(2,3,1), A_3(4,1,-2), A_4(6,3,7).$

Найти:1)длину ребра A_1A_2; 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.
Точка A(2;-5) является вершиной квадрата, одна из сторон которого лежит на прямой x - 2y - 7=0. Вычислить площадь этого квадрата.

Задание 5.
Определить траекторию точки M, которая при своем движении остается вдвое ближе к точки A(-1;0), чем к прямой x = -4.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = 4x_1 + 5x_2 - 3x_3, \\ x_2' = x_1 - x_2 - x_3, \\ x_3' = 7x_1 + 4x_3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = x_1' - 3x_2' + 4x_3', \\ x_2'' = 2x_1' + x_2' - 5x_3', \\ x_3'' = -3x_1' + 5x_2' + x_3'; \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 29

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x-3y+4z=7 \\ 3x+2y-z=4 \\ 2x-y+4z=12 \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:

1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.

Даны векторы a(4,8,12), b(-8,12,-8), c(12,-16,-20), и d(24,80,24).в некотором базисе. Показать, что векторы **а, в, с** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.

Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ **:**

$A_1(0,0,1), A_2(2,3,5), A_3(6,2,3), A_4(3,7,2).$

Найти:1)длину ребра A_1A_2**;** 2)угол между ребрами A_1A_2 *и* A_1A_4; 3)угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$**;** 4)площадь грани $A_1A_2A_3$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой A_1A_2; 7)уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Задание 4.

Даны вершины треугольника A(-10;-13), B(-2;3) и C(2;1).Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины B на медиану, проведенную из вершины C.

Задание 5.

Определить траекторию точки M, которая движется так. что остается вдвое дальше от точки F(-8;0), чем от прямой x = -2.

Задание 6.

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = -2x_1 - x_2 - 5x_3, \\ x_2' = 7x_1 + x_2 + 4x_3, \\ x_3' = 6x_1 + 4x_2 + 7x_3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 3x_1' + 3x_2' + 8x_3', \\ x_2'' = 6x_1' + 9x_2' + x_3', \\ x_3'' = 3x_2' - 6x_3'; \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3.

Вариант 30

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x+2y+z=5 \\ 3x-5y+3z=-7 \\ 2x+7y-z=16 \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами:

1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.
Даны векторы a(-2,-8,-6), b(-6,-8,-5), c(-3,-1,-4), и d(-21,-18,-33) в некотором базисе. Показать, что векторы **a, в, c** образуют базис, и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

Задание 3.
Даны координаты вершины пирамиды $\boldsymbol{A_1A_2A_3A_4}$ **:**
$A_1(0,0,0), A_2(5,2,0), A_3(2,5,0), A_4(1,2,4).$
Найти:1)длину ребра $\boldsymbol{A_1A_2}$**;** 2)угол между ребрами $\boldsymbol{A_1A_2}$ ***и*** $\boldsymbol{A_1A_4}$; 3)угол между ребром $\boldsymbol{A_1A}_4$ и гранью $\boldsymbol{A_1A_2A_3}$**;** 4)площадь грани $\boldsymbol{A_1A_2A_3}$; 5)объем пирамиды; 6)уравнение прямой $\boldsymbol{A_1A_2}$; 7)уравнение плоскости $\boldsymbol{A_1A_2A_3}$; 8)уравнение высоты, опущенной из вершины $\boldsymbol{A_4}$ на грань $\boldsymbol{A_1A_2A_3}$.

Задание 4.
Даны уравнения двух сторон квадрата 4x - 3y + 3 = 0, 4x - 3y – 17 = 0 и одна из его вершин A(2;-3). Составить уравнение двух других сторон этого квадрата.

Задание 5.
Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки F(0:1/4) равно расстоянию этой же точки от прямой y= -1/4.

Задание 6.
Даны два линейных преобразования:
$$\begin{cases} x_1^{/} = 3x_1 + x_2, \\ x_2^{/} = x_1 - 2x_2 - x_3, \\ x_3^{/} = 3x_2 + 2x_3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1^{//} = x_1^{/} + 3x_2^{/} + 8x_3^{/}, \\ x_2^{//} = 6x_1^{/} + 9x_2^{/} + x_3^{/}, \\ x_3^{//} = 2x_1^{/} + 3x_3^{/}; \end{cases}$$
Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее $x^{//}_1$, $x^{//}_2$, $x^{//}_3$ через x_1, x_2, x_3.

Типовые задания для проведения письменного опроса
по дисциплине «Линейная алгебра»

Задания №1, №4: ОПК-2: ***Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»***

Задания №2, №3: ПК-4: ***Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»***

Вариант №1

1. Найти объем пирамиды ABCD, где $A(-2;0;4), B(0;1;-3), C(1;-5;0), D(-1;-1;-1)$

2. Найти решения систем уравнений. В случае бесконечного их числа построить общую и фундаментальную системы решений.

$$\text{а)}\begin{cases} x_1+3x_2-5x_3=4 \\ 7x_1-2x_2+x_3=12 \\ 5x_1-8x_2+11x_3=4 \end{cases}, \quad \text{б)}\begin{cases} 2x_1+3x_2-5x_3=4 \\ -4x_1-6x_2+10x_3=2 \end{cases}.$$

3. Используя элементарные гауссовы преобразования, найти обратные матрицы для матриц: $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & 5 \\ -7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$

4. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -4 & 3 \\ 4 & -5 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$.

Вариант №2

1. Найти объем параллелепипеда ABCD, где $A(-1;0;4), B(0;1;-3), C(2;-5;0), D(-1;-1;-1)$

2. Найти решения систем уравнений. В случае бесконечного их числа построить общую и фундаментальную системы решений.

$$\text{а)}\begin{cases} -6x_1+x_2-5x_3=4 \\ x_1-2x_2+3x_3=12 \\ 2x_1-15x_2+19x_3=100 \end{cases}, \quad \text{б)}\begin{cases} 5x_1+x_2-5x_3+x_4=4 \\ -10x_1-2x_2+10x_3-2x_4=0 \end{cases}.$$

3. Используя элементарные гауссовы преобразования, найти обратные матрицы для матриц: $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 1 & -1 & 0 \\ -7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$

4. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -4 & 3 \\ 4 & -5 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$.

Вариант №3

1. Найти длины сторон и площадь треугольника ABC, где $A(-2;0;4), B(0;1;-3), C(1;-5;0)$

2. Найти решения систем уравнений. В случае бесконечного их числа построить общую и фундаментальную системы решений.

$$\text{а)}\begin{cases} -x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -4 \\ 7x_1 - 2x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 - 8x_2 + 11x_3 = 6 \end{cases}, \quad \text{б)}\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 4 \\ 4x_1 - 6x_2 + 10x_3 = -8 \end{cases}.$$

3. Используя элементарные гауссовы преобразования, найти обратные матрицы для матриц: $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 1 & 3 & 5 \\ -6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

4. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 2 & -4 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 8 & 6 \end{vmatrix}$.

Вариант №4

1. Найти длины сторон и площадь треугольника ABC, где $A(2;0;-4), B(0;-1;3), C(1;-6;0)$

2. Найти решения систем уравнений. В случае бесконечного их числа построить общую и фундаментальную системы решений.

$$\text{а)}\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 4 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 12 \\ x_1 - 11x_2 + 16x_3 = 1 \end{cases}, \quad \text{б)}\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 4 \\ -4x_1 - 8x_2 + 14x_3 = -8 \end{cases}.$$

3. Используя элементарные гауссовы преобразования, найти обратные матрицы для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -0 \\ 3 & -1 & 5 \\ -7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 32 \\ -18 & -23 \end{pmatrix}$

4. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & -4 & 3 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -3 & 6 \end{vmatrix}$.

Вариант №5

1. Найти угол между векторами AB и AC, где $A(-2;0;4)$, $B(0;1;-3)$, $C(1;-5;0)$

2. Найти решения систем уравнений. В случае бесконечного их числа построить общую и фундаментальную системы решений.

$$\text{а)}\begin{cases} x_1+3x_2-5x_3=4 \\ 4x_1-2x_2+x_3=12 \\ 2x_1-8x_2+11x_3=0 \end{cases}, \quad \text{б)}\begin{cases} 2x_1+3x_2-5x_3-x_4=4 \\ -4x_1-6x_2+10x_3+2x_4=-8 \end{cases}.$$

3. Используя элементарные гауссовы преобразования, найти обратные матрицы для матриц: $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & -1 & 5 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

4. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 7 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 4 & -5 & 12 & 0 \\ -1 & 0 & 20 & 6 \end{vmatrix}$.

Вариант №6

1. Найти косинус угла между векторами AB и AC, где $A(2;0;-4)$, $B(0;1;3)$, $C(-1;-5;0)$

2. Найти решения систем уравнений. В случае бесконечного их числа построить общую и фундаментальную системы решений.

$$\text{а)}\begin{cases} x_1+x_2-5x_3=4 \\ 7x_1-2x_2+x_3=12 \\ 5x_1-4x_2+11x_3=2 \end{cases}, \quad \text{б)}\begin{cases} 2x_1+3x_2-5x_3-x_4=4 \\ 8x_1+12x_2-20x_3-4x_4=16 \\ -2x_1-3x_2+5x_3+x_4=-4 \end{cases}.$$

3. Используя элементарные гауссовы преобразования, найти обратные матрицы для матриц: $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 & -13 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$

4. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -7 & 0 & 0 & -1 \\ 14 & 5 & -4 & 3 \\ 4 & -5 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$.

Типовые вопросы и задания к защите лабораторных работ по дисциплине «Линейная алгебра»

ОПК-2, ПК-4: ***Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»***

ЗАДАНИЕ 1

Умножая на матрицы специального вида, сформируйте матрицу-столбец и матрицу-строку, соответственно равные столбцу и строке матрицы *A* с заданными в условии номерами. Вычислите суммы элементов столбца и строки, номера которых указаны в задании. Переставьте указанные в задании строки и столбцы матрицы.

Порядок выполнения задания

1. Установите режим автоматического выполнения вычислений.
2. Определите и введите матрицу *A*.
3. Введите матрицу, умножение на которую выделяет столбец и строку матрицы с указанным номером. Выполните умножение.
4. Введите матрицу, умножение на которую суммирует элементы указанных столбца и строки. Выполните умножение.
5. Введите матрицу, умножение на которую переставляет указанные столбцы и строки. Выполните умножение.

Пример выполнения задания

$$\mathbf{D} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Суммирование элементов по столбцам Выделение третьего столбца

$$\mathbf{Crow} := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Crow} \cdot \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 12 & 15 & 18 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C3} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{D} \cdot \mathbf{C3} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Суммирование элементов по строкам Выделение первой и второй строки

$$\mathbf{Ccol} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{D} \cdot \mathbf{Ccol} = \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \\ 24 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C1} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C1} \cdot \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C2} := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C2} \cdot \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Умножение на единичную матрицу

$$\mathbf{E} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Умножение на число, умножение на скалярную матрицу

$$2 \cdot \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \\ 14 & 16 & 18 \end{pmatrix} \quad \mathbf{E2} := \mathbf{E} \cdot 2 \quad \mathbf{E2} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{E2} \cdot \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \\ 14 & 16 & 18 \end{pmatrix}$$

Перестановка первой и второй, второй и третьей строк

$$\mathbf{C12} := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C12} \cdot \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C23} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C23} \cdot \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

П

ерестановка двух столбцов

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{C12} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \\ 8 & 7 & 9 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{D} \cdot \mathbf{C23} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 5 \\ 7 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

Варианты 1-10: переставьте 1-ю и 2-ю строки и 1-й и 2-й столбцы.

Варианты 11-20: переставьте 2-ю и 3-ю строки и 1-й и 3-й столбцы.

1. $i = 1,\ j = 1,$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 1.5 & 0 \\ 3 & -0.3333 & 1 & 0.25 \\ 1.5 & 0.3333 & 0.5 & 0 \\ 1.2 & 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. $i = 1,\ j = 2,$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 6 & 0 & 4 & 0.5 \\ 2.5 & 1.333 & 0.6667 & 0.6930 \\ 4.4 & 1.5 & -2.667 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. $i = 1,\ j = 3,$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1.5 & 2.5 & 3 \\ 9 & 1 & 9 & 0.75 \\ 3.5 & 3 & 0.75 & 1.099 \\ 9.6 & 2 & -2.333 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. $i = 1,\ j = 4,$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 6 \\ 12 & 2.667 & 16 & 1 \\ 4.5 & 5.333 & 0.8 & 1.386 \\ 16/8 & 2/5 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. $i = 2,\ j = 1;$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2.5 & 3.5 & 10 \\ 15 & 5 & 25 & 1.25 \\ 5.5 & 8.333 & 0.8333 & 1.609 \\ 26 & 3 & -1.667 & 5 \end{pmatrix}.$$

6. $i = 2,\ j = 2,$

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 4 & 15 \\ 18 & 8 & 36 & 1.5 \\ 6.5 & 12 & 0.8570 & 1.792 \\ 37.2 & 3.5 & -1.333 & 6 \end{pmatrix}.$$

7. $i = 2,\ j = 3,$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3/5 & 4/5 & 21 \\ 21 & 11.67 & 49 & 1.750 \\ 7.5 & 16.33 & 0.8750 & 1.946 \\ 50.4 & 4 & -1 & 7 \end{pmatrix}.$$

8. $i = 2,\ j = 4,$

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 5 & 28 \\ 24 & 16 & 64 & 2 \\ 8.5 & 21.33 & 0.8890 & 2.079 \\ 65.60 & 4.5 & -0.6667 & 6 \end{pmatrix}$$

9. $i = 3,\ j = 1,$

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 4.5 & 5.5 & 36 \\ 27 & 21 & 81 & 2.25 \\ 9.5 & 27 & 0.9 & 2.197 \\ 82.8 & 5 & -0.3333 & 9 \end{pmatrix}.$$

10. $i = 3,\ j = 2,$

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 6 & 45 \\ 30 & 26.67 & 100 & 2.5 \\ 10.5 & 33.33 & 0.9090 & 2.303 \\ 102 & 5.5 & 0 & 10 \end{pmatrix}.$$

11. $i = 3,\ j = 3,$

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 5.5 & 6.5 & 55 \\ 33 & 33 & 121 & 2.75 \\ 11.5 & 40.33 & 0.9170 & 2.398 \\ 123.2 & 6 & 0.3333 & 11 \end{pmatrix}.$$

12. $i = 3,\ j = 4,$

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 6 & 7 & 66 \\ 36 & 40 & 144 & 3 \\ 12.5 & 48 & 0.9230 & 2.4850 \\ 146.4 & 6.5 & 0.6667 & 12 \end{pmatrix}.$$

13. $i = 1,\ j = 3,$

$$A = \begin{pmatrix} 13 & 6.5 & 7.5 & 78 \\ 39 & 47.67 & 169 & 3.25 \\ 13.50 & 56.33 & 0.9290 & 2.565 \\ 171.6 & 7 & 1 & 13 \end{pmatrix}.$$

14. $i = 1,\ j = 2,$

$$A = \begin{pmatrix} 14 & 7 & 8 & 91 \\ 42 & 56 & 196 & 3.5 \\ 14.50 & 65.33 & 0.9333 & 2.639 \\ 198.8 & 7.5 & 1.333 & 14 \end{pmatrix}.$$

15. $i = 1,\ j = 3,$

$$A = \begin{pmatrix} 15 & 7.5 & 8.5 & 105 \\ 45 & 65 & 225 & 3.75 \\ 15.5 & 75 & 0.9380 & 2.708 \\ 228 & 8 & 1.667 & 15 \end{pmatrix}.$$

16. $i = 1,\ j = 4,$

$$A = \begin{pmatrix} 16 & 8 & 9 & 120 \\ 48 & 74.67 & 256 & 4 \\ 16.50 & 85.33 & 0.941 & 2.773 \\ 259.2 & 8.5 & 2 & 16 \end{pmatrix}.$$

17. $i = 2,\ j = 1,$

$$A = \begin{pmatrix} 17 & 8.5 & 9.5 & 136 \\ 51 & 85 & 289 & 4.25 \\ 17.5 & 96.33 & 0.9440 & 2.833 \\ 292.4 & 9 & 2.333 & 17 \end{pmatrix}.$$

18. $i = 2,\ j = 2,$

$$A = \begin{pmatrix} 18 & 9 & 10 & 153 \\ 54 & 96 & 324 & 4.5 \\ 48.50 & 108 & 0.947 & 2.89 \\ 327.6 & 9.5 & 2.667 & 18 \end{pmatrix}.$$

19. $i = 2,\ j = 3,$

$$A = \begin{pmatrix} 19 & 9.5 & 10.5 & 171 \\ 57 & 107.7 & 361 & 4.75 \\ 19.5 & 120.3 & 0.9500 & 2.944 \\ 364.8 & 10 & 3 & 19 \end{pmatrix}.$$

20. $i = 2,\ j = 4,$

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 10 & 11 & 190 \\ 60 & 120 & 400 & 5 \\ 20.5 & 133.3 & 0.9520 & 2.996 \\ 404 & 10.5 & 3.333 & 20 \end{pmatrix}.$$

ЗАДАНИЕ 2

Докажите, что матрица $H = E - 2\frac{vv^T}{|v|^2}$ (v — вектор-столбец) -ортогональная матрица. Проверьте для нее свойства ортогональной матрицы. В качестве v возьмите первый столбец матрицы A из задания 1.

Порядок выполнения задания

1. Установите режим автоматических вычислений.
2. Присвойте переменной ORIGIN значение, равное единице.
3. Введите матрицу-столбец V и единичную матрицу E соответствующей размерности.
4. Вычислите матрицу H.
5. Вычислите произведения H^TH и HH^T.
6. Вычислите H^{-1}. Сравните H^{-1} и H^T.
7. Покажите, что векторы-столбцы матрицы H имеют единичную длину и попарно ортогональны. Убедитесь, что выполняется равенство $|\det H| = 1$.

Пример выполнения задания

Фрагмент рабочего документа Mathcad с отчетом о выполнении задания для вектора $v = (1\ 0\ 1\ 1)^T$ приведен ниже.

$\mathbf{ORIGIN} := 1$

$$\mathbf{V} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{E} := \mathbf{identity}(4) \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычисление матрицы H

$$\mathbf{H} := \mathbf{E} - 2 \cdot \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}^{\mathbf{T}}}{(|\mathbf{V}|)^2}$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0.333 & 0 & -0.667 & -0.667 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.667 & 0 & 0.333 & -0.667 \\ -0.667 & 0 & -0.667 & 0.333 \end{pmatrix} \quad \mathbf{H}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} 0.333 & 0 & -0.667 & -0.667 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.667 & 0 & 0.333 & -0.667 \\ -0.667 & 0 & -0.667 & 0.333 \end{pmatrix}$$

Доказательство ортогональности матрицы H

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{H}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычисление обратной матрицы

$$\mathbf{H}^{-1} = \begin{pmatrix} 0.333 & 0 & -0.667 & -0.667 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.667 & 0 & 0.333 & -0.667 \\ -0.667 & 0 & -0.667 & 0.333 \end{pmatrix} \quad \mathbf{H}^{-1} - \mathbf{H}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Проверка свойств ортогональной матрицы

$$\mathbf{H}^{\langle 1\rangle} \cdot \mathbf{H}^{\langle 1\rangle} = 1 \quad \mathbf{H}^{\langle 1\rangle} \cdot \mathbf{H}^{\langle 2\rangle} = 0 \quad \mathbf{H}^{\langle 2\rangle} \cdot \mathbf{H}^{\langle 3\rangle} = 0$$

$$\mathbf{H}^{\langle 2\rangle} \cdot \mathbf{H}^{\langle 2\rangle} = 1 \quad \mathbf{H}^{\langle 1\rangle} \cdot \mathbf{H}^{\langle 3\rangle} = 0 \quad \mathbf{H}^{\langle 2\rangle} \cdot \mathbf{H}^{\langle 4\rangle} = 0$$

$$\mathbf{H}^{\langle 3\rangle} \cdot \mathbf{H}^{\langle 3\rangle} = 1 \quad \mathbf{H}^{\langle 1\rangle} \cdot \mathbf{H}^{\langle 4\rangle} = 0 \quad \mathbf{H}^{\langle 3\rangle} \cdot \mathbf{H}^{\langle 4\rangle} = 0$$

$$\mathbf{H}^{\langle 4\rangle} \cdot \mathbf{H}^{\langle 4\rangle} = 1 \quad |\mathbf{H}| = -1$$

ЗАДАНИЕ 3

Вычислите разложением по указанной строке (столбцу) определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

Выполните вычисления для матрицы *H,* построенной в задании 2, разложением по 2-й строке (варианты 1-10), по 2-му столбцу (варианты 11-20).

Порядок выполнения задания

1. Установите режим автоматических вычислений.
2. Присвойте переменной ORIGIN значение, равное 1.
3. Введите матрицу.
4. Запишите в тетради выражение для вычисления определителя матрицы разложением по указанной в задании строке (столбцу).
5. Сформируйте матрицы, полученные вычеркиванием соответствующих строк и столбцов заданной матрицы, и выведите их на экран.
6. Введите выражение для вычисления определителя, вычислите и выведите на экран его значение.
7. Вычислите определитель матрицы, используя функцию Mathcad. Сравните результаты.

Пример выполнения задания

$$\mathbf{ORIGIN} := \mathbf{1}$$

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ -7 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 10 & 12 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M11} := \mathbf{submatrix}(\mathbf{A}, 2, 4, 2, 4)$$

$$\mathbf{M12} := \mathbf{augment}(\mathbf{submatrix}(\mathbf{A}, 2, 4, 1, 1), \mathbf{submatrix}(\mathbf{A}, 2, 4, 3, 4))$$

$$\mathbf{M13} := \mathbf{augment}(\mathbf{submatrix}(\mathbf{A}, 2, 4, 1, 2), \mathbf{submatrix}(\mathbf{A}, 2, 4, 4, 4))$$

$$\mathbf{M14} := (\mathbf{submatrix}(\mathbf{A}, 2, 4, 1, 3))$$

$$\mathbf{M11} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & 7 \\ 10 & 12 & 13 \end{pmatrix} \quad \mathbf{M12} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -7 & 6 & 7 \\ 3 & 12 & 13 \end{pmatrix} \quad \mathbf{M13} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -7 & 5 & 7 \\ 3 & 10 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M14} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -7 & 5 & 6 \\ 3 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{detA} := 1 \cdot |\mathbf{M11}| - (-2) \cdot |\mathbf{M12}| + 3 \cdot |\mathbf{M13}| \quad \mathbf{detA} = 477 \qquad |\mathbf{A}| = 477$$

ЗАДАНИЕ 4

Исследуйте и, если решение существует, найдите по формулам Крамера решение системы

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases}$$

Порядок выполнения задания

1. Установите режим автоматического выполнения вычислений и режим отображения результатов вычислений по горизонтали.
2. Присвойте переменной ORIGIN значение, равное единице.
3. Введите матрицу системы и столбец правых частей.
4. Вычислите определитель матрицы системы. Система имеет единственное решение, если определитель отличен от нуля.
5. Вычислите определители матриц, полученных заменой соответствующего столбца столбцом правых частей.
6. Найдите решение системы по формулам Крамера.

Пример выполнения задания

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 30, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 10, \\ \quad\quad x_2 - \ x_3 + \ x_4 = 3, \\ x_1 + \ x_2 + \ x_3 + \ x_4 = 10. \end{cases}$$

ORIGIN := 1

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} := \begin{pmatrix} 30 \\ 10 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix} \quad \Delta := |\mathbf{A}| \quad \Delta = -4$$

Определитель отличен от нуля, система имеет единственное решение

$$\Delta 1 := \left|\begin{pmatrix} 30 & 2 & 3 & 4 \\ 10 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\right| \quad \Delta 1 = -4 \quad \Delta 2 := \left|\begin{pmatrix} 1 & 30 & 3 & 4 \\ -1 & 10 & -3 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 & 1 \end{pmatrix}\right| \quad \Delta 2 = -8$$

$$\Delta 3 := \left|\begin{pmatrix} 1 & 2 & 30 & 4 \\ -1 & 2 & 10 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 10 & 1 \end{pmatrix}\right| \quad \Delta 3 = -16 \quad \Delta 4 := \left|\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 30 \\ -1 & 2 & -3 & 10 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}\right| \quad \Delta 4 = -16$$

$$x1 := \frac{\Delta 1}{\Delta} \quad x2 := \frac{\Delta 2}{\Delta} \quad x3 := \frac{\Delta 3}{\Delta} \quad x4 := \frac{\Delta 4}{\Delta}$$

$$x1 = 1 \quad x2 = 2 \quad x3 = 4 \quad x4 = 4$$

1. $A = \begin{pmatrix} 0.005 & 0.004 & 0.150 & 0 \\ -0.090 & -0.033 & 0.0067 & -0.098 \\ 0.150 & 0.033 & 0.050 & 0 \\ 2.857 & 0.100 & -0.300 & 0.025 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.057 \\ -0.098 \\ 0.183 \\ -0.041 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 0.010 & 0.008 & 0.200 & 0.050 \\ -0.080 & 0 & 0.013 & 0.050 \\ 0.250 & 0.067 & 0.067 & 0.069 \\ 0.0057 & 0.150 & -0.267 & 0.050 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.186 \\ -0.126 \\ 0.646 \\ 0.0086 \end{pmatrix}.$

3. $A = \begin{pmatrix} 0.015 & 0.012 & 0.250 & 0.100 \\ -0.070 & 0.033 & 0.020 & 0.075 \\ 0.350 & 0.100 & 0.075 & 0.110 \\ 0.0086 & 0.200 & -0.233 & 0.075 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.388 \\ -0.084 \\ 1.357 \\ 0.149 \end{pmatrix}.$

4. $A = \begin{pmatrix} 0.020 & 0.016 & 0.300 & 0.150 \\ -0.060 & 0.067 & 0.027 & 0.100 \\ 0.450 & 0.133 & 0.080 & 0.139 \\ 0.011 & 0.250 & -0.200 & 0.100 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.662 \\ 0.029 \\ 2.312 \\ 0.379 \end{pmatrix}.$

5. $A = \begin{pmatrix} 0.025 & 0.020 & 0.350 & 0.200 \\ -0.050 & 0.100 & 0.033 & 0.125 \\ 0.550 & 0.167 & 0.083 & 0.161 \\ 0.014 & 0.300 & -0.167 & 0.125 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1.008 \\ 0.212 \\ 3.507 \\ 0.700 \end{pmatrix}.$

6. $A = \begin{pmatrix} 0.030 & 0.024 & 0.400 & 0.250 \\ -0.040 & 0.133 & 0.040 & 0.150 \\ 0.650 & 0.200 & 0.086 & 0.179 \\ 0.017 & 0.350 & -0.133 & 0.150 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1.427 \\ 0.465 \\ 4.940 \\ 1.111 \end{pmatrix}.$

7. $A = \begin{pmatrix} 0.035 & 0.028 & 0.450 & 0.300 \\ -0.030 & 0.167 & 0.047 & 0.175 \\ 0.750 & 0.233 & 0.088 & 0.195 \\ 0.020 & 0.400 & -0.100 & 0.175 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1.918 \\ 0.788 \\ 6.611 \\ 1.613 \end{pmatrix}.$

8. $A = \begin{pmatrix} 0.040 & 0.032 & 0.500 & 0.350 \\ -0.020 & 0.200 & 0.053 & 0.200 \\ 0.850 & 0.267 & 0.089 & 0.208 \\ 0.023 & 0.450 & -0.067 & 0.200 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2.481 \\ 1.182 \\ 8.520 \\ 2.205 \end{pmatrix}.$

9. $A = \begin{pmatrix} 0.045 & 0.036 & 0.550 & 0.400 \\ -0.010 & 0.233 & 0.060 & 0.225 \\ 0.950 & 0.300 & 0.090 & 0.220 \\ 0.026 & 0.500 & -0.033 & 0.225 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3.117 \\ 1.646 \\ 10.664 \\ 2.888 \end{pmatrix}.$

10. $A=\begin{pmatrix}0.050 & 0.040 & 0.600 & 0.450\\ 0 & 0.267 & 0.067 & 0.250\\ 1.050 & 0.333 & 0.091 & 0.230\\ 0.029 & 0.550 & 0 & 0.250\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3.825\\ 2.181\\ 13.045\\ 3.661\end{pmatrix}$.

11. $A=\begin{pmatrix}0.055 & 0.044 & 0.065 & 0.500\\ 0.010 & 0.300 & 0.073 & 0.275\\ 1.150 & 0.367 & 0.092 & 0.240\\ 0.031 & 0.600 & 0.033 & 0.75\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4.605\\ 2.785\\ 15.662\\ 4.524\end{pmatrix}$.

12. $A=\begin{pmatrix}0.060 & 0.048 & 0.700 & 0.550\\ 0.020 & 0.333 & 0.080 & 0.300\\ 1.250 & 0.400 & 0.092 & 0.248\\ 0.034 & 0.650 & 0.067 & 0.300\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5.458\\ 3.460\\ 18.515\\ 5.478\end{pmatrix}$.

13. $A=\begin{pmatrix}0.065 & 0.052 & 0.750 & 0.600\\ 0.030 & 0.367 & 0.087 & 0.325\\ 1.350 & 0.433 & 0.093 & 0.256\\ 0.037 & 0.700 & 0.100 & 0.325\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}6.383\\ 4.205\\ 21.603\\ 6.522\end{pmatrix}$.

14. $A=\begin{pmatrix}0.070 & 0.056 & 0.800 & 0.650\\ 0.040 & 0.400 & 0.093 & 0.350\\ 1.450 & 0.467 & 0.093 & 0.264\\ 0.040 & 0.750 & 0.133 & 0.350\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}7.380\\ 5.021\\ 24.926\\ 7.657\end{pmatrix}$.

15. $A=\begin{pmatrix}0.075 & 0.060 & 0.850 & 0.700\\ 0.050 & 0.433 & 0.100 & 0.375\\ 1.550 & 0.500 & 0.094 & 0.248\\ 0.043 & 0.800 & 0.167 & 0.375\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}8.450\\ 5.906\\ 28.484\\ 8.882\end{pmatrix}$.

16. $A=\begin{pmatrix}0.080 & 0.064 & 0.900 & 0.750\\ 0.060 & 0.467 & 0.107 & 0.400\\ 1.650 & 0.533 & 0.094 & 0.277\\ 0.046 & 0.850 & 0.200 & 0.400\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}9.592\\ 6.862\\ 32.278\\ 10.198\end{pmatrix}$.

17. $A=\begin{pmatrix}0.085 & 0.068 & 0.950 & 0.800\\ 0.070 & 0.500 & 0.113 & 0.425\\ 1.750 & 0.567 & 0.094 & 0.283\\ 0.049 & 0.900 & 0.233 & 0.425\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}10.806\\ 7.888\\ 36.306\\ 11.604\end{pmatrix}$.

18. $A=\begin{pmatrix}0.09 & 0.072 & 1 & 0.85\\ 0.08 & 0.533 & 0.12 & 0.45\\ 1.85 & 0.6 & 0.095 & 0.289\\ 0.051 & 0.95 & 0.267 & 0.45\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}12.093\\ 8.985\\ 40.569\\ 13.101\end{pmatrix}$.

19. $A=\begin{pmatrix}0.095 & 0.076 & 1.050 & 0.900\\ 0.090 & 0.567 & 0.127 & 0.475\\ 1.950 & 0.633 & 0.095 & 0.294\\ 0.054 & 1.000 & 0.300 & 0.475\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}13.452\\ 10.152\\ 45.067\\ 14.688\end{pmatrix}$.

20. $A=\begin{pmatrix}0.100 & 0.080 & 1.100 & 0.950\\ 0.100 & 0.600 & 0.133 & 0.500\\ 2.050 & 0.667 & 0.095 & 0.300\\ 0.057 & 1.050 & 0.333 & 0.500\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}14.883\\ 11.389\\ 49.799\\ 16.365\end{pmatrix}$.

ЗАДАНИЕ 5

Решите как матричное уравнение $Ax = b$ систему линейных алгебраических уравнений из задания 4.

Порядок выполнения задания

1. Установите режим автоматических вычислений.
2. Введите матрицу системы и матрицу-столбец правых частей.
3. Вычислите решение системы по формуле $x = A^{-1}b$.
4. Проверьте правильность решения умножением матрицы системы на вектор-столбец решения.
5. Найдите решение системы с помощью функции lsolve и сравните результаты вычислений.

Пример выполнения задания

$$\mathbf{x + 2\cdot y + 3\cdot z = 7}$$
$$\mathbf{x - 3\cdot y + 2\cdot z = 5}$$
$$\mathbf{x + y + z = 3}$$

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} := \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x} := \mathbf{A}^{-1}\cdot\mathbf{b} \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}\cdot\mathbf{x} - \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ЗАДАНИЕ 6

Найдите методом Гаусса решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

из задания 4.

Порядок выполнения задания

1. Установите режим автоматических вычислений.
2. Присвойте переменной ORIGIN значение, равное единице.
3. Введите матрицу системы и матрицу-столбец правых частей.
4. Сформируйте расширенную матрицу системы.
5. Приведите расширенную матрицу системы к ступенчатому виду.
6. Сформируйте столбец решения системы.
7. Проверьте правильность решения умножением матрицы системы на вектор-столбец решения.

Пример выполнения задания

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} := \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{ORIGIN := 1}$$

$$\mathbf{Ar} := \mathbf{augment}(\mathbf{A}, \mathbf{b}) \qquad \mathbf{Ar} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 1 & -3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Ag} := \mathbf{rref}(\mathbf{Ar}) \qquad \mathbf{Ag} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x} := \mathbf{submatrix}(\mathbf{Ag}, 1, 3, 4, 4) \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ЗАДАНИЕ 7

Исследуйте однородную систему линейных алгебраических уравнений $Ax=0$.

Порядок выполнения задания

1. Установите режим автоматических вычислений.
2. Введите матрицу системы.
3. Вычислите ранг матрицы системы.
4. Приведите матрицу системы к ступенчатому виду.
5. Определите базисные и свободные переменные.
6. Запишите полученную эквивалентную систему.
7. Используя символьные вычисления, решите полученную систему относительно базовых переменных.
8. Запишите общее решение системы.
9. Найдите фундаментальную систему решений.

Пример выполнения задания

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 - 9x_5 = 0, \\ 3x_1 + 12x_2 + 6x_3 - 8x_5 = 0, \\ 2x_1 + 10x_2 + 6x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 0 & -3 \\ 2 & 9 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & -2 & -9 \\ 3 & 12 & 6 & 0 & -8 \\ 2 & 10 & 6 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{rank}(\mathbf{A}) = 3$

Система нетривиально совместна.

Приведем матрицу системы к ступенчатому виду:

$$\mathbf{Ag} := \mathbf{rref(A)} \qquad \mathbf{Ag} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -8 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Свободные переменные x3, x4, базисные переменные x1, x2, x5,
Запишем и решим эквивалентную систему:

Given

$$\mathbf{x1 - 2 \cdot x3 - 8 \cdot x4 = 0}$$
$$\mathbf{x2 + x3 + 2 \cdot x4 = 0}$$
$$\mathbf{x5 = 0}$$

$$\mathbf{Find(x1, x2, x5)} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \cdot x3 + 8 \cdot x4 \\ -x3 - 2 \cdot x4 \\ x5 \end{pmatrix}$$

Запишем общее решение системы:

$$\mathbf{X(x3, x4)} := \begin{pmatrix} 2 \cdot x3 + 8 \cdot x4 \\ -x3 - 2 \cdot x4 \\ x3 \\ x4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Найдем фундаментальную систему уравнений:

$$\mathbf{X(1, 0)} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X(0, 1)} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. $A = \begin{pmatrix} -14 & -9 & -4 & 1 & 6 \\ -1 & -2 & -2 & -4 & -14 \\ -14 & -9 & -9 & 3 & -2 \\ -15 & -11 & -11 & -3 & -8 \\ -29 & -20 & -20 & 0 & -10 \end{pmatrix}$. **2.** $A = \begin{pmatrix} -13 & -8 & -3 & 2 & 7 \\ 0 & -1 & 7 & -3 & -13 \\ -13 & -8 & 3 & 4 & -1 \\ -13 & -9 & 4 & -1 & -6 \\ -26 & -17 & 7 & 3 & -7 \end{pmatrix}$.

3. $A = \begin{pmatrix} -12 & -7 & -2 & 3 & 8 \\ 1 & 0 & 8 & -2 & -12 \\ -12 & -7 & 4 & 5 & 0 \\ -11 & -7 & 6 & 1 & -4 \\ -23 & -14 & 10 & 6 & -4 \end{pmatrix}$. **4.** $A = \begin{pmatrix} -11 & -6 & -1 & 4 & 9 \\ 2 & 1 & 9 & -1 & -11 \\ -11 & -6 & 5 & 6 & 1 \\ -9 & -5 & 8 & 3 & 2 \\ -20 & -11 & 13 & 9 & -1 \end{pmatrix}$.

5. $A = \begin{pmatrix} -10 & -5 & 0 & 5 & 10 \\ 3 & 2 & 10 & 0 & -10 \\ -10 & -5 & 6 & 7 & 2 \\ -7 & -3 & 10 & 5 & 0 \\ -17 & -8 & 16 & 12 & 2 \end{pmatrix}$.

6. $A = \begin{pmatrix} -9 & -4 & 1 & 6 & 11 \\ 4 & 3 & 11 & 1 & -9 \\ -9 & -4 & 7 & 8 & 3 \\ -5 & -1 & 12 & 7 & 2 \\ -14 & -5 & 19 & 15 & 5 \end{pmatrix}$.

7. $A = \begin{pmatrix} -8 & -3 & 2 & 7 & 12 \\ 5 & 4 & 12 & 2 & -8 \\ -8 & -3 & 8 & 9 & 4 \\ -3 & 1 & 14 & 9 & 4 \\ -11 & -2 & 22 & 18 & 8 \end{pmatrix}$.

8. $A = \begin{pmatrix} -7 & -2 & 3 & 8 & 13 \\ 6 & 5 & 13 & 3 & -7 \\ -7 & -2 & 9 & 10 & 5 \\ -1 & 3 & 16 & 11 & 6 \\ -8 & 1 & 25 & 21 & 11 \end{pmatrix}$.

9. $A = \begin{pmatrix} -6 & -1 & 4 & 9 & 14 \\ 7 & 6 & 14 & 4 & -6 \\ -6 & -1 & 10 & 11 & 6 \\ 1 & 5 & 18 & 13 & 8 \\ -5 & 4 & 28 & 24 & 14 \end{pmatrix}$.

10. $A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 5 & 10 & 15 \\ 8 & 7 & 15 & 5 & -5 \\ -5 & 0 & 11 & 12 & 7 \\ 3 & 7 & 20 & 15 & 10 \\ -2 & 7 & 31 & 27 & 17 \end{pmatrix}$.

11. $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 6 & 11 & 16 \\ 9 & 8 & 16 & 6 & -4 \\ -4 & 1 & 12 & 13 & 8 \\ 5 & 9 & 22 & 17 & 12 \\ 1 & 10 & 34 & 30 & 20 \end{pmatrix}$.

12. $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 7 & 12 & 17 \\ 10 & 9 & 17 & 7 & -3 \\ -3 & 2 & 13 & 14 & 9 \\ 7 & 11 & 24 & 19 & 14 \\ 4 & 13 & 37 & 33 & 23 \end{pmatrix}$.

13. $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 8 & 13 & 18 \\ 11 & 10 & 18 & 8 & -2 \\ -2 & 3 & 14 & 15 & 10 \\ 9 & 13 & 26 & 21 & 16 \\ 7 & 16 & 40 & 36 & 26 \end{pmatrix}$.

14. $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 9 & 14 & 19 \\ 12 & 11 & 19 & 9 & -1 \\ -1 & 4 & 15 & 16 & 11 \\ 11 & 15 & 28 & 23 & 18 \\ 10 & 19 & 43 & 39 & 29 \end{pmatrix}$.

15. $A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 10 & 15 & 20 \\ 13 & 12 & 20 & 10 & 0 \\ 0 & 5 & 16 & 17 & 12 \\ 13 & 17 & 30 & 25 & 20 \\ 13 & 22 & 46 & 42 & 32 \end{pmatrix}$.

16. $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 11 & 16 & 21 \\ 14 & 13 & 21 & 11 & 1 \\ 1 & 6 & 17 & 18 & 13 \\ 15 & 19 & 32 & 27 & 22 \\ 16 & 25 & 49 & 45 & 35 \end{pmatrix}$.

17. $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 12 & 17 & 22 \\ 15 & 14 & 22 & 12 & 2 \\ 2 & 7 & 18 & 19 & 14 \\ 17 & 21 & 34 & 29 & 24 \\ 19 & 28 & 52 & 48 & 38 \end{pmatrix}$.

18. $A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 13 & 18 & 23 \\ 16 & 15 & 23 & 13 & 3 \\ 3 & 8 & 19 & 20 & 15 \\ 19 & 23 & 36 & 31 & 26 \\ 22 & 31 & 55 & 51 & 41 \end{pmatrix}$.

19. $A = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 14 & 19 & 24 \\ 17 & 16 & 24 & 14 & 4 \\ 4 & 9 & 20 & 21 & 16 \\ 21 & 25 & 38 & 33 & 28 \\ 25 & 34 & 58 & 54 & 44 \end{pmatrix}$.

20. $A = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 15 & 20 & 25 \\ 18 & 17 & 25 & 15 & 5 \\ 5 & 10 & 21 & 22 & 17 \\ 23 & 27 & 40 & 35 & 30 \\ 28 & 37 & 61 & 57 & 47 \end{pmatrix}$.

ЗАДАНИЕ 8

Исследуйте неоднородную систему линейных алгебраических уравнений $Ax = b$ для двух различных правых частей $b=b^{(1)}$, $b = b^{(2)}$

Порядок выполнения задания

1. Установите режим автоматических вычислений.
2. Введите матрицу системы и расширенные матрицы системы для обеих правых частей.
3. Вычислите ранги основной матрицы и ранги расширенных матриц обеих систем.
4. Сформулируйте и запишите в рабочем документе соответствующий вывод.
5. Приведите расширенную матрицу совместной системы к ступенчатому виду.
6. Определите базисные и свободные переменные.
7. Запишите эквивалентную систему и разрешите ее относительно базисных переменных.
8. Запишите общее решение системы.
9. Найдите два различных частных решения системы.
10. Проверьте правильность найденных решений.

Пример выполнения задания

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = b_1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = b_2, \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = b_3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = b_4, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = b_5, \end{cases} \quad \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b}^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b}^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b1} := \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b2} := \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{Ar1} := \mathbf{augment(A, b1)}$ $\qquad$ $\mathbf{Ar2} := \mathbf{augment(A, b2)}$

$$\mathbf{Ar1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 1 & 7 \\ 3 & 3 & 2 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{Ar2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 1 & 7 \\ 3 & 3 & 2 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

rank(A) = 3 $\qquad$ **rank(Ar1) = 4** $\qquad$ **rank(Ar2) = 3**

rg(A)=3, rg(Ar1)=4 rg(A) отличен от rg(Ar1), система Ax=b1 несовме

rg(A)=rg(Ar2)=3, система Ax=b2 совместна.

Приведем матрицу системы к ступенчатой форме

$$\mathrm{rref(Ar2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Свободные переменные x4, x5, базисные переменные x1,x2,x3.
Запишем и решим эквивалентную систему

Given $\quad x1 - x4 - x5 = 2$

$x2 + x4 + x5 = -1$

$x3 = 3$

$$\mathrm{Find}(x1, x2, x3) \rightarrow \begin{pmatrix} x4 + x5 + 2 \\ -x4 - x5 - 1 \\ x3 \end{pmatrix}$$

Общее решение:

$$X(x4, x5) := \begin{pmatrix} x4 + x5 + 2 \\ -x4 - x5 - 1 \\ 3 \\ x4 \\ x5 \end{pmatrix}$$

Частные решение:

$$X(1,0) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad X(0,1) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1. $A = \begin{pmatrix} -14 & -9 & -4 & 1 & 6 \\ -1 & -2 & 6 & -4 & -14 \\ -14 & -9 & 2 & 3 & -2 \\ -15 & -11 & 2 & -3 & -8 \\ -29 & -20 & 4 & 0 & -10 \end{pmatrix}, \; b_1 = \begin{pmatrix} -3.45 \\ -15.2 \\ -10.45 \\ -18.65 \\ -29.1 \end{pmatrix}, \; b_2 = \begin{pmatrix} -2.45 \\ -15.1 \\ -9.45 \\ -18.98 \\ -29.6 \end{pmatrix}.$

2. $A = \begin{pmatrix} -13 & -8 & -3 & 2 & 7 \\ 0 & -1 & 7 & -3 & -13 \\ -13 & -8 & 3 & 4 & -1 \\ -13 & -9 & 4 & -1 & -6 \\ -26 & -17 & 7 & 3 & -7 \end{pmatrix}, \; b_1 = \begin{pmatrix} -2.8 \\ -26.3 \\ -16.8 \\ -29.1 \\ -45.9 \end{pmatrix}, \; b_2 = \begin{pmatrix} -1.8 \\ -26.1 \\ -15.8 \\ -29.77 \\ -46.9 \end{pmatrix}.$

3. $A = \begin{pmatrix} -12 & -7 & -2 & 3 & 8 \\ 1 & 0 & 8 & -2 & -12 \\ -12 & -7 & 4 & 5 & 0 \\ -11 & -7 & 6 & 1 & -4 \\ -23 & -14 & 10 & 6 & -4 \end{pmatrix}, \; b_1 = \begin{pmatrix} 1.95 \\ -33.3 \\ -19.05 \\ -31.35 \\ -50.4 \end{pmatrix}, \; b_2 = \begin{pmatrix} 2.95 \\ -33 \\ -18.05 \\ -32.35 \\ -51.9 \end{pmatrix}.$

4. $A = \begin{pmatrix} -11 & -6 & -1 & 4 & 9 \\ 2 & 1 & 9 & -1 & -11 \\ -11 & -6 & 5 & 6 & 1 \\ -9 & -5 & 8 & 3 & -2 \\ -20 & -11 & 13 & 9 & -1 \end{pmatrix}, \; b_1 = \begin{pmatrix} 10.8 \\ -36.2 \\ -17.2 \\ -25.4 \\ -42.6 \end{pmatrix}, \; b_2 = \begin{pmatrix} 11.8 \\ -35.8 \\ -16.2 \\ -26.73 \\ -44.6 \end{pmatrix}.$

5. $A = \begin{pmatrix} -10 & -5 & 0 & 5 & 10 \\ 3 & 2 & 10 & 0 & -10 \\ -10 & -5 & 6 & 7 & 2 \\ -7 & -3 & 10 & 5 & 0 \\ -17 & -8 & 16 & 12 & 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 23.75 \\ 35 \\ -11.25 \\ -11.25 \\ -22.5 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} 24.75 \\ 34.5 \\ -10.25 \\ -12.92 \\ -25 \end{pmatrix}$.

6. $A = \begin{pmatrix} -9 & -4 & 1 & 6 & 11 \\ 4 & 3 & 11 & 1 & -9 \\ -9 & -4 & 7 & 8 & 3 \\ -5 & -1 & 12 & 7 & 2 \\ -14 & -5 & 19 & 15 & 5 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 40.8 \\ -29.7 \\ -1.2 \\ 11.1 \\ 9.9 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} 41.8 \\ 29.1 \\ -0.2 \\ 9.1 \\ 6.9 \end{pmatrix}$.

7. $A = \begin{pmatrix} -8 & -3 & 2 & 7 & 12 \\ 5 & 4 & 12 & 2 & -8 \\ -8 & -3 & 8 & 9 & 4 \\ -3 & 1 & 14 & 9 & 4 \\ -11 & -2 & 22 & 18 & 8 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 61.95 \\ -20.3 \\ 12.95 \\ 41.65 \\ 54.6 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} 62.5 \\ -19.6 \\ 13.95 \\ 39.32 \\ 51.1 \end{pmatrix}$.

8. $A = \begin{pmatrix} -7 & -2 & 3 & 8 & 13 \\ 6 & 5 & 13 & 3 & -7 \\ -7 & -2 & 9 & 10 & 5 \\ -1 & 3 & 16 & 11 & 6 \\ -8 & 1 & 25 & 21 & 11 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 87.2 \\ -6.8 \\ 31.2 \\ 80.4 \\ 111.6 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} 88.2 \\ -6 \\ 32.2 \\ 77.73 \\ 107.6 \end{pmatrix}$.

9. $A = \begin{pmatrix} -6 & -1 & 4 & 9 & 14 \\ 7 & 6 & 14 & 4 & -6 \\ -6 & -1 & 10 & 11 & 6 \\ 1 & 5 & 18 & 13 & 8 \\ -5 & 4 & 28 & 24 & 14 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 116.55 \\ 10.8 \\ 53.55 \\ 127.35 \\ 180.9 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} 117.55 \\ 11.7 \\ 54.55 \\ 124.35 \\ 176.4 \end{pmatrix}$.

10. $A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 5 & 10 & 15 \\ 8 & 7 & 15 & 5 & -5 \\ -5 & 0 & 11 & 12 & 7 \\ 3 & 7 & 20 & 15 & 10 \\ -2 & 7 & 31 & 27 & 17 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 150 \\ 32.5 \\ 80 \\ 182.5 \\ 262.5 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} 151 \\ 33.5 \\ 81 \\ 179.167 \\ 257.5 \end{pmatrix}$.

11. $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 6 & 11 & 16 \\ 9 & 8 & 16 & 6 & -4 \\ -4 & 1 & 12 & 13 & 8 \\ 5 & 9 & 22 & 17 & 12 \\ 1 & 10 & 34 & 30 & 20 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 187.55 \\ 58.3 \\ 110.55 \\ 245.85 \\ 356.4 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} 188.55 \\ 59.4 \\ 11.55 \\ 242.183 \\ 350.9 \end{pmatrix}$.

12. $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 7 & 12 & 17 \\ 10 & 9 & 17 & 7 & -3 \\ -3 & 2 & 13 & 14 & 9 \\ 7 & 11 & 24 & 19 & 14 \\ 4 & 13 & 37 & 33 & 23 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1 = \begin{pmatrix} 229.2 \\ 88.2 \\ 145.2 \\ 317.4 \\ 462.6 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2 = \begin{pmatrix} 230.2 \\ 89.4 \\ 146.2 \\ 313.4 \\ 456.6 \end{pmatrix}$.

13. $A=\begin{pmatrix}-2&3&8&13&18\\11&10&18&8&-2\\-2&3&14&15&10\\9&13&26&21&16\\7&16&40&36&26\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1=\begin{pmatrix}274.95\\122.2\\183.95\\397.15\\581.1\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2=\begin{pmatrix}275.95\\123.5\\184.95\\392.817\\574.6\end{pmatrix}$.

14. $A=\begin{pmatrix}-1&4&9&14&19\\12&11&19&9&-1\\-1&4&15&16&11\\11&15&28&23&18\\10&19&43&39&29\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1=\begin{pmatrix}324.8\\160.3\\226.8\\485.1\\711.9\end{pmatrix}$; $\boldsymbol{b}_2=\begin{pmatrix}325.8\\161.7\\227.8\\480.433\\704.9\end{pmatrix}$.

15. $A=\begin{pmatrix}0&5&10&15&20\\13&12&20&10&0\\0&5&16&17&12\\13&17&30&25&20\\13&22&46&42&32\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1=\begin{pmatrix}378.75\\202.5\\273.75\\581.25\\855\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2=\begin{pmatrix}379.75\\204\\274.75\\576.25\\847.5\end{pmatrix}$.

16. $A=\begin{pmatrix}1&6&11&16&21\\14&13&21&11&1\\1&6&17&18&13\\15&19&32&27&22\\16&25&49&45&35\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1=\begin{pmatrix}436.8\\248.8\\324.8\\685.6\\1010\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2=\begin{pmatrix}437.8\\250.4\\325.8\\680.267\\1002\end{pmatrix}$.

17. $A=\begin{pmatrix}2&7&12&17&22\\15&14&22&12&2\\2&7&18&19&14\\17&21&34&29&24\\19&28&52&48&38\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1=\begin{pmatrix}498.95\\299.2\\379.95\\798.15\\1178\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2=\begin{pmatrix}499.95\\300.9\\380.95\\792.483\\1170\end{pmatrix}$.

18. $A=\begin{pmatrix}3&8&13&18&23\\16&15&23&13&3\\3&8&19&20&15\\19&23&36&31&26\\22&31&55&51&41\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1=\begin{pmatrix}565.2\\353.7\\439.2\\918.9\\1258\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2=\begin{pmatrix}566.2\\355.5\\440.2\\912.9\\1349\end{pmatrix}$.

19. $A=\begin{pmatrix}4&9&14&19&24\\17&16&24&14&4\\4&9&20&21&16\\21&25&38&33&28\\25&34&58&54&44\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1=\begin{pmatrix}635.55\\412.3\\502.55\\1048\\1550\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2=\begin{pmatrix}636.55\\414.2\\503.55\\1042\\1541\end{pmatrix}$.

20. $A=\begin{pmatrix}5&10&15&20&25\\18&17&25&15&5\\5&10&21&22&17\\23&27&40&35&30\\28&37&60&57&47\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_1=\begin{pmatrix}711\\475\\570\\1185\\1755\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}_2=\begin{pmatrix}711\\477\\571\\1178\\1755\end{pmatrix}$.

Типовые вопросы тестирования
по дисциплине «Математика»

ОПК-2: ***Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»***

(Задания предполагают 1 правильный ответ)

Вопрос № 1.1

Определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 5\alpha - 1 \end{vmatrix}$ равен 0, если α равно …

Варианты ответов:

1. 2
2. – 4
3. 0
4. 1

Вопрос № 1.2

Определитель $\begin{Vmatrix} 0 & a_2 & 0 \\ 1 & 5 & -3 \\ c_1 & 0 & c_2 \end{vmatrix}$ равен…

Варианты ответов:

1. $-3a_2c_1 + a_2c_2$
2. $3a_2c_1 - a_2c_2$
3. $3a_2c_1 + a_2c_2$
4. $-3a_2c_1 - a_2c_2$

Вопрос № 1.3

Разложение определителя $\begin{Vmatrix} 0 & a_2 & 0 \\ b_1 & 0 & b_2 \\ 4 & 2 & -5 \end{vmatrix}$ по элементам первой строки имеет вид…

Варианты ответов:

1. $-a_2\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ 4 & -5 \end{vmatrix}$
2. $-\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ 4 & -5 \end{vmatrix}$
3. $\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ 4 & -5 \end{vmatrix}$
4. $a_2\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ 4 & -5 \end{vmatrix}$

Вопрос № 1.4

Определитель $\begin{vmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ равен…

Варианты ответов:
1. $-a_{21}(a_{12}a_{33} - a_{32}a_{13})$
2. $-(a_{12}a_{33} - a_{32}a_{13})$
3. $a_{21}(a_{12}a_{33} - a_{32}a_{13})$
4. $a_{12}a_{33} - a_{32}a_{13}$

Вопрос № 1.5

Разложение определителя $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{vmatrix}$ по элементам третьего столбца имеет вид …

Варианты ответов:
1. $a_{11}a_{32} - a_{31}a_{12}$
2. $-a_{23}(a_{11}a_{32} - a_{31}a_{12})$
3. $-(a_{11}a_{32} - a_{31}a_{12})$
4. $a_{23}(a_{11}a_{32} - a_{31}a_{12})$

ОПК-2: ***Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»***

(Задания предполагают несколько правильных ответов)

Вопрос № 2.1

Если существует матрица $A + (3A)^T$, то матрица A ….

Варианты ответов:
1. является нулевой (размера $m \times n$, где $m \neq n$)
2. может быть единичной
3. может быть произвольной
4. является квадратной

Вопрос № 2.2

Если существует матрица $A - A^T$, то матрица A ….

Варианты ответов:
1. является квадратной
2. может быть единичной
3. может быть произвольной
4. является нулевой (размера $m \times n$, где $m \neq n$)

Вопрос № 2.3

Если существует матрица $A + 4A^T$, то матрица A ….

Варианты ответов:
1. является нулевой (размера $m \times n$, где $m \neq n$)
2. является квадратной
3. может быть единичной
4. может быть произвольной

Вопрос № 2.4

Если существует матрица $A^T - 2A$, то матрица A ….

Варианты ответов:

1. является квадратной
2. может быть произвольной
3. является нулевой (размера $m \times n$, где $m \neq n$)
4. может быть единичной

Вопрос № 2.5

Если существует матрица $A - (5A)^T$, то матрица A ….

Варианты ответов:

1. может быть произвольной
2. может быть единичной
3. является нулевой (размера $m \times n$, где $m \neq n$)
4. является квадратной

Вопрос № 3.1

Обратная матрица к матрице $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 4 \\ 6 & 5-\alpha & 12 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ не существует при α, равном …

Варианты ответов:

-13

-10

13

10

Вопрос № 3.2

Обратная матрица к матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 6 \\ -3 & 7 & 1 \\ -6 & 14 & 2-\alpha \end{pmatrix}$ не существует при α, равном …

Варианты ответов:

0

2

7

-2

Вопрос № 3.3

Обратная матрица к матрице $A = \begin{pmatrix} -\alpha & 6 & -7 \\ 2 & 4 & 1 \\ -2 & -12 & 14 \end{pmatrix}$ не существует при α, равном …

Варианты ответов:

-1

0

1

12

Вопрос № 3.4

Обратная матрица к матрице $A = \begin{pmatrix} -5 & -\alpha & 1 \\ 2 & -8 & 12 \\ -4 & 16 & 9 \end{pmatrix}$ не существует при α, равном …

Варианты ответов:
-20
-18
20
38

Вопрос № 3.5

Обратная матрица к матрице $A = \begin{pmatrix} -7 & 1 & 28 \\ 4 & 6 & -16 \\ \alpha & 33 & 32 \end{pmatrix}$ не существует при α, равном …

Варианты ответов:
-8
8
0
24

(Задания предполагают 1 правильный ответ)

Вопрос № 4.1

Если (x_0, y_0) – решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 3x - 4y = 15 \\ x - 4y = 9 \end{cases}$, тогда $x_0 + y_0$ равно…
Варианты ответов:
1. 4,5
2. – 1,5
3. – 4,5
4. 1,5

Вопрос № 4.2

Если (x_0, y_0) – решение системы линейных уравнений $\begin{cases} x - 5y = 2 \\ -2x + 3y = 4 \end{cases}$, то x_0 может определяться по формуле…
Варианты ответов:
1. $x_0 = \dfrac{\begin{vmatrix} -5 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}}$
2. $x_0 = \dfrac{\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}}$
3. $x_0 = \dfrac{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}}$
4. $x_0 = \dfrac{\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}}$

Вопрос № 4.3

Дана система линейных уравнений $\begin{cases} ax - 3y = 2 \\ 4x - 6y = 2 \end{cases}$. Система не имеет решений при a равном…

Варианты ответов:

1. 2
2. 0,5
3. 0
4. -2

Вопрос № 4.4

Пусть A и B – обратимые квадратные матрицы одного порядка. Тогда решением матричного уравнения $AX = 2B$ является матрица…

Варианты ответов:

1. $\frac{1}{2}A^{-1}B$
2. $\frac{1}{2}BA^{-1}$
3. $2BA^{-1}$
4. $2A^{-1}B$

Вопрос № 4.5

Система $\begin{cases} 3x + ay = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$ имеет ненулевое решение при …

Варианты ответов:

1. $a = -9$
2. $a = \pm 3$
3. $a = 0$
4. $a = 9$

ПК-4: ***Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»***

(Задания предполагают 1 правильный ответ)

Вопрос № 5.1

Вектор $\vec{N}(p,5)$ перпендикулярен прямой $2x - y - 1 = 0$. Тогда значение p равно …

Варианты ответов:

1. 2,5
2. 10
3. - 10
4. - 2,5

Вопрос № 5.2

Вектор $\vec{N}(p,10)$ перпендикулярен прямой $2x - 5y - 3 = 0$. Тогда значение p равно …

Варианты ответов:

1. 4
2. 25
3. - 4
4. – 25

Вопрос № 5.3
Вектор $\vec{N}(4, p)$ перпендикулярен прямой $2x-8y-3=0$. Тогда значение p равно …
Варианты ответов:
1. 16
2. - 16
3. - 1
4. 1

Вопрос № 5.4
Вектор $\vec{S}(p,-3)$ параллелен прямой $\frac{x-5}{2}=\frac{y+10}{-3}$. Тогда значение p равно …
Варианты ответов:
1. 2
2. - 4,5
3. - 2
4. – 6

Вопрос № 5.5
Вектор $\vec{S}(p,5)$ параллелен прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{y+5}{-1}$. Тогда значение p равно …
Варианты ответов:
1. - 10
2. - 2
3. 10
4. 25

(Задания с кратким ответом (целое число)

Вопрос № 6.1
Расстояние между фокусами эллипса $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$ равно …
Варианты ответов:
16

Вопрос № 6.2
Мнимая полуось гиперболы, заданной уравнением $16x^2-25y^2=400$, равна…
Варианты ответов:
4

Вопрос № 6.3
Мнимая полуось гиперболы, заданной уравнением $25x^2-16y^2=400$, равна…
Варианты ответов:
5

Вопрос № 6.4
Большая полуось эллипса, заданного уравнением $16x^2+25y^2=400$, равна…
Варианты ответов:
5

Вопрос № 6.5
Мнимая полуось гиперболы, заданной уравнением $4x^2-9y^2=36$, равна…

Варианты ответов:
2

ПК-4: ***Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»***

(Задания предполагают 1 правильный ответ)

Вопрос № 7.1
В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с ординатами одинаковых знаков. Тогда этот отрезок не может пересекать …
Варианты ответов:
1. ось ординат
2. плоскость Oyz
3. плоскость Oxz
4. плоскость Oxy

Вопрос № 7.2
В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с аппликатами одинаковых знаков. Тогда этот отрезок не может пересекать …
Варианты ответов:
1. плоскость Oxy
2. плоскость Oxz
3. плоскость Oyz
4. ось ординат

Вопрос № 7.3
В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с нулевыми ординатами. Тогда этот отрезок целиком лежит …
Варианты ответов:
1. в плоскости Oyz
2. на оси ординат
3. в плоскости Oxz
4. в плоскости Oxy

Вопрос № 7.4
В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с нулевыми аппликатами. Тогда этот отрезок целиком лежит …
Варианты ответов:
1. в плоскости Oxy
2. в плоскости Oxz
3. на оси аппликат
4. в плоскости Oyz

Вопрос № 7.5
В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с нулевыми абсциссами и ординатами. Тогда этот отрезок целиком лежит …
Варианты ответов:
1. на оси абсцисс
2. на оси аппликат
3. на оси ординат
4. в плоскости Oxy

(Задания предполагают несколько правильных ответов)

Вопрос № 8.1
Если $O(3,1,5)$ – центр сферы, то ее уравнение может иметь вид …
Варианты ответов:
1. $x^2+6x+y^2-2y+z^2-10z+34=0$
2. $x^2-6x+y^2-2y+z^2-10z-1=0$
3. $x^2-6x+y^2-2y+z^2-10z+34=0$
4. $x^2+3x+y^2+y+z^2+5z+1=0$

Вопрос № 8.2
Если $O(-5,3,4)$ – центр сферы, то ее уравнение может иметь вид …
Варианты ответов:
1. $x^2+10x+y^2-6y+z^2-8z+34=0$
2. $x^2-5x+y^2+3y+z^2+4z-25=0$
3. $x^2+10x+y^2-6y+z^2+8z+34=0$
4. $x^2+10x+y^2-6y+z^2-8z+46=0$

Вопрос № 8.3
Если $O(0,1,0)$ – центр сферы, то ее уравнение может иметь вид …
Варианты ответов:
1. $x^2+y^2+2y+z^2=0$
2. $x^2+y^2-2y+z^2=0$
3. $x^2+y^2-2y+z^2-99=0$
4. $x^2+y^2+y+z^2-99=0$

Вопрос № 8.4
Если $O(2,-1,2)$ – центр сферы, то ее уравнение может иметь вид …
Варианты ответов:
1. $x^2+2x+y^2-y+z^2+2z+5=0$
2. $x^2-4x+y^2+2y+z^2-4z=0$
3. $x^2-4x+y^2+2y+z^2-4z+5=0$
4. $x^2+4x+y^2+2y+z^2-4z=0$

Вопрос № 8.5
Если $O(-1,-5,3)$ – центр сферы, то ее уравнение может иметь вид …
Варианты ответов:
1. $x^2+2x+y^2+10y+z^2-6z+10=0$
2. $x^2-x+y^2-5y+z^2+3z-1=0$
3. $x^2+2x+y^2+10y+z^2-6z-1=0$
4. $x^2-2x+y^2+10y+z^2-6z+10=0$

(Задания на установление соответствия)

Вопрос № 9.1
Установите соответствие между функцией и её областью определения
1. $y = \sin x$
2. $y = 2^{\frac{1}{x+1}}$
3. $y = \sqrt{1 - x^2}$
Варианты ответов:
1. $(-\infty;\infty)$
2. $(-\infty,-1)\cup(-1,\infty)$
3. $[-1;1]$
4. $(-\infty;-1]\cup[1;\infty)$
5. $(-1;1)$

Вопрос № 9.2
Установите соответствие между функцией и её областью определения
1. $y = tg\,x$
2. $y = \sqrt[3]{x}$
3. $y = \sqrt{x^2 - 1}$
Варианты ответов:
1. $(-1;1)$
2. $(-\infty,\infty)$
3. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$
4. $(-\infty;-1]\cup[1;\infty)$
5. $x \neq k\pi,\ k \in Z$

Вопрос № 9.3
Установите соответствие между функцией и её областью определения
1. $y = arctgx$
2. $y = x^{-2}$
3. $y = \sqrt{4 - x^2}$
Варианты ответов:
1. $[-2;2]$
2. $(-\infty;-2]\cup[2;\infty)$
3. $(-2;2)$
4. $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$
5. $(-\infty,\infty)$

Вопрос № 9.4
Установите соответствие между функцией и её областью определения
1. $y = x^{\frac{1}{2}}$
2. $y = \log_2 x^2$
3. $y = \sqrt{x^2 - 4}$
Варианты ответов:
1. $(-\infty,-2]\cup[2,\infty)$

2. $(0, \infty)$
3. $[-2; 2]$
4. $[0; \infty)$
5. $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

Вопрос № 9.5
Установите соответствие между функцией и её областью определения
1. $y = (1 - x)^{\frac{1}{2}}$
2. $y = \dfrac{x}{x \cdot (x^2 + 1)}$
3. $y = 2^{\log_2 x}$

Варианты ответов:
1. $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
2. $(0, \infty)$
3. $[1; \infty)$
4. $(-\infty, \infty)$
5. $(-\infty; 1]$