

**Министерство образования и науки Астраханской области
Государственное автономное образовательное учреждение
Астраханской области высшего образования
«Астраханский государственный архитектурно-строительный
университет»
(ГАОУ АО ВО «АГАСУ»)**



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины _____ Основы уравнительных вычислений _____
(указывается наименование в соответствии с учебным планом)

По специальности _____ 21.05.01 «Прикладная геодезия» _____
(указывается наименование специальности в соответствии с ФГОС)

Специализация _____ «Инженерная геодезия» _____
(указывается наименование специализации в соответствии с ООП)

Кафедра _____ Системы автоматизированного проектирования и моделирования _____

Квалификация (степень) выпускника _____ инженер - геодезист _____

Разработчик:

доцент, к.т.н.
(занимаемая должность,
ученая степень, ученое звание)


(подпись)

П.Н. Садчиков
(инициалы, фамилия)

Рабочая программа разработана для учебного плана 2016 г.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры «Системы автоматизированного проектирования и моделирования»

Протокол № 13 от 28.06.2016 г.


Заведующий кафедрой


(подпись)

/ И.Ю. Петрова /
И. О. Ф.

Согласовано:

Председатель МКС «Прикладная геодезия»
специализация «Инженерная геодезия»


(подпись)


/ Т.Н. Родова /
И. О. Ф.

Начальник УМУ


(подпись)

/ М.А. Мурзин /
И. О. Ф.

Специалист УМУ


(подпись)

/ Е.С. Кожикова /
И. О. Ф.

Начальник УИТ


(подпись)

/ К.А. Головинский /
И. О. Ф.

Заведующая научной библиотекой


(подпись)

/ К.А. Головинский /
И. О. Ф.

Содержание

1. Цели и задачи освоения дисциплины	4
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине «Основы уравнительных вычислений», соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
3. Место дисциплины в структуре ООП специалитета	4
4. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	5
5. Содержание дисциплины «Основы уравнительных вычислений», структурированное по разделам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	6
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)	6
5.1.1. Очная форма обучения	6
5.1.2. Заочная форма обучения	6
5.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам	7
5.2.1. Содержание лекционных занятий	7
5.2.2. Содержание лабораторных занятий	7
5.2.3. Содержание практических занятий	8
5.2.4. Содержание самостоятельной работы	9
5.2.5. Темы контрольных работ	9
5.2.6. Темы курсовых проектов/ курсовых работ	9
6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	10
7. Образовательные технологии	10
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	11
8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	11
8.2. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения	12
8.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	12
9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	12
10. Особенности организации обучения по дисциплине «Основы уравнительных вычислений» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья	14

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель изучения ученой дисциплины «Основы уравнительных вычислений» - теоретическая и практическая подготовка специалистов в области математического обоснования результатов обработки геодезических исследований.

Задачи дисциплины:

- формирование знаний прикладной математики к обоснованию способов уравнивания геодезических сетей, необходимых для изучения ряда дисциплин профессионального цикла;
- создание фундамента математического образования, необходимого для получения профессиональных компетенций специалиста в области геодезии;
- воспитание культуры проведения геодезических обследований и понимание роли математических методов в обосновании принятых методик обработки измерений в профессиональной деятельности.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине «Основы уравнительных вычислений», соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

ПК – 22 - способностью выполнять сбор, анализ и использование топографо-геодезических и картографических материалов и ГИС-технологий для изучения природно-ресурсного потенциала страны, отдельных регионов и областей в целях рационального природопользования.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

знать:

- фундаментальные основы постановки задачи уравнивания геодезической сети, критерии обнаружения ошибок топографо-геодезических материалов и методы устранения невязок подбором поправок к результатам измерений (ПК-22);

уметь:

- выполнять уравнивание и производить оценку точности плановых, высотных и пространственных геодезических сетей на основе результатов измерений (ПК-22);

владеть:

- методами уравнивания геодезической сети и интерпретации геопространственных данных (ПК-22).

3. Место дисциплины в структуре ООП специалитета

Дисциплина Б1.В.ДВ.02.01 «Основы уравнительных вычислений» реализуется в рамках Блока 1 «Дисциплины» вариативной по выбору части.

Дисциплина базируется на результатах обучения, полученных в рамках изучения следующих дисциплин: «Математика», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Геодезия».

4. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Форма обучения	Очная	Заочная
1	2	3
Трудоемкость в зачетных единицах:	5 семестр – 2 з.е.; всего – 2 з.е.	9 семестр – 2 з.е.; всего - 2 з.е.
Аудиторных (включая контактную работу обучающихся с преподавателем) часов (всего) по учебному плану:		
Лекции (Л)	5 семестр – 18 часов; всего - 18 часов	9 семестр – 4 часа; всего - 4 часа
Лабораторные занятия (ЛЗ)	<i>учебным планом не предусмотрены</i>	<i>учебным планом не предусмотрены</i>
Практические занятия (ПЗ)	5 семестр – 18 часов; всего - 18 часов	9 семестр – 6 часов; всего - 6 часов
Самостоятельная работа студента (СРС)	5 семестр – 36 часов; всего – 36 часов	9 семестр – 62 часа; всего - 62 часа
Форма текущего контроля:		
Контрольная работа	<i>учебным планом не предусмотрена</i>	<i>учебным планом не предусмотрена</i>
Форма промежуточной аттестации:		
Зачет	семестр – 5	семестр – 9
Экзамен	<i>учебным планом не предусмотрен</i>	<i>учебным планом не предусмотрен</i>
Зачет с оценкой	<i>учебным планом не предусмотрен</i>	<i>учебным планом не предусмотрен</i>
Курсовая работа	<i>учебным планом не предусмотрена</i>	<i>учебным планом не предусмотрена</i>
Курсовой проект	<i>учебным планом не предусмотрен</i>	<i>учебным планом не предусмотрен</i>

5. Содержание дисциплины «Основы уравнильных вычислений», структурированное по разделам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

5.1.1. Очная форма обучения

№ п/п	Раздел дисциплины (по семестрам)	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы				Форма промежу- точной аттеста- ции и текущего контроля
				контактная			СРС	
				Лекции	Лабор. занятия	Практ. занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Основные понятия и задачи теории уравнивания геодезических сетей	36	5	10	-	6	20	Зачет
2	Параметрический способ уравнивания геодезических сетей	18		4	-	6	8	
3	Коррелатный способ уравнивания геодезических сетей	18		4	-	6	8	
Итого:		72		18	-	18	36	

5.1.2. Заочная форма обучения

№ п/п	Раздел дисциплины (по семестрам)	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы				Форма промежу- точной аттеста- ции и текущего контроля
				контактная			СРС	
				Лекции	Лабор. занятия	Практ. занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Основные понятия и задачи теории уравнивания геодезических сетей	36	9	2	-	2	32	Зачет
2	Параметрический способ уравнивания геодезических сетей	18		1	-	2	15	
3	Коррелатный способ уравнивания геодезических сетей	18		1	-	2	15	
Итого:		72		4	-	6	62	

5.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам

5.2.1. Содержание лекционных занятий

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1.	Основные понятия и задачи теории уравнивания геодезических сетей	Общая постановка задачи уравнивания. Условное уравнение фигур. Условие станции. Условие жесткого угла. Условие горизонта. Базисное условие. Логарифмическая форма базисного условного уравнения связи. Условие полюса. Условие дирекционных углов. Координатные условные уравнения связи. Алгоритм заполнения таблицы коэффициентов и контрольных ее столбцов. Понятие полигона. Замкнутые и разомкнутые полигоны. Определение числа избыточных измерений. Суммы превышений по ходам, входящим в замкнутый полигон. Условные уравнения поправок. Вычисление невязок по II-му полигону
2.	Параметрический способ уравнивания геодезических сетей	Общая постановка задачи уравнивания параметрическим способом. Основная задача уравнивания – устранение невязок подбором поправок к результатам измерений. Вес функции. Вывод системы нормальных уравнений поправок при параметрическом способе через обратные веса измерений. Отличия в определении системы условных уравнений поправок для равноточных и неравноточных измерений. Общий порядок вычислений при параметрическом способе уравнивания.
3.	Коррелятный способ уравнивания геодезических сетей	Общая постановка задачи уравнивания коррелятным способом. Вывод системы нормальных уравнений поправок при коррелятном способе через обратные веса измерений. Этапы определения оценки точности при коррелятном способе уравнивания. Составление весовой функции и ее разложение в ряд Тейлора. Вычисление по схеме Гаусса обратного веса функций. Определение поправок к результатам измерений. Вычисление средней квадратической ошибки функции от уравненных измерений. Составление и решение нормальных уравнений коррелят

5.2.2. Содержание лабораторных занятий

Учебным планом не предусмотрены.

5.2.3. Содержание практических занятий

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1.	Основные понятия и задачи теории уравнивания геодезических сетей	Задачи уравнивания в общей постановке. Построение условного уравнения фигур.
		Условные уравнения связи в сетях триангуляции. Условие станции. Условие жесткого угла. Условие горизонта. Базисное условие. Логарифмическая форма базисного условного уравнения связи. Условие полюса.
		Условие дирекционных углов. Координатные условные уравнения связи. Алгоритм заполнения таблицы коэффициентов и контрольных ее столбцов.
		Понятие полигона. Замкнутые и разомкнутые полигоны. Определение числа избыточных измерений. Суммы превышений по ходам, входящим в замкнутый полигон. Условные уравнения поправок. Вычисление невязок по U-му полигону.
2.	Параметрический способ уравнивания геодезических сетей	Общая постановка задачи уравнивания параметрическим способом. Устранение невязок подбором поправок к результатам измерений.
		Вес функции. Вывод системы нормальных уравнений поправок при параметрическом способе через обратные веса измерений.
		Отличия в определении системы условных уравнений поправок для равноточных и неравноточных измерений. Общий порядок вычислений при параметрическом способе уравнивания.
3.	Коррелятный способ уравнивания геодезических сетей	Общая постановка задачи уравнивания коррелятным способом. Вывод системы нормальных уравнений поправок при коррелятном способе через обратные веса измерений.
		Этапы определения оценки точности при коррелятном способе уравнивания. Составление весовой функции и ее разложение в ряд Тейлора. Вычисление по схеме Гаусса обратного веса функций.
		Определение поправок к результатам измерений. Вычисление средней квадратической ошибки функции от уравненных измерений. Составление и решение нормальных уравнений коррелят.

5.2.4. Содержание самостоятельной работы

Очная форма

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4
1.	Основные понятия и задачи теории уравнивания геодезических сетей	Изучение теоретического и практического материала по рекомендованной в рабочей программе литературе. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к зачету.	[1], [2], [3], [7], [8]
2.	Параметрический способ уравнивания геодезических сетей	Изучение теоретического и практического материала по рекомендованной в рабочей программе литературе. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к зачету.	[1], [2], [3], [5], [6], [7], [9]
3.	Коррелятный способ уравнивания геодезических сетей	Изучение теоретического и практического материала по рекомендованной в рабочей программе литературе. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к зачету.	[1], [3], [4], [7], [8]

Заочная форма

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4
1.	Основные понятия и задачи теории уравнивания геодезических сетей	Изучение теоретического и практического материала по рекомендованной в рабочей программе литературе. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к зачету.	[1], [2], [3], [7], [9]
2.	Параметрический способ уравнивания геодезических сетей	Изучение теоретического и практического материала по рекомендованной в рабочей программе литературе. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к зачету.	[1], [2], [3], [5], [6], [7], [8]
3.	Коррелятный способ уравнивания геодезических сетей	Изучение теоретического и практического материала по рекомендованной в рабочей программе литературе. Подготовка к практическим занятиям. Подготовка к зачету.	[1], [3], [4], [7], [9]

5.2.5. Темы контрольных работ

Учебным планом не предусмотрены.

5.2.6. Темы курсовых проектов/ курсовых работ

Учебным планом не предусмотрены.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Вид учебной работы	Организация деятельности студента
1	2
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно. Фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на
Практическое занятие	Проработка рабочей программы. Уделить особое внимание целям и задачам, структуре и содержанию дисциплины. Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Решение расчетно-графических заданий, решение за-
Самостоятельная работа	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующихся для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме. Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и
Подготовка к зачету	При подготовке к зачету необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

7. Образовательные технологии

Перечень образовательных технологий, используемых при изучении дисциплины «Основы уравнительных вычислений».

Традиционные образовательные технологии

Обучение дисциплине «Основы уравнительных вычислений» проводится с использованием традиционных образовательных технологий, ориентирующихся на организацию образовательного процесса, предполагающую прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения). Учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер. Формы учебных занятий по дисциплине «Основы уравнительных вычислений» с использованием традиционных технологий:

Лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами (монолог преподавателя).

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

Интерактивные технологии

По дисциплине «Основы уравнительных вычислений» лекционные занятия проводятся с использованием следующих интерактивных технологий:

Лекция-визуализация - представляет собой визуальную форму подачи лекционного материала средствами ТСО или аудиовидеотехники (видео-лекция). Чтение такой лекции сводится к развернутому или краткому комментированию просматриваемых визуальных материалов (в виде схем, таблиц, графов, графиков, моделей). Лекция-визуализация помогает студентам преобразовывать лекционный материал в визуальную форму, что способствует формиро-

ванию у них профессионального мышления за счет систематизации и выделения наиболее значимых, существенных элементов.

Проблемная лекция – форма изложения материала, предполагающее постановку проблемных и дискуссионных вопросов, освещение различных научных подходов, авторские комментарии, связанные с различными моделями интерпретации изучаемого материала.

Лекция с разбором конкретных ситуаций – форма, при которой преподаватель на обсуждение ставит не вопросы, а конкретную ситуацию. Ситуация представляется устно или в очень короткой видеозаписи, диафильме, содержащих достаточную информацию для оценки характерного явления и обсуждения. Слушатели анализируют и обсуждают ее сообща, всей аудиторией. Основным содержанием занятия является лекционный материал, а потому преподаватель направляет тему дискуссии для получения достоверных выводов.

По дисциплине «Основы уравнильных вычислений» практические занятия проводятся с использованием следующих интерактивных технологий:

Работа в малых группах – это одна из самых популярных стратегий, так как она дает всем обучающимся возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения (в частности, умение активно слушать, вырабатывать общее мнение, разрешать возникающие разногласия).

Исследовательский проект – структура приближена к формату научного исследования (доказательство актуальности темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, выдвижение гипотезы, обобщение результатов, выводы, обозначение новых проблем).

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

1. Раннев Г.Г. Методы и средства измерений / Москва Академия. 2003. – 323 с.
2. Кононенко В.В. Контрольно-измерительные приборы и технические измерения в строительстве / Ростов-на-Дону. 2002. – 93 с
3. Математическая обработка результатов геодезических измерений. Учебное пособие (книга). г. Москва 2015, Беликов А.Б., Симонян В.В., Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ. <http://www.iprbookshop.ru/30431.html>

б) дополнительная учебная литература:

4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Москва. Высшая школа. 2000. – 476 с
5. Горелова Г.В. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel / Ростов-на-Дону. Феникс. 2005. – 475 с.
6. Шпаков П. С., Попов В. Н. Статистическая обработка экспериментальных данных г. Москва / Издательство: Издательство Московского государственного горного университета Год: 2003. <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=100166>
7. Шпаков П. С., Юнаков Ю. Л. Математическая обработка результатов измерений г. Красноярск / Издательство: Сибирский федеральный университет. Год: 2014. <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=435837>

в) перечень учебно-методического обеспечения:

8. Садчиков, П.Н. Курс лекций по дисциплине «Основы уравнительных вычислений» // Учебно-методическое пособие. АИСИ. 2015. 34 с.

9. Садчиков, П.Н. Прикладные задачи по уравниванию геодезических сетей на основе результатов измерений // Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Основы уравнительных вычислений». АИСИ. 2015. 15 с.

8.2. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения

- Microsoft Imagine Premium Renewed Subscription;
- Office Pro+ Dev SL A Each Academic;
- ApacheOpenOffice;
- 7-Zip;
- Adobe Acrobat Reader DC;
- Internet Explorer;
- Google Chrome;
- Mozilla Firefox;
- VLC media player;
- Dr.Web Desktop Security Suite.

8.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Электронная информационно-образовательная среда Университета, включающая в себя:

1. Образовательный портал (<http://edu.aucu.ru>);

Системы интернет-тестирования:

2. Единый портал интернет-тестирования в сфере образования. Информационно-аналитическое сопровождение тестирования студентов по дисциплинам профессионального образования в рамках проекта «Интернет-тренажеры в сфере образования» (<http://i-exam.ru>);

Электронно-библиотечные системы:

3. «Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека» (<https://biblioclub.ru/>);

Электронные базы данных:

4. Научная электронная библиотека (<http://www.elibrary.ru/>)

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1.	Аудитории для лекционных занятий: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18, литер	№204, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Стационарный мультимедийный

	А, ауд. №204, главный учебный корпус 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 186, литер Е, ауд. №208, 209, учебный корпус №10	комплект Доступ к сети Интернет
		№208, учебный корпус №10 Комплект учебной мебели Переносной мультимедийный комплект Доступ к сети Интернет
		№209, учебный корпус №10 Комплект учебной мебели Переносной мультимедийный комплект Доступ к сети Интернет
3.	Аудитории для практических занятий: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 186, литер Е, ауд. №201, 203, 208, 209, учебный корпус №10	№201, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№203, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№208, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№209, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
4.	Аудитории для групповых и индивидуальных консультаций: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 186, литер Е, ауд. №201, 203, 208, 209, учебный корпус	№201, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№203, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№208, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№209, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
5.	Аудитории для текущего контроля и промежуточной аттестации: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 186, литер Е, ауд. №201, 203, 208, 209, учебный корпус №10	№201, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№203, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№208, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№209, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
6.	Аудитории для самостоятельной работы: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18, литер А, ауд. №207, 209, 211, 312, главный учебный корпус	№207, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры -16 шт. Проекционный телевизор Доступ к сети Интернет

		№209, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры -15 шт. Стационарный мультимедийный комплект Доступ к сети Интернет
		№211, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры -16 шт. Проекционный телевизор Доступ к сети Интернет
		№312, главный учебный корпус Комплект учебной мебели. Компьютеры-15 шт. Доступ к сети Интернет.

10. Особенности организации обучения по дисциплине «Основы уравнительных вычислений» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья на основании письменного заявления дисциплина **«Основы уравнительных вычислений»** реализуется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья.

**Лист внесения дополнений и изменений
в рабочую программу учебной дисциплины**

«Основы уравнительных вычислений»
(наименование дисциплины)

на 20__ - 20__ учебный год

Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры
«Системы автоматизированного проектирования и моделирования»,

протокол № ____ от _____ 20__ г.

Зав. кафедрой

ученая степень, ученое звание

подпись

/ _____/
И.О. Фамилия

В рабочую программу вносятся следующие изменения:

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____

Составители изменений и дополнений:

ученая степень, ученое звание

подпись

/ _____/
И.О. Фамилия

ученая степень, ученое звание

подпись

/ _____/
И.О. Фамилия

**Министерство образования и науки Астраханской области
Государственное автономное образовательное учреждение
Астраханской области высшего образования
«Астраханский государственный архитектурно-строительный
университет»
(ГАОУ АО ВО «АГАСУ»)**



ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Наименование дисциплины Основы уравнительных вычислений
(указывается наименование в соответствии с учебным планом)

По специальности 21.05.01 «Прикладная геодезия»
(указывается наименование специальности в соответствии с ФГОС)

Специализация «Инженерная геодезия»
(указывается наименование специализации в соответствии с ООП)

Кафедра Системы автоматизированного проектирования и моделирования

Квалификация (степень) выпускника инженер - геодезист

Астрахань – 2016

Разработчик:

ДОЦЕНТ, К.Т.Н.

(занимаемая должность,
ученая степень, ученое звание)



(подпись)

П.Н. Садчиков

(инициалы, фамилия)

Оценочные и методические материалы разработаны для учебного плана 2016 г.

Оценочные и методические материалы рассмотрены и одобрены на заседании кафедры
«Системы автоматизированного проектирования и моделирования»

Протокол № 13 от 28.06. 2016 г.

Заведующий кафедрой



(подпись)

/ И.Ю. Петрова /

И. О. Ф.

Согласовано:

Председатель МКС Прикладная геодезия
специализация «Инженерная геодезия»



(подпись)

/ Т.А. Кабанова /

И. О. Ф.

Начальник УМУ



(подпись)

/ И.О. Шухина /

И. О. Ф.

Специалист УМУ



(подпись)

И. Ю. Ф.

Содержание

1. Оценочные и методические материалы для проведения промежуточной аттестации и текущего контроля обучающихся по дисциплине	19
1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы	19
1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	20
1.2.1. Перечень оценочных средств текущей формы контроля	20
1.2.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций по дисциплине на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	20
1.2.3. Шкала оценивания	21
2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения образовательной программы	22
2.1. Зачет	22
2.2. Опрос (письменный)	23
3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций	23

1. Оценочные и методические материалы для проведения промежуточной аттестации и текущего контроля обучающихся по дисциплине

Оценочные и методические материалы являются неотъемлемой частью рабочей программы дисциплины и представлены в виде отдельного документа.

1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Индекс и формулировка компетенции N	Номер и наименование результатов образования по дисциплине (в соответствии с разделом 2)	Номер раздела дисциплины (в соответствии с п.5.1)			Формы контроля с конкретизацией задания
		1	2	3	
1	2	3	4	5	6
ПК – 22 - способностью выполнять сбор, анализ и использование топографо-геодезических и картографических материалов и ГИС-технологий для изучения природно-ресурсного потенциала страны, отдельных регионов и областей в целях рационального природопользования	Знать:				
	фундаментальные основы постановки задачи уравнивания геодезической сети, критерии обнаружения ошибок топографо-геодезических материалов и методы устранения невязок подбором поправок к результатам измерений	X	X	X	зачет
	Уметь:				
	выполнять уравнивание и производить оценку точности плановых, высотных и пространственных геодезических сетей на основе результатов измерений	X	X	X	письменный опрос
	Владеть:				
	методами уравнивания геодезической сети и интерпретации геопространственных данных	X	X	X	зачет

1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

1.2.1. Перечень оценочных средств текущей формы контроля

Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
Опрос (письменный)	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде опроса студентов	Вопросы по темам/разделам дисциплины

1.2.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций по дисциплине на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Компетенция, этапы освоения компетенции	Планируемые результаты обучения	Показатели и критерии оценивания результатов обучения			
		Ниже порогового уровня (неудовл.)	Пороговый уровень (удовл.)	Продвинутый уровень (хорошо)	Высокий уровень (отлично)
1	2	3	4	5	6
ПК – 22 - способностью выполнять сбор, анализ и использование топографо-геодезических и картографических материалов и ГИС-технологий для изучения природно-ресурсного потенциала страны, отдельных регионов и областей в целях рационального природопользования	Знает: (ПК-22) фундаментальные основы постановки задачи уравнивания геодезической сети, критерии обнаружения ошибок топографо-геодезических материалов и методы устранения невязок подбором поправок к результатам измерений	Обучающийся не знает критерии обнаружения ошибок топографо-геодезических материалов и методы устранения невязок подбором поправок к результатам измерений	Обучающийся имеет знания постановки задачи уравнивания геодезической сети, о критериях обнаружения ошибок топографо-геодезических материалов, при этом допускает неточности при реализации методов устранения невязок подбором поправок к результатам измерений	Обучающийся знает основы постановки задачи уравнивания геодезической сети и критерии обнаружения ошибок измерений, реализует методы устранения невязок подбором поправок при обработке результатов топографо-геодезических и картографических исследований	Обучающийся знает и имеет системное представление о постановке и методах устранения невязок подбором поправок задачи уравнивания геодезической сети

	Умеет: (ПК-22) выполнять уравнивание и производить оценку точности плановых, высотных и пространственных геодезических сетей на основе результатов измерений	Обучающийся не умеет реализовывать математические методы по оценке точности плановых, высотных и пространственных геодезических сетей на основе результатов измерений	Обучающийся демонстрирует отдельные и не систематизированные навыки использования математического аппарата при оценке точности геодезических сетей на основе результатов измерений	Обучающийся умеет выполнять уравнивание и производить оценку точности плановых, высотных и пространственных геодезических сетей на основе результатов измерений, допускает единичные ошибки	Обучающийся умеет самостоятельно и правильно выполнять уравнивание и производить оценку точности плановых, высотных и пространственных геодезических сетей на основе результатов измерений
	Владеет: (ПК-22) методами уравнивания геодезической сети и интерпретации геопространственных данных	Обучающийся не владеет методами уравнивания геодезической сети и интерпретации геопространственных данных	Обучающийся владеет отдельными навыками применения методов уравнивания геодезической сети и интерпретации геопространственных данных, допускает несущественные ошибки	Обучающийся владеет навыками и методами уравнивания геодезической сети и интерпретации геопространственных данных в типовых ситуациях	Обучающийся владеет вероятностно-статистическими методами уравнивания геодезической сети и интерпретации геопространственных данных, реализует их в нестандартных ситуациях, создавая новые алгоритмы действий

1.2.3. Шкала оценивания

Уровень достижений	Отметка в 5-бальной шкале	Зачтено/ не зачтено
высокий	«5»(отлично)	зачтено
продвинутый	«4»(хорошо)	зачтено
пороговый	«3»(удовлетворительно)	зачтено
ниже порогового	«2»(неудовлетворительно)	не зачтено

2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения образовательной программы

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ:

2.1. Зачет

а) типовые вопросы к зачету (см. приложение 1)

б) критерии оценки.

При оценке знаний на зачете учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	Отлично	Ответы на поставленные вопросы излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений. Полно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Делаются обоснованные выводы. Демонстрируются глубокие знания базовых нормативно-правовых актов. Соблюдаются нормы литературной речи.
2	Хорошо	Ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно. Базовые нормативно-правовые акты используются, но в недостаточном объеме. Материал излагается уверенно. Раскрыты причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер. Соблюдаются нормы литературной речи.
3	Удовлетворительно	Допускаются нарушения в последовательности изложения. Имеются упоминания об отдельных базовых нормативно-правовых актах. Неполно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируются поверхностные знания вопроса, с трудом решаются конкретные задачи. Имеются затруднения с выводами. Допускаются нарушения норм литературной речи.
4	Неудовлетворительно	Материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний по дисциплине. Не раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Не проводится анализ. Выводы отсутствуют. Ответы на дополнительные вопросы отсутствуют. Имеются заметные нарушения норм литературной речи.
5	Зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровнях «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».
6	Не зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровне «неудовлетворительно».

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ:

2.2. Опрос (письменный)

а) типовые вопросы (Приложение 2)

б) критерии оценивания

При оценке знаний на опросе (письменном) учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

Опрос письменный (блиц – опрос)

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	2	3
1	Отлично	Вопрос раскрыт полностью, точно обозначены основные понятия и характеристики по теме
2	Хорошо	Вопрос раскрыт, однако нет полного описания всех необходимых элементов.
3	Удовлетворительно	Вопрос раскрыт не полно, присутствуют грубые ошибки, однако есть некоторое понимание раскрываемых понятий.
4	Неудовлетворительно	Ответ на вопрос отсутствует или в целом не верен

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций

Поскольку учебная дисциплина призвана формировать несколько дескрипторов компетенций, процедура оценивания реализуется поэтапно:

1-й этап: оценивание уровня достижения каждого из запланированных результатов обучения – дескрипторов (знаний, умений, владений) в соответствии со шкалами и критериями, установленными матрицей компетенций ООП (приложение к ООП). Экспертной оценке преподавателя подлежат уровни сформированности отдельных дескрипторов, для оценивания которых предназначена данная оценочная процедура текущего контроля или промежуточной аттестации согласно матрице соответствия оценочных средств результатов обучения по дисциплине.

2-этап: интегральная оценка достижения обучающимся запланированных результатов обучения по итогам отдельных видов текущего контроля и промежуточной аттестации.

Характеристика процедур текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

№	Наименование оценочного средства	Периодичность и способ проведения процедуры оценивания	Виды вставляемых оценок	Способ учета индивидуальных достижений обучающихся
1.	Зачет	Раз в семестр, по окончании изучения дисциплины	По шкале зачтено / не зачтено	Ведомость, зачетная книжка, учебная карточка, портфолио
2.	Опрос	Систематически на занятиях	По пятибалльной шкале	Журнал успеваемости преподавателя

Удовлетворительная оценка по дисциплине, может выставляться и при неполной сформированности компетенций в ходе освоения отдельной учебной дисциплины, если их формирование предполагается продолжить на более поздних этапах обучения, в ходе изучения других учебных дисциплин.

Типовые вопросы к зачету
по дисциплине Основы уравнительных вычислений

ПК-22: Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ» и «ВЛАДЕТЬ»

1. Коэффициенты вариации и ковариации.
2. Коэффициент корреляции и корреляционное отношение.
3. Линейная и нелинейная корреляция. Уравнение регрессии.
4. Классификация ошибок измерений.
5. Оценка точности вычислений с округленными числами.
6. Этапы математической обработки ряда многократных независимых равноточных измерений одной величины.
7. Понятие о весе. Вес функции коррелированных и некоррелированных аргументов.
8. Этапы математической обработки ряда многократных независимых неравноточных измерений одной величины.
9. Критерий обнаружения систематических ошибок.
10. Математическая обработка двойных неравноточных измерений ряда однородных величин.
11. Общая постановка задачи уравнивания параметрическим способом.
12. Вывод системы нормальных уравнений поправок в параметрическом способе через обратные веса измерений.
13. Общий порядок вычислений при параметрическом способе уравнивания.
14. Устранение невязок подбором поправок к результатам измерений.
15. Общий порядок вычислений при коррелятном способе уравнивания.
16. Понятие полигона. Замкнутые и разомкнутые полигоны.
17. Определение числа избыточных измерений.
18. Условные уравнения поправок.
19. Этапы определения оценки точности при коррелятном способе уравнивания.
20. Составление и решение нормальных уравнений коррелат.
21. Условное уравнение фигур.
22. Условие станции. Условие жесткого угла.
23. Условие горизонта. Условие полюса.
24. Базисное условие. Логарифмическая форма базисного условного уравнения связи.
25. Условие дирекционных углов.
26. Алгоритм заполнения таблицы коэффициентов и контрольных ее столбцов.

**Типовые задания для проведения письменного опроса
по дисциплине Основы уравнительных вычислений**

ПК-22: Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»

Задание №1.

Составление параметрических уравнений поправок

Постановка задачи, сводка формул и определений

Для определения величин X_1, X_2, \dots, X_k измерены величины $L_1, L_2, \dots, L_n, n > k$, получены результаты измерений l_1, l_2, \dots, l_n (с весами p_1, p_2, \dots, p_n).

k – число искоемых, определяемых величин, число необходимых измерений;

n – число измеренных величин, число измерений, $r = n - k$ -- число избыточных измерений.

Результаты измерений из-за неизбежных ошибок измерений не согласованы, они не удовлетворяют условиям, возникающим в сети, поэтому необходим переход к уравненным результатам измерений

$$\bar{l}_i = l_i + v_i \quad (1)$$

При уравнивании измерений по методу наименьших квадратов параметрическим способом выбираются параметры T_j . Их число должно быть равно k - числу необходимых измерений, они должны быть алгебраически независимыми, и все измерявшиеся величины L_i должны выражаться как функции параметров

$$L_i = \psi_i(T_1, T_2, \dots, T_k) \quad (2)$$

Уравнения (2) называются исходными параметрическими уравнениями связи, им должны удовлетворять уравненные результаты измерений \bar{l}_i и уравненные значения параметров t_j , т.е.

$$\bar{l}_i = \psi_i(t_1, t_2, \dots, t_k) \quad (2a)$$

Уравнения (2a) также называются исходными параметрическими уравнениями связи.

Уравненные значения параметров t_j выражаются как сумма приближенного значения t_j^0 и поправки из уравнивания τ_j

$$t_j = t_j^0 + \tau_j \quad (3)$$

Линеаризовав уравнения (2a), переходим к параметрическим уравнениям поправок

$$v_i = a_{i1}\tau_1 + a_{i2}\tau_2 + \dots + a_{ik}\tau_k + a_{i0} \quad (4)$$

В (4) коэффициенты a_{ij} – частные производные функций ψ_i по каждому аргументу t_j , вычисленные по приближенным значениям параметров,

$$a_{ij} = \left(\frac{\partial \psi_i}{\partial t_j} \right)_0, \quad i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, k \quad (5)$$

свободный член a_{i0} равен разности значения параметрического уравнения связи, вычисленного по приближенным параметрам, и результата измерения l_i , т.е.

$$a_{i0} = \psi_i(t_1^0, t_2^0, \dots, t_k^0) - l_i = \psi_i^0 - l_i \quad (6)$$

Замечание

При составлении параметрических уравнений поправок для реальных геодезических построений

- 1) в качестве параметров обычно выбираются искоемые величины X_j ;
- 2) точность определения приближенных значений параметров должна быть такова, чтобы при переходе от параметрических уравнений связи (2a) к параметрическим уравнениям поправок (4)

можно было бы ограничиться первыми, линейными членами разложения в ряд Тейлора по степеням поправок τ_j , поэтому приближенные значения параметров t_j^0 вычисляются от исходных пунктов по кратчайшим "ходовым линиям";

3) надо учитывать, что при разложении в ряд Тейлора приращения угловых величин выражаются в радианах;

4) при уравнивании геодезических сетей для измеренных величин и параметров обычно используются обозначения, принятые для обозначения соответствующих величин в геодезии, например, x , y – для координат, β – для углов и т.п. Поправки в этом случае часто обозначаются тем же символом с добавлением символа δ , например, $\delta\beta$ – поправки в углы, δs – поправки в стороны, δx , δy – поправки в координаты.

Задание №2.

Параметрические уравнения поправок дирекционного угла и стороны

В плановой сети измерены дирекционные углы и длины сторон.

Даны приближенные координаты (x_H^0, y_H^0) начального и (x_K^0, y_K^0) конечного пунктов стороны и результаты измерений дирекционного угла α_{HK} и длины стороны s_{HK} ,

Составить параметрические уравнения поправок для дирекционного угла и длины стороны. В качестве параметров принять координаты определяемых пунктов сети.

Принятые обозначения:

уравненные координаты начального Н и конечного К пунктов равны

$$x_H = x_H^0 + \delta x_H, \quad y_H = y_H^0 + \delta y_H$$

$$x_K = x_K^0 + \delta x_K, \quad y_K = y_K^0 + \delta y_K$$

уравненные результаты измерений равны

$$\bar{\alpha}_{HK} = \alpha_{HK} + \delta \alpha_{HK}$$

$$\bar{s}_{HK} = s_{HK} + \delta s_{HK}$$

1.1 Составление параметрического уравнения поправок для стороны.

Исходное параметрическое уравнение связи (2а) имеет вид :

$$\bar{s}_{HK} = \sqrt{(x_K - x_H)^2 + (y_K - y_H)^2} \quad (1.1)$$

В параметрическое уравнение связи входят только координаты начального и конечного пунктов стороны, поэтому в параметрическом уравнении поправок ненулевыми будут только коэффициенты при поправках к координатам начального и конечного пунктов

$$\delta s_{HK} = \left(\frac{\partial s_{HK}}{\partial x_H} \right)_0 \delta x_H + \left(\frac{\partial s_{HK}}{\partial y_H} \right)_0 \delta y_H + \left(\frac{\partial s_{HK}}{\partial x_K} \right)_0 \delta x_K + \left(\frac{\partial s_{HK}}{\partial y_K} \right)_0 \delta y_K + s_{HK}^0 - s_{HK} \quad (1.2)$$

Частные производные по параметрам, входящим в уравнение (1.2), равны

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial s_i}{\partial x_H} \right)_0 &= -\cos \alpha_{HK}^0 & \left(\frac{\partial s_i}{\partial x_K} \right)_0 &= +\cos \alpha_{HK}^0 \\ \left(\frac{\partial s_i}{\partial y_H} \right)_0 &= -\sin \alpha_{HK}^0 & \left(\frac{\partial s_i}{\partial y_K} \right)_0 &= +\sin \alpha_{HK}^0 \end{aligned}$$

Частные производные по всем остальным параметрам равны нулю.

Приближенное значение стороны равно

$$s_{HK}^0 = \sqrt{(x_K^0 - x_H^0)^2 + (y_K^0 - y_H^0)^2} \quad (1.3)$$

Следовательно, параметрическое уравнение поправок для стороны будет иметь вид

$$\delta s_{HK} = -\cos \alpha_{HK}^0 \delta x_H - \sin \alpha_{HK}^0 \delta y_H + \cos \alpha_{HK}^0 \delta x_K + \sin \alpha_{HK}^0 \delta y_K + s_{HK}^0 - s_{HK} \quad (1.4)$$

Если поправки в (1.4) выражать в сантиметрах, то надо выразить в сантиметрах свободный член $(s_{HK}^0 - s_{HK})$.

Параметрических уравнений поправок вида (1.4) в сети столько, сколько измерено сторон.

1.2 Составление параметрического уравнения связи и параметрического уравнения поправок для дирекционного угла.

Исходное параметрическое уравнение связи имеет вид

$$\bar{\alpha}_{\text{HK}} = \arctg \frac{y_{\text{K}} - y_{\text{H}}}{x_{\text{K}} - x_{\text{H}}} \quad (2.1)$$

В параметрическое уравнение связи входят только координаты начального и конечного пунктов стороны, поэтому в параметрическом уравнении поправок ненулевыми будут только коэффициенты при поправках к координатам начального и конечного пунктов.

$$\delta\alpha_{\text{HK}} = \left(\frac{\partial\alpha_{\text{HK}}}{\partial x_{\text{H}}} \right)_0 \delta x_{\text{H}} + \left(\frac{\partial\alpha_{\text{HK}}}{\partial y_{\text{H}}} \right)_0 \delta y_{\text{H}} + \left(\frac{\partial\alpha_{\text{HK}}}{\partial x_{\text{K}}} \right)_0 \delta x_{\text{K}} + \left(\frac{\partial\alpha_{\text{HK}}}{\partial y_{\text{K}}} \right)_0 \delta y_{\text{K}} + \alpha_{\text{HK}}^0 - \alpha_{\text{HK}} \quad (2.2)$$

Частные производные по параметрам, входящим в уравнение (2.2), равны

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial\alpha_{\text{HK}}}{\partial x_{\text{H}}} \right)_0 &= + \frac{\sin \alpha_{\text{HK}}^0}{s_{\text{HK}}^0} & \left(\frac{\partial\alpha_{\text{HK}}}{\partial x_{\text{K}}} \right)_0 &= - \frac{\sin \alpha_{\text{HK}}^0}{s_{\text{HK}}^0} \\ \left(\frac{\partial\alpha_{\text{HK}}}{\partial y_{\text{H}}} \right)_0 &= - \frac{\cos \alpha_{\text{HK}}^0}{s_{\text{HK}}^0} & \left(\frac{\partial\alpha_{\text{HK}}}{\partial y_{\text{K}}} \right)_0 &= + \frac{\cos \alpha_{\text{HK}}^0}{s_{\text{HK}}^0} \end{aligned}$$

Частные производные по всем остальным параметрам равны нулю.

Приближенное значение дирекционного угла равно

$$\alpha_{\text{HK}}^0 = \arctg \frac{y_{\text{K}}^0 - y_{\text{H}}^0}{x_{\text{K}}^0 - x_{\text{H}}^0} \quad (2.3)$$

Следовательно, параметрическое уравнение поправок для дирекционного угла имеет вид

$$\delta\alpha_{\text{HK}} = \frac{\sin \alpha_{\text{HK}}^0}{s_{\text{HK}}^0} \delta x_{\text{H}} - \frac{\cos \alpha_{\text{HK}}^0}{s_{\text{HK}}^0} \delta y_{\text{H}} - \frac{\sin \alpha_{\text{HK}}^0}{s_{\text{HK}}^0} \delta x_{\text{K}} + \frac{\cos \alpha_{\text{HK}}^0}{s_{\text{HK}}^0} \delta y_{\text{K}} + \alpha_{\text{HK}}^0 - \alpha_{\text{HK}} \quad (2.4)$$

В уравнении (2.4) угловые поправки и свободный член выражены в радианах, поправки в координаты – в той же мере, что и приближенные координаты, длины линий, т.е. обычно в метрах.

Чтобы выразить угловые величины в секундах, уравнение (2.4) умножается на $\rho''=206265''$, чтобы выразить поправки к координатам в сантиметрах, члены, содержащие поправки к координатам, умножаются и делятся на 100.

Введем обозначения

$$(S) = 2062.65 \frac{\sin \alpha}{s} \quad (C) = 2062.65 \frac{\cos \alpha}{s} \quad (2.5)$$

Тогда параметрическое уравнение поправок для дирекционного угла получит вид :

$$\delta\alpha_{\text{HK}}'' = (S)_{\text{HK}} \delta x_{\text{H}} - (C)_{\text{HK}} \delta y_{\text{H}} - (S)_{\text{HK}} \delta x_{\text{K}} + (C)_{\text{HK}} \delta y_{\text{K}} + (\alpha_{\text{HK}}^0 - \alpha_{\text{HK}})'' \quad (2.6)$$

Свободный член $(\alpha_{\text{HK}}^0 - \alpha_{\text{HK}})''$ в (2.6) должен быть выражен в секундах.

Поправки к координатам будут выражены в сантиметрах.

Параметрических уравнений поправок вида (2.6) в сети столько, сколько измерено дирекционных углов.

Пример 1

Составить параметрические уравнения поправок для измеренных дирекционного угла и длины стороны. В качестве параметров принять координаты определяемых пунктов сети, поправки к длине стороны и приближенным координатам выразить в сантиметрах, поправку в дирекционный угол – в секундах.

Табл.1 Исходные данные и результаты измерений

Пункт сети	Приближенные координаты (м)		Результаты измерений	
	x^0	y^0		
Начальный пункт Н	9723.1	7211.7	дирекционный угол	146° 24'
	35	56	α_{HK}	45''
Конечный пункт К	8862.3	7783.3	длина стороны	1033.295

	56	42	s_{HK} (м)	
--	----	----	--------------	--

Для вычисления коэффициентов и свободных членов уравнений поправок для измеренного дирекционного угла и стороны решаем обратную геодезическую задачу по приближенным координатам определяемых пунктов.

Табл.2 Решение обратной геодезической задачи

y_H^0	7211.756	x_H^0	9723.135	$(S) = 2062.65 \frac{\sin \alpha}{s}$ $(C) = 2062.65 \frac{\cos \alpha}{s}$	
y_K^0	7783.342	x_K^0	8862.356		
$y_K^0 - y_H^0$	+ 571.586	$x_K^0 - x_H^0$	- 860.779		
$\operatorname{tg} \alpha_{HK}^0$	- 0.664033	α_{HK}^0	146° 24' 52.2"		
$\sin \alpha_{HK}^0$	+ 0.553181	$s_{HK}^0 = \Delta y / \sin \alpha$	1033.272		
$\cos \alpha_{HK}^0$	- 0.833061	$s_{HK}^0 = \Delta x / \cos \alpha$	1033.272		
$\alpha_{HK}^0 - \alpha_{HK}$	0° 0' 07.2"	+ 7.2"		(S) _{HK}	+1.1043
$s_{HK}^0 - s_{HK}$	- 0.0230 м	- 2.30 см		(C) _{HK}	- 1.6630

параметрическое уравнение поправок для измеренного дирекционного угла:

$$\delta \alpha_{HK}'' = (S)_{HK} \delta x_H - (C)_{HK} \delta y_H - (S)_{HK} \delta x_K + (C)_{HK} \delta y_K + (\alpha_{HK}^0 - \alpha_{HK})''$$

$$\delta \alpha_{HK}'' = 1.1043 \delta x_H + 1.6630 \delta y_H - 1.1043 \delta x_K - 1.6630 \delta y_K + 7.2''$$

параметрическое уравнение поправок для измеренной стороны

$$\delta s_{HK} = -\cos \alpha_{HK}^0 \delta x_H - \sin \alpha_{HK}^0 \delta y_H + \cos \alpha_{HK}^0 \delta x_K + \sin \alpha_{HK}^0 \delta y_K + (s_{HK}^0 - s_{HK})$$

Свободный член $(s_{HK}^0 - s_{HK})$ должен быть выражен в сантиметрах.

$$\delta s_{HK} = 0.8331 \delta x_H - 0.5532 \delta y_H - 0.8331 \delta x_K + 0.5532 \delta y_K - 2.30$$

В соответствии с принятым правилом вычисления коэффициентов и свободных членов параметрических уравнений поправок поправки в координаты и длины сторон, полученные после уравнивания, будут выражены в сантиметрах, поправки в дирекционные углы – в секундах.

Задание №3.

Составление параметрических уравнений поправок для превышений

В нивелирных сетях уравненное превышение равно разности уравненных высот конечного и начального реперов $\bar{h}_i = \bar{H}_{\text{кон}} - \bar{H}_{\text{нач}}$.

Приняв в качестве параметров высоты определяемых реперов, получим исходные параметрические уравнения вида (2а)

$$\bar{h}_i = t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}}$$

Уравненные значения превышений и параметров в соответствии с (1) и (3) равны

$$\bar{h}_i = h_i + v_i, \quad t_j = t_j^0 + \tau_j$$

Поэтому параметрические уравнения поправок в нивелирных сетях имеют вид

$$v_i = \tau_{\text{кон}} - \tau_{\text{нач}} + (t_{\text{кон}}^0 - t_{\text{нач}}^0) - h_i$$

или

$$v_i = \tau_{\text{кон}} - \tau_{\text{нач}} + a_{i0}$$

где свободный член a_{i0} в соответствии с (6) равен

$$a_{i0} = h_i^0 - h_i = (t_{\text{кон}}^0 - t_{\text{нач}}^0) - h_i$$

Пример 2

Составить параметрические уравнения поправок для нивелирной сети. Схема сети – рис.1, исходные данные – табл.1, результаты измерений – табл.2. В качестве параметров принять высоты определяемых реперов, свободные члены параметрических уравнений поправок выразить в сантиметрах.

Табл.1
Исх.данные

НА	261,850
НВ	265,731
НС	257,130

$$\bar{h}_i = h_i + v_i$$
$$t_j = t_j^0 + \tau_j$$

Табл.2 Результаты измерений

	нач. репер	кон. репер	превышения (м)	длина L (км)
h_1	А	рп1	-3,507	
h_2	рп1	рп3	-0,781	
h_3	рп3	С	-0,418	
h_4	В	рп2	-4,390	
h_5	рп2	рп1	-3,011	
h_6	рп2	рп3	-3,769	

Приближенные высоты определяемых реперов (параметров)

$$H_{\text{рп1}}^0 \quad t_1^0 = \text{НА} + h_1 \quad 258,343$$

$$H_{\text{рп2}}^0 \quad t_2^0 = \text{НВ} + h_4 \quad 261,341$$

$$H_{\text{рп3}}^0 \quad t_3^0 = \text{НС} - h_3 \quad 257,548$$

Параметрические уравнения связи и параметрические уравнения поправок имеют вид

$$\begin{array}{llll}
\bar{h}_1 = t_1 - \text{HA} & v_1 = +\tau_1 & & + (t_1^0 - \text{HA}) - h_1 \\
\bar{h}_2 = t_3 - t_1 & v_2 = -\tau_1 & + \tau_3 & + (t_3^0 - t_1^0) - h_2 \\
\bar{h}_3 = \text{HC} - t_3 & v_3 = & - \tau_3 & + (\text{HC} - t_3^0) - h_3 \\
\bar{h}_4 = t_2 - \text{HB} & v_4 = & + \tau_2 & + (t_2^0 - \text{HB}) - h_4 \\
\bar{h}_5 = t_1 - t_2 & v_5 = +\tau_1 & - \tau_2 & + (t_1^0 - t_2^0) - h_5 \\
\bar{h}_6 = t_3 - t_2 & v_6 = & - \tau_2 & + \tau_3 + (t_1^0 - t_2^0) - h_6
\end{array}$$

Свободные члены параметрических уравнений поправок равны

$$\begin{array}{llll}
a_{10} = (t_1^0 - \text{HA}) - h_1 & = & 0,000 \text{ м} & a_{10} = 0,0 \text{ см} \\
a_{20} = (t_3^0 - t_1^0) - h_2 & = & -0,014 \text{ м} & a_{20} = -1,4 \text{ см} \\
a_{30} = (\text{HC} - t_3^0) - h_3 & = & 0,000 \text{ м} & a_{30} = 0,0 \text{ см} \\
a_{40} = (t_2^0 - \text{HB}) - h_4 & = & 0,000 \text{ м} & a_{40} = 0,0 \text{ см} \\
a_{50} = (t_1^0 - t_2^0) - h_5 & = & 0,013 \text{ м} & a_{50} = 1,3 \text{ см} \\
a_{60} = (t_1^0 - t_2^0) - h_6 & = & -0,024 \text{ м} & a_{60} = -2,4 \text{ см}
\end{array}$$

Уравнивание нивелирной сети по методу наименьших квадратов параметрическим способом с использованием пакета программ “Действия с матрицами”

Задание №4.

Уравнять нивелирную сеть по методу наименьших квадратов параметрическим способом.
(схема сети - рис.1, исходные данные - таблица 1.1, результаты измерений - таблица 1.2)

Вычислить: уравненные высоты H_j определяемых (узловых) реперов и их обратную весовую матрицу Q_H , средние квадратические ошибки уравненных высот определяемых реперов, уравненные результаты измерений (превышения \bar{h}_i) и их обратную весовую матрицу Q_h , среднюю квадратическую ошибку единицы веса μ и среднюю квадратическую ошибку на один километр хода $m_{1\text{km}}$, обратную весовую матрицу Q_F уравненных превышений по ходам номер 1, 2 и 5 как функций уравненных параметров, средние квадратические ошибки этих функций.

В качестве параметров принять высоты определяемых реперов.

Порядок уравнивания и основные формулы.

1. Вычерчиваем схему сети, выписываем в табл.1.1 исходные данные и в колонки 1- 3 табл.1.2 результаты измерений

Табл.1.1 Исходные реперы

Номер исходного репера	Высота репера (м)
A	188,462
B	188,838
C	186,298

Табл.1.2. Измеряемые величины

№ хода i	Реперы		Измерен- ное пре- вышение h _i (м)	Длина хода L _i (км)	Вес P=15/L _i	Результаты уравнивания			
	начальный	конечный				поправ- ки v _i (см)	урав- ненные превы- шения h _i + v _i (м)	Контроль Формула	
								ψ _i (t ₁ ,t ₂ ,...,t _k)	ψ _i =
1	A	Рп11	2,186	10,7	1,40	-0,05	2,1855	t ₁ -H _A	2,1855
2	Рп11	Рп12	1,566	14,2	1,06	0,75	1,5735	t ₂ -t ₁	1,5735
3	Рп11	Рп13	-0,302	16,7	0,90	-0,97	-0,3117	t ₃ -t ₁	-0,3117
4	Рп12	Рп13	-1,881	12,4	1,21	-0,42	-1,8852	t ₃ -t ₂	-1,8852
5	Рп14	Рп13	0,915	15,8	0,95	0,06	0,9156	t ₃ -t ₄	-0,9156
6	Рп12	Рп14	-2,814	15,1	0,99	1,32	-2,8008	t ₄ -t ₂	-2,8008
7	Рп14	C	-3,137	17,8	0,84	1,48	-3,1222	H _C -t ₄	-3,1222
8	B	Рп13	1,489	10,0	1,50	0,88	1,4978	t ₃ -H _B	1,4978

Подсчитываем число измеренных величин $n = 8$

необходимых измерений $k = 4$

избыточных измерений $r = n - k = 4$

Выбираем способ уравнивания. По условию - параметрический.

Выбираем параметры. По условию - параметры - высоты определяемых пунктов - t_1 - уравненная высота репера 11, t_2 - репера 12, t_3 - репера 13, t_4 - репера 14 т.е. $t_1 = H_{\text{рп11}}$, $t_2 = H_{\text{рп12}}$, $t_3 = H_{\text{рп13}}$, $t_4 = H_{\text{рп14}}$

Вычисляем веса превышений и записываем их в колонку 4 табл.1.2 .

2.1 Составление параметрических уравнений связи.

$$\bar{l}_i = \psi_i(t_1, t_2, \dots, t_k) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\bar{h}_1 = t_1 - H_A$$

$$\bar{h}_2 = t_2 - t_1$$

$$\bar{h}_3 = t_3 - t_1$$

$$\begin{aligned}
\bar{h}_4 &= t_3 - t_2 \\
\underline{\bar{h}}_5 &= t_3 - t_4 \quad (1) \\
\underline{\bar{h}}_6 &= t_4 - t_2 \\
h_7 &= H_C - t_4 \\
h_8 &= t_3 - H_B
\end{aligned}$$

2.2 . Элементы сети, точность которых надо определить, выражаем как функции параметров

$$\begin{aligned}
F_s &= F_s(t_1, t_2, \dots, t_k), \\
F_1 &= \bar{h}_1 = t_1 - H_A \\
F_2 &= \bar{h}_2 = t_2 - t_1 \\
F_3 &= \underline{\bar{h}}_3 = t_3 - t_1 \\
F_4 &= \underline{\bar{h}}_4 = t_3 - t_2
\end{aligned}$$

3. Составление параметрических уравнений поправок.

$$v_i = a_{i1}\tau_1 + a_{i2}\tau_2 + \dots + a_{ik}\tau_k + a_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

v_i - поправки к результатам измерений, τ_j - поправки к приближенному значению параметра.

3.1 Вычисляем по кратчайшим ходовым линиям приближенные значения параметров t_j^0 и записываем в колонку 4 табл.3.1 .

Табл. 3.1 Определяемые реперы (параметры)

Параметр	Элемент сети	Приближенное значение		Поправка τ_j (см)	Уравненное значение $t_j^0 + \tau_j$ (м)
		Формула	t_j^0 (м)		
t_1	H_{P1}	$H_A + h_1$	190,648	-0,05	190,6475
t_2	H_{P2}	$H_A + h_1 + h_2$	192,214	0,70	192,2210
t_3	H_{P3}	$H_B + h_8$	190,327	0,88	190,3358
t_4	H_{P4}	$H_C - h_7$	189,435	-1,48	189,4202

3.2 Вычисление коэффициентов и свободных членов параметрических уравнений поправок

В общем случае $a_{ij} = (\partial \psi_i / \partial t_j)_0$, $a_{i0} = \psi_i(t_1^0, t_2^0, \dots, t_k^0) - l_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, k$

Так как в нивелирных сетях результаты измерений (превышения) - линейные функции параметров (высот реперов), для перехода к параметрическим уравнениям поправок достаточно в уравнения связи подставить

$$\bar{h}_i = h_i + v_i \quad \text{и} \quad t_j = t_j^0 + \tau_j$$

Получим параметрические уравнения поправок $v = A\tau + a_0$

$$\leftarrow \text{----- } a_0 \text{ -----} \rightarrow$$

$$\begin{array}{llll}
v_1 & = & + \tau_1 & + t_1^0 - H_A - h_1 \\
v_2 & = & - \tau_1 + \tau_2 & - t_1^0 + t_2^0 - h_2 \\
v_3 & = & - \tau_1 + \tau_3 & - t_1^0 + t_3^0 - h_3 \\
v_4 & = & - \tau_2 + \tau_3 & - t_2^0 + t_3^0 - h_4 \\
v_5 & = & + \tau_3 + \tau_4 & + t_3^0 - t_4^0 - h_5 \\
v_6 & = & - \tau_2 + \tau_4 & - t_2^0 + t_4^0 - h_6
\end{array}$$

$$\begin{aligned} v_7 &= -\tau_4 - t_4^0 + H_C - h_7 \\ v_8 &= +\tau_3 + t_3^0 - H_B - h_8 \end{aligned}$$

Матрицу коэффициентов A и вектор свободных членов a_0 записываем в табл.3.2, кол. 2 - 5. Свободные члены a_{i0} выражаем в сантиметрах.

Вычисляем вектор контрольных сумм параметрических уравнений поправок

$$a_{is} = a_{i1} + a_{i2} + a_{i3} + a_{i0}$$

В матричной форме $a_s = Ae + a_0$, где e - единичный (суммирующий) вектор порядка n .

Записываем a_{is} в кол.6 табл.3.2.

Табл. 3.2 Параметрические уравнения поправок $v = A\tau + a_0$

номер хода	Матрица А				вектор a0(см)	вектор as
	a1	a2	a3	a4		
1	1	0	0	0	0,0	1,0
2	-1	1	0	0	0,0	0,0
3	-1	0	1	0	-1,9	-1,9
4	0	-1	1	0	-0,6	-0,6
5	0	0	1	-1	-2,3	-2,3
6	0	-1	0	1	3,5	3,5
7	0	0	0	-1	0,0	-1,0
8	0	0	1	0	0,0	1,0

4. Вычисление коэффициентов и свободных членов нормальных уравнений $N\tau + \lambda = 0$.

Составляем матрицу P - диагональную матрицу весов результатов измерений, т.е. $\{P\}_{ii} = p_i$, $\{P\}_{ij} = 0$, если $i \neq j$.

Используя программу “Действия с матрицами”, вычисляем матрицу коэффициентов параметрических уравнений поправок $N = A^T P A$ и вектор свободных членов $\lambda = A^T P a_0$.

Результаты записываем в соответствующие строки и столбцы таблицы 4.1.

Параметр	Элемент сети	Обратная весовая матрица $Q_t = N^{-1}$			
		Q_{j1}	Q_{j2}	Q_{j3}	Q_{j4}
t_1	H_{p1}	0,43	0,25	0,18	0,15
t_2	H_{p2}	0,25	0,58	0,26	0,30
t_3	H_{p3}	0,18	0,26	0,37	0,22
t_4	H_{p4}	0,15	0,30	0,22	0,54

Так как матрица N - диагональная матрица, записываем только верхнюю треугольную часть матрицы N . В последних строках табл.4.1 записываем значения $a_0^T P a_0$ и $a_s^T P a_0$, необходимые для вычисления в последующем $[pv^2]$ по контрольным формулам.

Табл.4.1 Нормальные уравнения $N\tau + \lambda = 0$

	Матрица N				Св. член λ
	a1	a2	a3	a4	
pa1	3,36	-1,06	-0,90	0,00	1,71
pa2		3,26	-1,21	-0,99	-2,75
pa3			4,56	-0,95	-4,62

ра4		2,79	5,66
$a_0^T Pa_0 = [pa_0 a_0] =$			20,8690
$a_s^T Pa_0 = [pa_s a_0] =$			20,8690

5. Решение нормальных уравнений.

В данной работе решение системы нормальных уравнений находим, обращая матрицу N .

$$\tau = -N^{-1}\lambda$$

Найденные поправки τ_i к приближенным значениям параметров записываем в колонку 5 табл. 3.1.

Уравненные значения параметров

$$t_j = t_j^0 + \tau_j$$

(уравненные высоты определяемых реперов) записываем в колонку 6.

Обратную весовую матрицу уравненных высот определяемых реперов $Q_t = N^{-1}$ записываем в табл. 5.1.

Так как эта матрица симметрична, записываем только ее верхнюю треугольную часть.

Табл. 5.1 Обратная весовая матрица Q_t уравненных высот определяемых реперов (уравненных параметров)

№ хода i	Обратная весовая матрица уравненных превышений Q_h							
	Q_{i1}	Q_{i2}	Q_{i3}	Q_{i4}	Q_{i5}	Q_{i6}	Q_{i7}	Q_{i8}
1	0,4263	-0,1739	-0,2435	-0,0696	0,0304	-0,1001	-0,1523	0,1827
2		0,4985	0,2557	-0,2428	-0,0618	-0,1809	-0,1436	0,0818
3			0,4325	0,1768	0,1202	0,0566	-0,0687	0,1890
4				0,4196	0,1821	0,2375	0,0749	0,1072
5					0,4695	-0,2875	0,3188	0,1507
6						0,5250	-0,2440	-0,0435
7							0,5399	-0,2210
8								0,3717

6. Вычисление поправок v_i к результатам измерений, уравненных значений превышений.

Находим по параметрическим уравнениям поправок поправки v_i и затем уравненные результаты измерений. В матричной форме $v = A\tau + a_0$, $\bar{l} = l + v$

$$\text{или } v_i = a_{i1}\tau_1 + a_{i2}\tau_2 + \dots + a_{ik}\tau_k + a_{i0}, \quad \bar{l}_i = l_i + v_i \quad (\bar{h}_i = h_i + v_i),$$

Поправки к превышениям записываем в колонке 5 табл. 1.2.

Уравненные значения превышений записываем в колонке 6 табл. 1.2

7. Контроль вычисления уравненных результатов измерений (превышений).

Проверяем, выполняется ли равенство $\bar{l}_i = \psi_i(t_1, t_2, \dots, t_k)$, т.е. равны ли значения уравненных результатов измерений $\bar{h}_i = h_i + v_i$, вычисленные в пункте 6, и вычисленные по параметрическим уравнениям связи $\psi_i(t_1, t_2, \dots, t_k)$. Результат контроля записываем в столбцах 7 и 8 табл. 1.2.

8. Оценка точности полевых измерений по материалам уравнивания.

Вычисляем $[pv^2]$ по основной и “контрольным” формулам

$$[pv^2] = v^T P v = 6,3979$$

$$[pv^2] = a_0^T P A \tau + a_0^T P a_0 = 6,3979$$

$$[pv^2] = a_s^T P A \tau + a_s^T P a_s = 6,3979$$

Средняя квадратическая ошибка единицы веса μ

$$\mu = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-1}} = \sqrt{\frac{6,3979}{4-1}} = 1,46$$

1,26

Средняя квадратическая ошибка на 1 км хода

$$m_{1\text{км}} = \mu \sqrt{2} = 1,26 \cdot \sqrt{2} = 1,77 \text{ мм}$$

$$m_{1\text{км}} = 1,77 \text{ мм}$$

9. Вычисление средних квадратических ошибок уравнированных высот реперов.

Средние квадратические ошибки уравнированных высот определяемых реперов $m_{rp11} = \mu \sqrt{\{Q_t\}_{11}} = 0,83 \text{ см}$

$$m_{rp12} = \mu \sqrt{\{Q_t\}_{22}} = 0,96 \text{ см}$$

$$m_{rp13} = \mu \sqrt{\{Q_t\}_{33}} = 0,77 \text{ см}$$

$$m_{rp14} = \mu \sqrt{\{Q_t\}_{44}} = 0,93 \text{ см}$$

10. Вычисление обратной весовой матрицы уравнированных превышений Q_h

Вычисляем обратную весовую матрицу уравнированных превышений - матрицу $Q_h = A Q_t A^T$ и записываем ее в табл.10.1 .

11. Вычисление и оценка точности заданных функций уравнированных параметров.

Вычисляем значения заданных функций

В соответствии с заданием

$$F_1 = \bar{h}_1 = t_1 - H_A$$

$$F_2 = \bar{h}_2 = t_2 - t_1$$

$$F_3 = \bar{h}_3 = t_3 - t_1$$

$$F_4 = \bar{h}_4 = t_3 - t_2$$

Оценка точности функций

Составляем матрицу F - $f_{ij} = (\partial F_i / \partial t_j)_0$,

А) Обратная весовая матрица уравнированных параметров $Q_t = N^{-1}$ вычислена.

Вычисляем обратную весовую матрицу функций $Q_F = F Q_t F^T$,

Результаты вычислений записываем в табл. 11.А .

Табл.11.А Заданные функции уравнированных параметров

Номер функции i	Формула	Матрица F				Обратная весовая матрица функций $Q_F = F Q_t F^T$			
		t ₁	t ₂	t ₃	t ₄	Q _{i1}	Q _{i2}	Q _{i3}	Q _{i4}
1	t ₄ -t ₁	-1	0	0	1	0,6616	0,2740	0,0436	-0,0052
2	H _C -t ₁	-1	0	0	0	0,2740	0,4263	-0,2524	0,0696

3	t_2	0	1	0	0	0,0436	-0,2524	0,5770	-0,3124
4	t_3-t_2	0	-1	1	0	-0,0052	0,0696	-0,3124	0,4196

Вычисляем средние квадратические ошибки функций

$$m_{F1} = \mu \sqrt{\{Q_F\}_{11}} = 1,03 \text{ см}$$

$$m_{F2} = \mu \sqrt{\{Q_F\}_{22}} = 0,83 \text{ см}$$

$$m_{F3} = \mu \sqrt{\{Q_F\}_{33}} = 0,96 \text{ см}$$

$$m_{F4} = \mu \sqrt{\{Q_F\}_{44}} = 0,82 \text{ см}$$