

ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ КРИВОЙ КЛОФОИДЫ С ПОМОЩЬЮ ПАКЕТА MATHCAD

А. В. Корноухов, К. Д. Яксубаев

*Астраханский государственный
архитектурно-строительный университет*

Переходная кривая – элемент дороги, с помощью которого происходит сопряжение путевых прямых с круговыми кривыми.

Переходные кривые используются для того, чтобы кривизна трассы изменялась равномерно и плавно, избегая скачкообразных изменений кривизны вдоль всей трассы, и в особенности в точках сопряжений разных участков трассы.

При скачкообразном изменении кривизны пути, внешние силы, воздействующие на транспорт, изменяются тоже скачкообразно, что может привести к повреждению транспорта.

Роль переходных кривых чаще всего берут на себя [1–3]:

- Клофоиды – функция с переменной кривизной, возрастающей пропорционально пройденному расстоянию. Наиболее часто применяемая кривая, стандартная для российских железных дорог.
- Кубическая парабола. Она иногда применяется для неотчетливых участков дороги как более удобная для вычислений.
- Касаноиды имеют преимущества перед клофоидой при учете торможения транспортного средства на повороте.
- Венская дуга учитывает динамику движения транспорта.

Клофоиды имеют несколько названий: спираль Корню, спираль Эйлера, клотоиды.

Канонические уравнения клофоиды в параметрической форме имеют вид:

$$X(S) = \int_0^S \cos\left(\frac{S^2}{2a}\right) dS, \quad Y(S) = \int_0^S \sin\left(\frac{S^2}{2a}\right) dS.$$

Радиус окружности возьмем из ГОСТа ($R = 2$). Зададим параметр клофоиды $S_0 = 1$, $a = RS_0$.

Задача сопряжения двух прямых путей с помощью окружности и двух клофоид

Заданы две прямые дороги с номером 1 (розовая) и номером 2 (синяя) и задана их точка пересечения $r0$. Нужно спроектировать поворот с первой прямой на вторую. Поворот проектируется в следующей форме. Сначала сход с прямой дороги идет по клофоиде № 1, затем транспортное средство будет двигаться по окружности, а затем по клофоиде № 2.

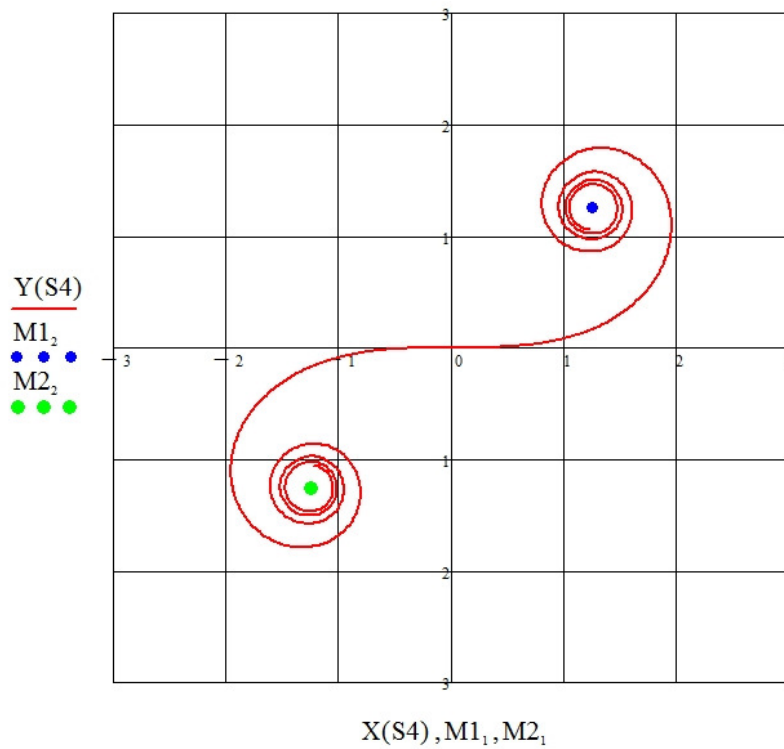


Рис. 1. Каноническая форма клофоиды

Прямые дороги задаются единичными направляющими векторами $e1, e2$. В свою очередь единичные направляющие вектора задаются в полярной системе координат, с помощью единичной длины и угла:

$$\begin{pmatrix} \rho 1 \\ \varphi 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{\pi}{6} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \rho 2 \\ \varphi 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \end{pmatrix}, r0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Вычислим декартовы координаты направляющих векторов:

$$e1 = \begin{pmatrix} \rho 1 \cos(\varphi 1) \\ \rho 1 \sin(\varphi 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.866 \\ -0.5 \end{pmatrix}, e2 = \begin{pmatrix} \rho 2 \cos(\varphi 2) \\ \rho 2 \sin(\varphi 2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.866 \end{pmatrix}.$$

Параметрические уравнения прямых дорог таковы:

$$p1(t) = r0 + te1 \text{ (розовая)}, p2(t) = r0 + te2 \text{ (синяя)}.$$

Этап 1. Строим окружность сопрягающие обе прямые дороги.

Найдем угол между векторами $e1$ и $e3$:

$$\Psi = \arccos\left(\frac{e1e3}{|e1||e3|}\right)$$

Найдем расстояние от вершины до центра окружности: $d = \frac{R}{\sin(\Psi)}$.

Найдем центр этой окружности и отложим расстояние d на биссектрисе:

$$O = r0 + de3; e3 = \frac{e2 - e1}{|e2 - e1|}$$

Параметрическое уравнение этой окружности примет вид:

$$U0(\phi) = \begin{pmatrix} R \cos(\phi) \\ R \sin(\phi) \end{pmatrix} + O.$$

Этап 2. Клофоиду поворачиваем и переносим на первую дорогу:

$$V1(S) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi 1) & -\sin(\varphi 1) \\ \sin(\varphi 1) & \cos(\varphi 1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(s) \\ y(s) \end{pmatrix} + r0$$

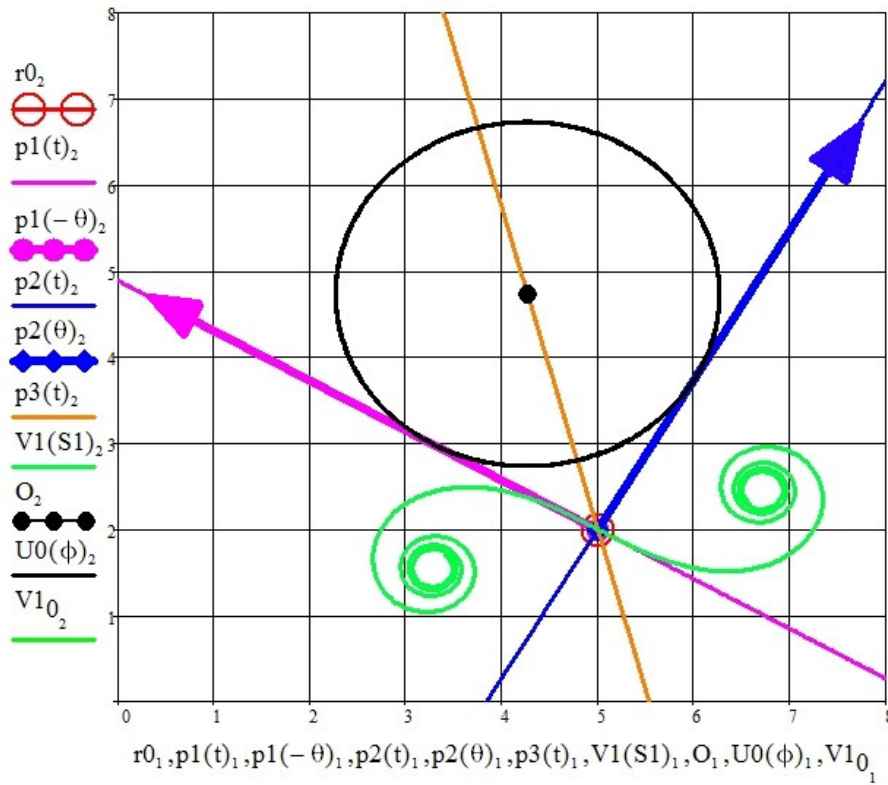


Рис. 2. Поворот и перенос клофоиды на первую дорогу

Этап 3. На клофоиде выбирается такая точка $V1_0$ с параметром S_0 , чтобы радиус кривизны клофоиды в этой точке был равен радиусу окружности

Этап 4. Будем двигать точку $V1_0$ параллельно первой дороге так, чтобы она попала на окружность. Проведем прямую, параллельную первой прямой через точку $V1_0$:

$$p4(t) = A + te1.$$

Найдем точки пересечения этой прямой с окружностью, решив систему уравнений:

$$(x - O_x)^2 + (y - O_y)^2 = R^2; p4(t) = A + te1.$$

$$t1 = -e1(A - O) + \sqrt{(e1(A - O))^2 - (A - O)^2 + R^2}$$

Найдем точку перехода с первой прямой дороги на клофоиду:

$$B = p4(t1) = \begin{pmatrix} 3.803 \\ 2.787 \end{pmatrix}.$$

Этап 5. Сдвинем клофоиду:

$$C = r0 + B - A = \begin{pmatrix} 2.901 \\ 3.212 \end{pmatrix}; U1(S) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi 1) & -\sin(\varphi 1) \\ \sin(\varphi 1) & \cos(\varphi 1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X(S) \\ Y(S) \end{pmatrix} + C.$$

Этап 6. Решим вопрос: «Параллельны или не параллельны касательные вектора клофоиды и окружности в точке их пересечения?»

$$V1'(S_o) = \begin{pmatrix} 0.963 \\ -0.27 \end{pmatrix}.$$

Найдем нормаль BO к окружности в рассматриваемой точке:

Найдем угол между нормалью BO и касательным вектором $V1'(S)$:

$$\frac{\arccos\left(\frac{BO * V1'(S_0)}{|BO| * |V1'(S_0)|}\right)}{deg} = 87.7^\circ$$

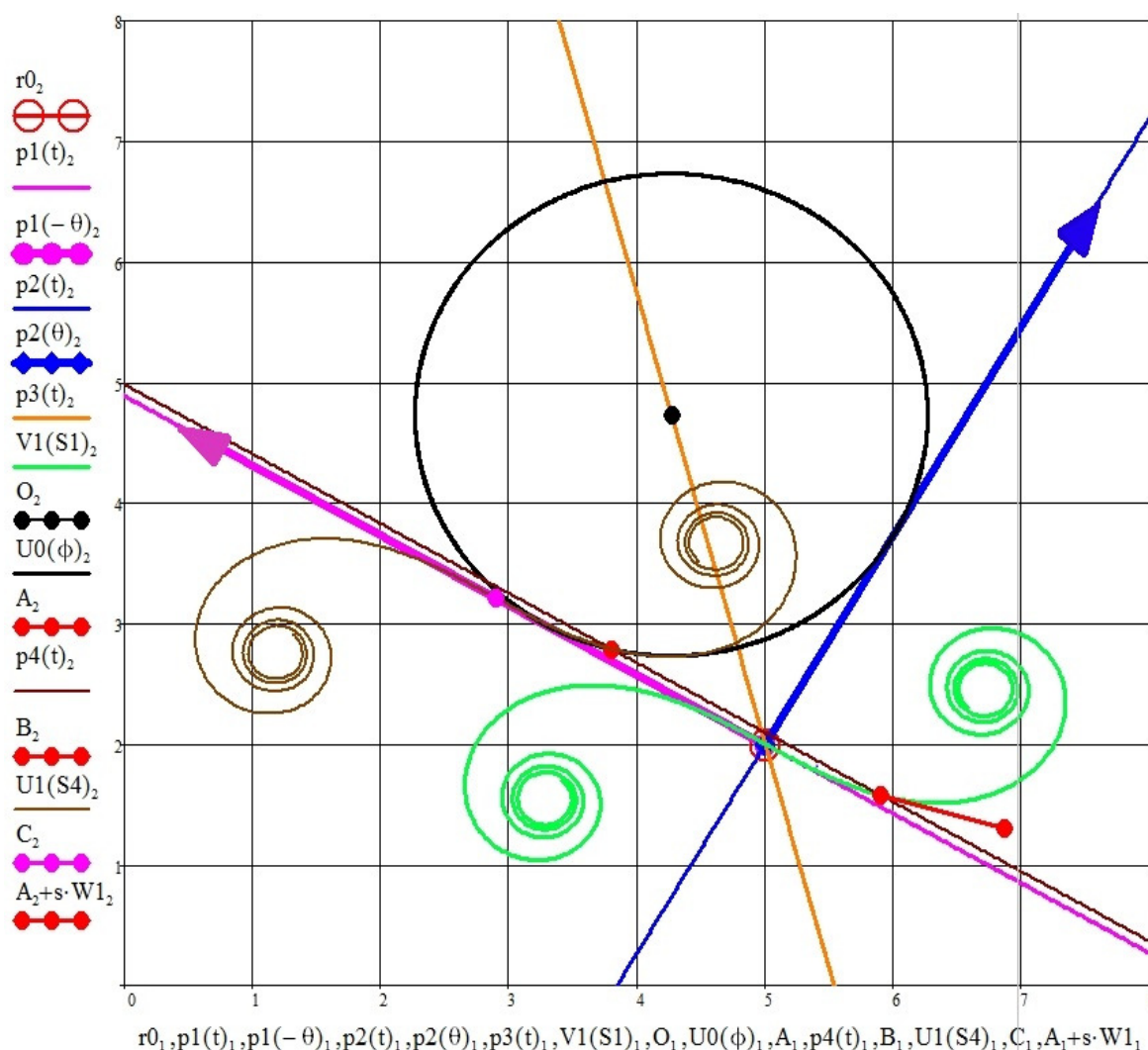


Рис. 3. Сдвиг клофиды по первой дороге

15

По всей видимости, совместить два требования: иметь одинаковые кривизны и параллельные касательные вектора в точке перехода с клофоиды на окружность невозможно.

Исходя из этого, можно сделать вывод, что клофоиды не являются идеальным решением проблемы сопряжения дорожных участков с точки зрения теоретической математики. Погрешность в 3 % является допустимой только для магистралей и трасс, в случае железнодорожных высокоскоростных магистралей она может стать критической.

Список литературы

1. Савелов А. А. Плоские кривые. Систематика, свойства, применение. М., 1960. 291 с.
2. Захаров Д. Д., Черников Г. В., Гусев А. И. Характеристики плоских и пространственных гладких кривых. М., 2013. 35 с.
3. Муфтеев В. Г. Моделирование кривых высокого качества на основе метода V-кривых. М., 2007. 72 с.

УДК 624.042.3:621.87

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ РАБОТЫ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО КАРКАСА ЦЕХА ПО ПРОИЗВОДСТВУ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ВОСПРИЯТИИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ КРАНОВЫХ НАГРУЗОК РАЗЛИЧНОГО ХАРАКТЕРА

Т. В. Золина, А. В. Травкин

*Астраханский государственный
архитектурно-строительный университет*

Одноэтажные промышленные здания, в которых имеются мостовые краны, используют во многих отраслях промышленности. При эксплуатации таких зданий необходимо учитывать тот факт, что они должны быть долговечны и надежны. Многолетний опыт использования и проверки промышленных зданий указывает на то, что в процессе эксплуатации структура каркаса утрачивают свою несущую функцию, что можно объяснить непредусмотренными нагрузками, которые не были учтены при проектировании здания. Эксперименты и результаты, проведенные ранее и представленные в работе [1], подтвердили факт, что боковые силы, как неучтенные нагрузки, также вызывают колебания каркаса здания в поперечном направлении, что не соответствует нормативным документам [2]: значение горизонтальной нагрузки, направленной поперек кранового пути и вызываемой перекосным движением мостовых электрических кранов и не параллельностью крановых путей, которое принимается равным 0,2 полного нормативного значения вертикальной нагрузки на одно колесо, следует учитывать только при расчете прочности и устойчивости балок крановых путей и их креплений к колоннам в зданиях с кранами групп режимов работы 7К, 8К.