

Результаты теплофизического эксперимента с образцом цилиндрического слоя

τ , мин	50	60	70	80	90	100	110	120
$t_{п2}$, °С	37	40	42	43,5	45	46,5	47,5	49
$t_{ц}$, °С	40	43,5	46	48,5	50,5	52,5	54	55,5
$t_{п1}$, °С	58,5	62	65	67,5	69,5	71,5	73	75
λ , Вт/м·град	1,49	1,51	1,5	1,57	1,57	1,59	1,62	1,57

Среднее значение из восьми измерений – 1,55 Вт/м·град. Стационарный режим наступил по истечении 360 минут от начала включения нагревателя: $t_{п1} = 87$ °С, $t_{п2} = 57$ °С. Расчет по классической формуле [3] дает $\lambda_{стац} = 1,43$ Вт/м·град. В ряде литературных источников его называют «кажущимся». А. М. Шкловер и др. [5] считают, что при наличии температурного градиента количество влаги перераспределяется, увеличиваясь в направлении к холодной поверхности. Поэтому приборы, основанные на стационарных

методах измерения, могут показывать заниженные значения коэффициента теплопроводности.

Образец, представленный на рис. 2, был изготовлен из бетона в виде двух продольных частей, месяц выдерживался в воде и два месяца сушился на воздухе.

Для сравнения приводим данные по теплопроводности бетона плотностью $\rho = 2250$ кг/м³. При влажности 0,46, 7,8, 12,3 % коэффициент теплопроводности получался соответственно 1,535, 1,673, 1,647 Вт/м·град [6].

Список литературы

1. Теплотехнический справочник / под ред. проф. С. Г. Герасимова. М. – Л.: ГЭИ, 1957. С. 266.
2. Тепломассообмен: Теплотехнический справочник / под ред. В. А. Григорьева, В. М. Зорина. М.: Энергоиздат, 1982. С. 123.
3. Михеев М. А. Основы теплопередачи. М.: Госэнергоиздат, 1956. С. 27.
4. Бойков А. Г. Теоретические основы определения тепловых свойств строительных материалов в нестационарных процессах нагрева. Волгоград: ВолгГАСА, 2002. С. 165.
5. Шкловер А. М., Васильев Б. Ф., Ушаков Ф. В. Основы строительной теплотехники жилых и общественных зданий. М.: ГИЛ по строительству и архитектуре, 1956. С. 42.
6. Франчук А. У. Таблицы теплотехнических показателей строительных материалов. М.: НИИ стройфизики, 1969. С. 43.

© А. Г. Бойков

Ссылка для цитирования:

Бойков А. Г. Экспериментальное определение теплопроводности бетона в лабораторных условиях на образцах шарового и цилиндрического слоя // Инженерно-строительный вестник Прикаспия: научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань: ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2016. № 1–2 (15–16). С. 63–66.

УДК 624.042.7:624.046:004.942:519.21

ВЕРоятностный расчет здания на максимальные расчетные землетрясения

А. Ю. Чаускин, В. А. Пшеничкина

Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет

Произведен расчет здания на сейсмическое воздействие уровня «максимальное расчетное землетрясение» в вероятностной постановке, методом прямого интегрирования уравнений движения с учетом физической нелинейности материала и его повреждения. Определены несущие частоты собственных колебаний модели и их изменение во время сейсмического воздействия. Выведена функция зависимости значения несущей частоты от времени. На основании проведенного анализа изменения динамических характеристик с учетом неупругих деформаций и локальных повреждений обоснована методика вероятностного расчета. Получены статистические характеристики выходных параметров системы с учетом их изменения во времени: дисперсия, спектральная плотность, коэффициент динамичности.

Ключевые слова: сейсмические воздействия, физическая нелинейность, метод конечных элементов, вероятностный расчет.

MAXIMUM CALCULATION OF A BUILDING ON THE CREDIBLE EARTHQUAKE PROBABILITY

A. Y. Chauskin, V. A. Pshenichkina

Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering

The probability calculation of a building against seismic load of a “maximum credible earthquake” level is made using the direct integration method in view of material physical nonlinearity and its damage. The carrier frequencies of the model's free oscillations are determined and their change during seismic load is estimated. The carrier frequency versus time function is formulated. The probability calculation method is based on the dynamic behavior modification analysis considering plastic deformation and local damage. Statistical characteristics of the system output parameters in view of their change with time are obtained: dispersion, spectral density, dynamic response factor.

Keywords: seismic loads, physical nonlinearity, finite element method, probability calculation.

Введение

В настоящее время расчет зданий и сооружений на сейсмическое воздействие уровня «максимальное расчетное землетрясение» (МРЗ) регламентируется достаточно сложными техническими требованиями, такими как учет нелинейной работы материала и расчет во временной области.

В процессе землетрясения отдельные несущие конструкции и их узлы получают повреждения, при этом сама система меняет свои амплитудно-частотные характеристики (АЧХ), диссипативные, прочностные и жесткостные свойства во времени, то есть история воздействия будет зависеть от предыдущего состояния системы несущих конструкций в каждый момент времени. Данный подход нашел реализацию в универсальных программных комплексах метода конечных элементов (ANSYS, Abaqus и пр.) в виде прямых нелинейных динамических расчетов с использованием современных знаний о нелинейной работе материала. Применение этих комплексов позволяет достаточно подробно описать напряженно-деформированное состояние конструкций здания при сейсмическом воздействии высокой интенсивности, вплоть до их разрушения. Вместе с тем при детерминированных расчетах остается неопределенным уровень надежности (риска), с которым проектируется здание на МРЗ.

Основным и наиболее трудоемким этапом при оценке надежности является проведение вероятностного расчета. Учитывая случайный характер сейсмического воздействия и прочностных свойств материалов конструкций, задача сводится к расчету здания как стохастически нелинейной системы с изменяющимися во времени параметрами под действием пространственно-временной нестационарной случайной нагрузки. Вероятностный расчет таких систем методом Монте-Карло чрезвычайно затруднителен, так как требует многократных расчетов по заданному детерминированному алгоритму на случайные реализации нагрузки и параметров системы при высокой продолжительности вычислений одного варианта (более 20 часов).

Решение данной задачи возможно лишь в сочетании аналитических и численных методов расчета нелинейных стохастических систем и при разработке приемлемых для практической реализации методов оценки их надежности.

Вероятностному моделированию сейсмических нагрузок посвящено немало публикаций, позволяющих в корреляционном приближении получить численную оценку сейсмической надежности зданий и сооружений как линейных систем. Что касается моделирования законов

изменения динамических характеристик зданий при интенсивных сейсмических нагрузках с учетом нелинейной работы материала и возможных повреждений конструкций, то этот вопрос изучен недостаточно даже в детерминированной постановке.

Постановка задачи. Исходные данные

Рассматривается 10-этажный монолитный железобетонный каркас, состоящий из фундаментной плиты, пилонов, колонн и безбалочных плит перекрытий и покрытия, выполненных из бетона класса В25 и арматуры класса А500С. Геометрические характеристики и отметки представлены на рис. 1.

Нагрузки принимаются следующие: статические (собственный вес несущего каркаса и равномерно распределенная нагрузка по площади плит перекрытий и покрытия 2 кПа) и динамическая в виде случайно полученной реализации сейсмограммы [1; 2, с. 117], соответствующая 8-балльному землетрясению в течении первых 10,4 с (см. рис. 2). Коэффициенты надежности по нагрузке принимались равными 1.

Сейсмическая нагрузка представлена реализацией случайного процесса смещения грунтового основания:

$$\tilde{u}(t) = \sum_{i=1}^n \left[-\tilde{A}_i \frac{\cos(\Omega_i t)}{\Omega_i^2} + \tilde{B}_i \frac{\sin(\Omega_i t)}{\Omega_i^2} \right], \quad (1)$$

соответствующего случайному процессу ускорения:

$$\tilde{a}(t) = A(t) \tilde{X}(t) \quad (2)$$

где \tilde{A}_i, \tilde{B}_i - случайные нормально распределенные величины с нулевыми математическими ожиданиями и попарно равными дисперсиями:

$$D_{A_i} = D_{B_i} = D_i \quad (3)$$

$$D_i = D_x \cdot d_x(\Omega_i) = D_x \int_{\Omega_i - \frac{\Delta\Omega}{2}}^{\Omega_i + \frac{\Delta\Omega}{2}} S_x^H(\Omega) d\Omega \quad (4)$$

$$= D_x \int_{\Omega_i - \frac{\Delta\Omega}{2}}^{\Omega_i + \frac{\Delta\Omega}{2}} \frac{2}{\pi} \frac{m + \Omega^2}{m^2 + 2a\Omega^2 + \Omega^4} d\Omega$$

где $S_x^H(\Omega)$ - спектральная плотность процесса $\tilde{x}(t)$, $m = \alpha^2 + \beta^2$; $a = \alpha^2 - \beta^2$; $\alpha = 6 \text{ с}^{-1}$; $\beta = 20 \text{ с}^{-1}$; $A(t) = A_0 \gamma t e^{-\gamma t}$ - огибающая функция.

Реализации процесса $\tilde{u}(t)$ вычислены при следующих расчетных параметрах: среднее значение пикового ускорения $A_{max} = 2 \text{ м/с}^2$; стандарт $\sigma_{Amax} = 0,816 \text{ м/с}^2$; $A_0 = 2,718$; $\gamma = 3$.

Основание принималось в виде песка четверичного отложения средней крупности с коэффициентом пористости $e = 0,45$, модулем деформации $E = 50 \text{ МПа}$ [3] и является грунтом второй категории по сейсмическим свойствам [4].

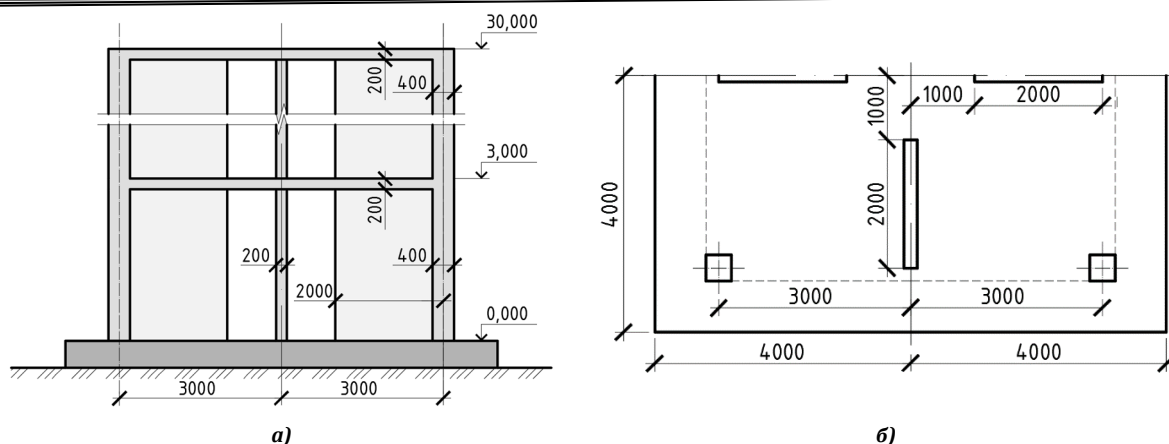


Рис. 1. Схема моделируемого несущего каркаса

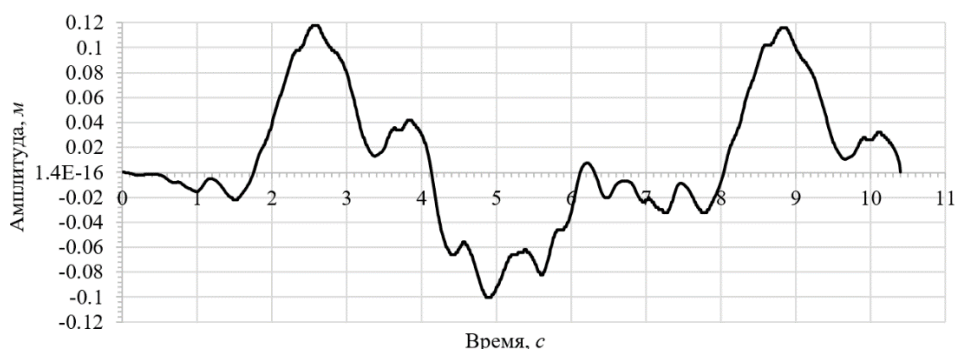


Рис. 2. Случайная реализация сейсмограммы

Методика численного моделирования

Для численного моделирования использовался универсальный программный комплекс Abaqus, реализующий метод конечных элементов [5, 6].

Расчет производился с использованием метода прямого интегрирования уравнений движения, в явной схеме (Abaqus/Explicit) геометрически линейной постановки.

Физически-нелинейная модель материала и учет повреждений учитывались моделью неупругой работы и повреждаемости материалов (Concrete Damaged Plasticity – CDP) [6], отражающей передовые исследования в области

нелинейного поведения хрупких материалов [7–11].

Армирование вертикальных несущих конструкций моделировалось в слоях пластинчатых элементов (Rebar Layers) стержнями класса А500С, шагом 200, Ø12, защитный слой бетона 2 см. Принималась кусочно-линейная диаграмма деформирования стали с пределом текучести, равным 400 МПа.

Характеристики бетона были получены путем начальной «адаптации» к СП 63.13330.2012 [12] исследований бетона класса В50 [13] и приведены в таблице 1, на основании данных таблицы были построены графики (рис. 3, 4).

Таблица 1

Адаптированные характеристики бетона класса В25 для модели CDP

Параметры при сжатии			Параметры при растяжении			
Напряжения σ_c , МПа	Полные деформации, $\epsilon_{c,not}$	Неупругая деформация, $\tilde{\epsilon}_c^n$	Напряжения σ_t , МПа	Полные деформации, $\epsilon_{t,not}$	Деформация трещинообразования, $\tilde{\epsilon}_t^k$	
4,35	0,000145	0,0	0,737605	2,46E-05	0,0	
5,857363	0,000270	0,0000747	1,05	6,83E-05	0,00003333	
8,700177	0,000389	0,0000988	0,689960	0,000183	0,00016043	
11,688096	0,000544	0,0001541	0,318345	0,000290	0,00027976	
14,5	0,001245	0,0007615	0,083488	0,000687	0,00068459	
11,688096	0,002947	0,0025576	0,020877	0,001087	0,00108673	
5,868466	0,005871	0,0056754	-	-	-	
1,524691	0,011784	0,0117331	-	-	-	
Параметры материала						
$E_{пот}$, ГПа	ν	ψ	τ	f	K_c	μ, c
30	0,2	38°	0,1	1,12	0,667	0,0*

Зависимость параметра разрушения от полных деформаций						
При сжатии	$\epsilon_{c,ном}$	0,001245	0,002947	0,005871	0,011784	-
	d_c	0,0	0,195402	0,596382	0,894865	-
При растяжении	$\epsilon_{t,ном}$	6,83E-05	0,000183	0,000290	0,000687	0,001087
	d_t	0,0	0,406411	0,69638	0,920389	0,980093

Примечания:

$E_{ном}$ – начальный модуль упругости бетона;

ν – коэффициент Пуассона;

β – угол дилатансии бетона;

t – эксцентриситет потенциала пластического течения;

f – коэффициент, характеризующий отношение напряжения текучести при двухосном состоянии к напряжению текучести при одноосном напряженном состоянии;

K_c – инвариант напряженного состояния

μ – параметр вязкости (равен 0 для явного метода решения).

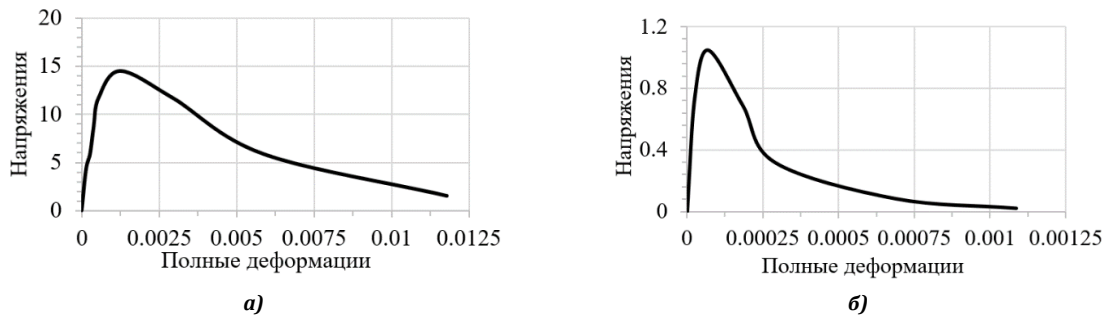


Рис. 3. График зависимости полной деформации от напряжения при сжатии (а) и растяжении (б) бетона класса В25 (адаптация $\sigma_{1,c} - E$).

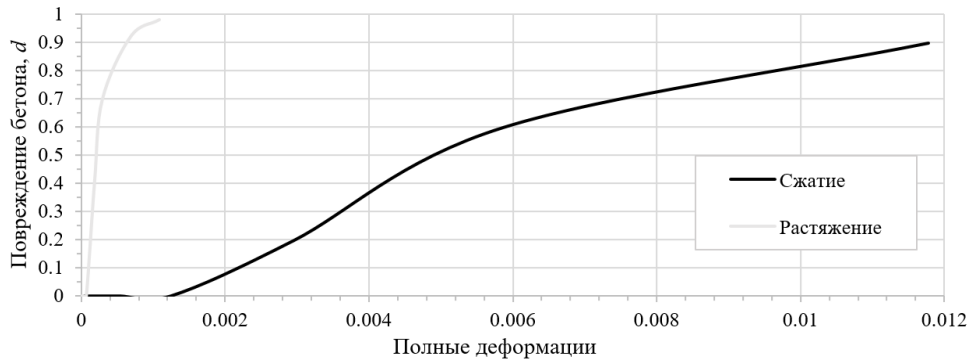


Рис. 4. График зависимости полной деформации от параметра разрушения $d_{1,c}$ бетона класса В25

Демпфирование принималось в виде аппроксимации комбинаций вкладов сопротивлений, связанных с двумя матрицами системы – матрицей масс и матрицей жесткости:

$$[C] = \alpha_R [M] + \beta_R [K] \quad (5)$$

где $[C]$, $[M]$, $[K]$ – матрица сопротивления масс и жесткости соответственно; α_R и β_R – константы демпфирования Рэлея, представляющие собой инерционную (от масс) и гистерезисную (внутренние характеристики материала) характеристики.

Расчетные модели

Конечно-элементная модель (см. рис. 5) представляет собой регулярную систему из че-

тырехузловых оболочечных конечных элементов (КЭ) для плит перекрытий, фундамента и пилонов, двухузловых балочных элементов для колонн и восьмиузловых шестигранных конечных элементов сплошной среды для массива основания.

В рассматриваемой задаче основание принималось упругим, изотропным, в виде массива высотой, равной толщине сжимаемой толщи – 4 м. Фундамент имеет жесткий контакт к поверхности основания. Нелинейные свойства материала принимались для вертикальных несущих конструкций по всей высоте в соответствии с данными «адаптации», с плотностью бетона 2500 кг/м³, плотностью стали 7850 кг/м³.

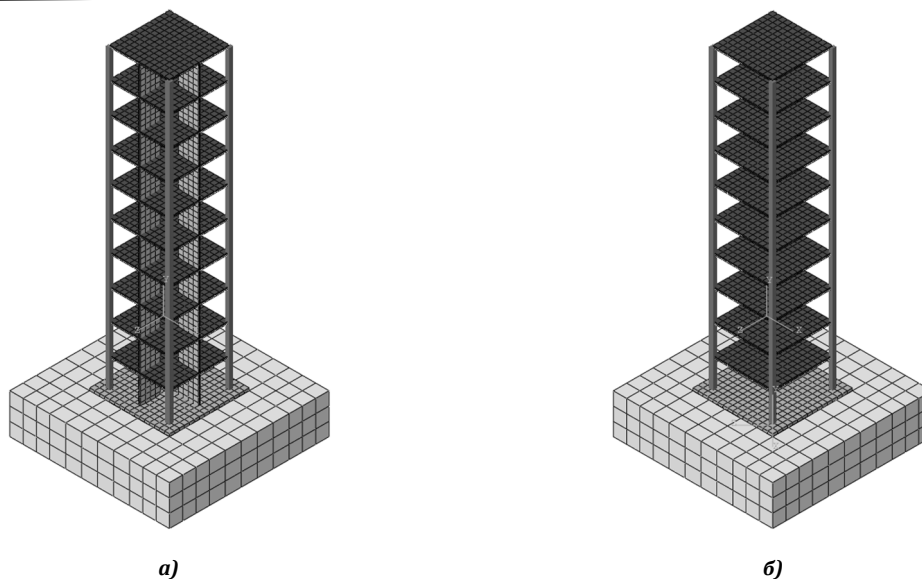


Рис. 5. Общий вид исследуемых КЭ-моделей: а) симметричная схема; б) асимметричная схема (отсутствуют пилоны П3 и П4)

Основание объекта и горизонтальные несущие конструкции принимались в физически-линейной постановке:

- для массива основания динамический модуль упругости равен 500 МПа, коэффициент Пуассона 0,3, плотность близка к 0 для устранения эффекта «присоединенных масс»;
- для горизонтальных конструкций модуль упругости принимался равным 30 ГПа, коэффициент Пуассона 0,2, плотность равна 2500 кг/м³.

Граничные условия:

- по низу массива основания ограничение на линейные перемещения, по боковым граням массива ограничение по нормали,
- по фундаментной плите граничные условия в виде зависимости амплитуды от времени (сейсмограмма).

Рассматривается четыре случая исходной схемы и сейсмического воздействия (см. рис. 6): симметричная и асимметричная схема (отсутствуют пилоны П3 и П4), сейсмическое воздействие параллельно пилонам П1 и П3, сейсмическое воздействие под углом 45° к пилону П3.

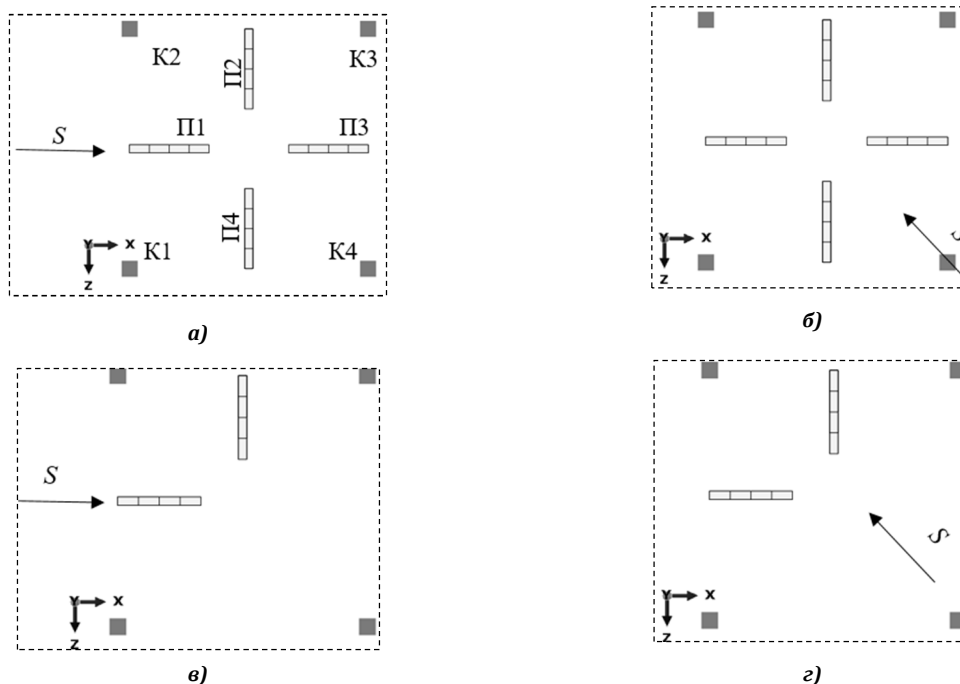


Рис. 6. Нумерация вертикальных несущих элементов и направлений сейсмического воздействия S: а) воздействие параллельно глобальной оси X, симметричная схема (А); б) воздействие под углом 45° к глобальной оси X, симметричная схема (Б); в) воздействие параллельно глобальной оси X, асимметричная схема (В); г) воздействие под углом 45° к глобальной оси X, асимметричная схема (Г)

Анализ частот и форм собственных колебаний неповрежденных моделей

Модальный анализ производился в Abaqus/Standard с помощью блочного метода Ланцоша с автоматическим выбором блока.

Результатом модального анализа является определение «несущей» (главной) частоты собственных колебаний системы и необходимого диапазона частот для вычисления параметров демпфирования системы.

Для симметричной модели первые пять форм колебаний показаны на рис. 7.

В ходе расчета были получены численные результаты, представленные в кратком виде в таблицах 2–4 и отражающие основные формы собственных колебаний систем.

После анализа значения собственных частот колебаний было выявлено, что для симметричной модели 35-я форма соответствует сумме модальных масс, равной 90,73 % по горизонтальным направлениям и 85,11 % по вертикальному. Для асимметричной модели значения соответствуют 71-й форме, 91,23 % по горизонтальным направлениям и 86,39 % по вертикальному.

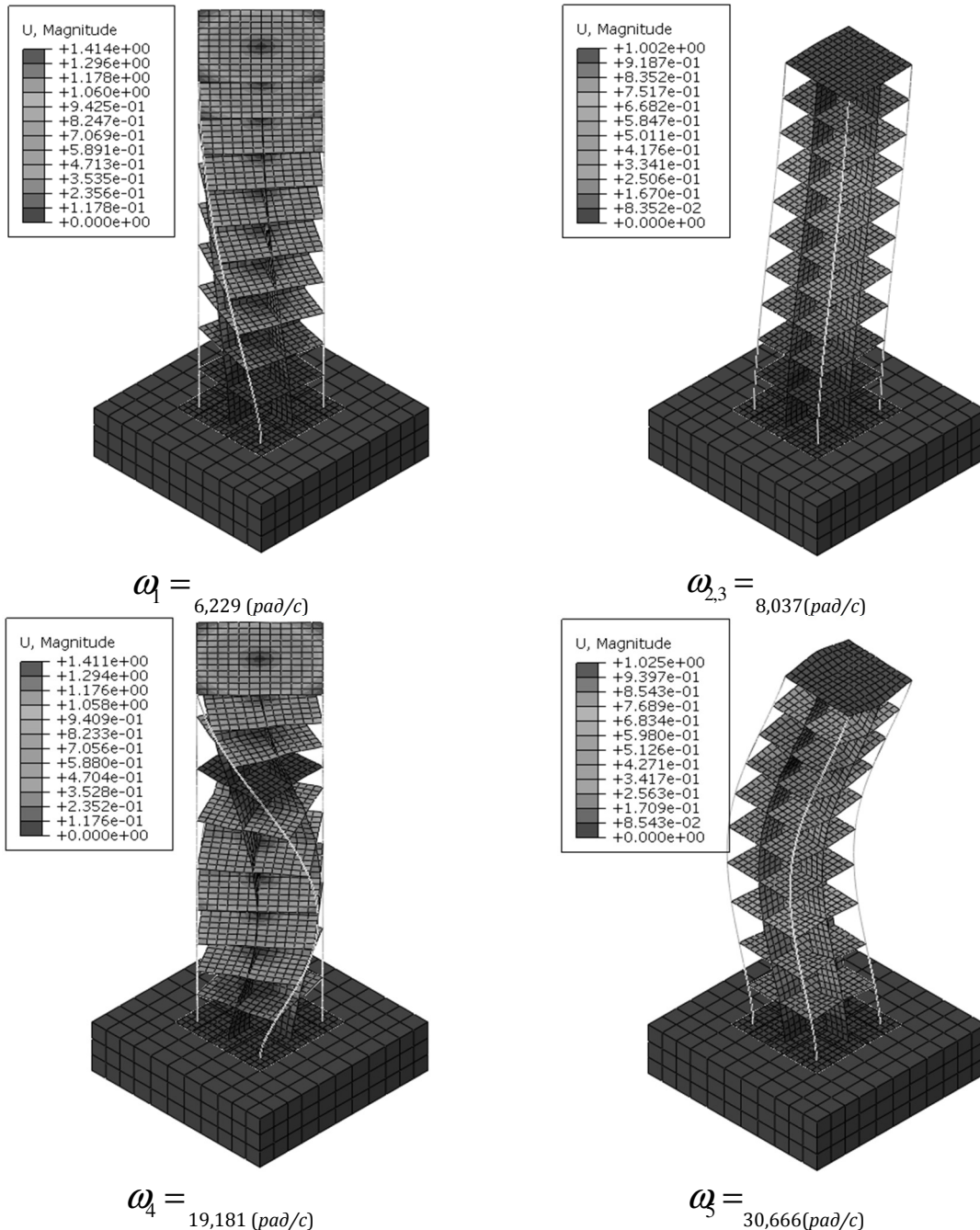


Рис. 7. Общий вид первых пяти форм собственных колебаний при начальном модуле упругости (материал не поврежден) симметричной модели

Таблица 2

Основные результаты модального анализа

№ формы	Собственное число θ_i	Частота ω		Обобщенная масса m_i , кг
		рад/с	Гц	
Симметричная модель				
1	38,796	6,229	0,991	128665
2	64,598	8,037	1,279	125190
3	64,598	8,037	1,279	125190
4	367,900	19,181	3,053	115932
5	940,433	30,666	4,881	125665
36	71778,844	267,915	42,640	78164
Асимметричная модель				
1	25,520	5,073	0,804	94691
2	25,735	6,335	0,807	115509
3	42,347	7,919	1,036	108982
4	259,444	17,799	2,564	96724
5	378,395	23,837	3,096	117129
71	93279,789	317,410	48,609	16164

Таблица 3

Эффективные массы для i -ой формы

$m_{tot,x}^{eff}$, кг	$m_{tot,y}^{eff}$, кг	$m_{tot,z}^{eff}$, кг	$m_{tot,rx}^{eff}$, кг	$m_{tot,ry}^{eff}$, кг	$m_{tot,rz}^{eff}$, кг
Симметричная модель					
386751	395976	386751	86161898	10934353	87729827
Асимметричная модель					
335744	317933	335744	72205412	8640395	73364817

Таблица 4

Модальные коэффициенты участия для i -ой формы собственных колебаний

№ формы, i	Γ_x	Γ_y	Γ_z	Γ_{rx}	Γ_{ry}	Γ_{rz}
Симметричная модель						
1	0,000	0,000	0,000	0,000	-3,871	0,000
2	1,415	0,000	0,000	-0,001	4,245	-25,499
3	0,000	0,000	1,415	25,499	-5,094	-0,001
4	0,000	0,000	0,000	0,000	1,412	0,000
5	-0,634	0,000	0,000	0,000	-1,902	-1,052
13	0,000	1,373	0,000	-4,118	0,000	4,942
36	0,000	0,000	0,550	-1,848	-1,981	0,000
Асимметричная модель						
1	0,706	-0,021	0,706	12,959	-0,424	-12,972
2	-0,301	0,000	0,301	5,611	-6,513	5,610
3	-0,845	0,000	0,845	15,267	-4,295	15,267
4	-0,076	0,000	0,076	0,707	-2,104	0,707
5	-0,320	-0,026	-0,320	0,405	0,192	-0,420
13	-0,171	1,637	-0,171	-4,501	0,103	5,483
71	-0,593	-0,043	-0,593	2,091	0,356	-2,117

Для определения «несущей» (главной) частоты собственных колебаний находим сумму абсолютных значений коэффициентов участия:

$$\Gamma_{tot,i} = \sqrt{\Gamma_x^2 + \Gamma_y^2 + \Gamma_z^2 + \Gamma_{rx}^2 + \Gamma_{ry}^2 + \Gamma_{rz}^2} \quad (6)$$

$$\Gamma_i = \frac{\{\phi_i\}^T [M] \{J_x\}}{\|\phi_i\|^2}, \quad (7)$$

где Γ_i – модальный коэффициент участия (modal participation factor) [14], определяющий вклад от i -ой собственной формы в общий отклик системы от внешнего воздействия;

$\{\phi_i\}$ – вектор i -ой собственной формы; $[M]$ – матрица масс; $\{J_x\}$ – вектор, компонентами которого являются косинусы углов между направлениями перемещений по степеням свободы и вектором ускорения основания; $\|\phi_i\|^2$ – квадрат нормы вектора; значения $\Gamma_i < 0,01$ принимаются равными 0.

Результаты для симметричной и асимметричной моделей представлены в виде графиков (см рис. 8).

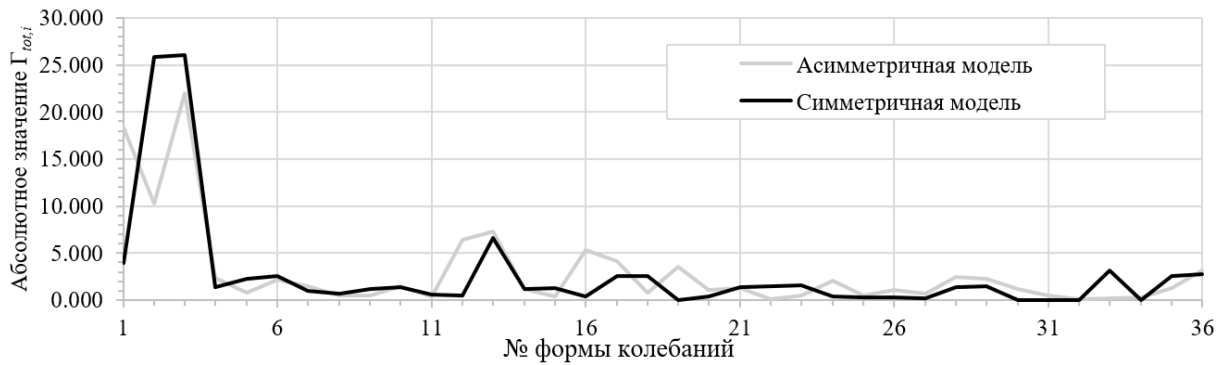


Рис. 8. График зависимости абсолютного значения коэффициента участия Γ_i от формы собственных колебаний

По результатам анализа полученных значений коэффициента участия можно сделать вывод о том, что 2-я и 3-я форма собственных колебаний симметричной модели и 3-я форма асимметричной являются главными для расчета как по максимальному абсолютному значению, так и по значению по направлению сейсмического воздействия. Стоит отметить, что на 13-й форме собственных колебаний модальный коэффициент участия имеет локальный пик за счет колебаний фундамента и плит перекрытий на всех этажах.

Результаты прямого нелинейного динамического расчета на сейсмическое воздействие

В ходе расчета было выявлено, что максимальные значения разрушения проявляются в приопорной части вертикальных несущих конструкций первого этажа.

В результате модального анализа с измененными значениями модуля упругости были получены графики частот собственных колебаний для случаев с измененной начальной жесткостью системы для симметричной и асимметричной модели и вариантов направления сейсмического воздействия (см. рис. 9).

По данным графикам методом наименьших квадратов была произведена аппроксимация функции несущей частоты при изменении жесткости системы:

$$\omega(t) = \omega_0 - a \cdot (th(bt - c) + 1) \quad (8)$$

где ω_0 – начальная частота собственных колебаний, t – время сейсмического воздействия; a, b, c – переменные, зависящие от плотности

вертикальных несущих элементов, их жесткости, равномерности их нагружения и др.

Из формулы (8) следует, что точка (момент времени), в которой находится угловой коэффициент, равен:

$$t = -\frac{c}{b} \quad (9)$$

а угол α равен производной от функции $\omega(t)$ при $(bt - c) = 0$:

$$\omega' = -\frac{ab}{ch^2(bt - c)} = -ab \quad (10)$$

$$tg \alpha = -ab \quad (11)$$

Полученные значения расположения угла и его значения для четырех случаев представлены в таблице 5.

Анализ формы графика снижения жесткости во всех случаях показывает, что в начальной стадии конструкция получает незначительные повреждения, начиная с участков, расположенных по периметру (участок «А» на рис. 10). При дальнейшем воздействии эффективное сечение конструкций уменьшается, напряжения перераспределяются на участки с большей жесткостью к ядру жесткости, и в результате наступает момент лавинообразного снижения жесткости разной интенсивности (участок «В» на рис. 10). В конечной стадии бетон раздроблен, в работе задействована арматура, которая сдерживает раздробленные фракции бетона, несущая способность снижена более чем на 90 %, значения частот колебаний стабилизируются (участок «С» на рис. 10). При этом стоит отметить, что система получает серьезные повреждения, но остается геометрически неизменяемой.

Таблица 5

Характеристики угла

Случай	А	Б	В	Г
t, c	5	6,92	6,8	8,3
$\alpha, град$	15,7	8,9	4,12	2,8

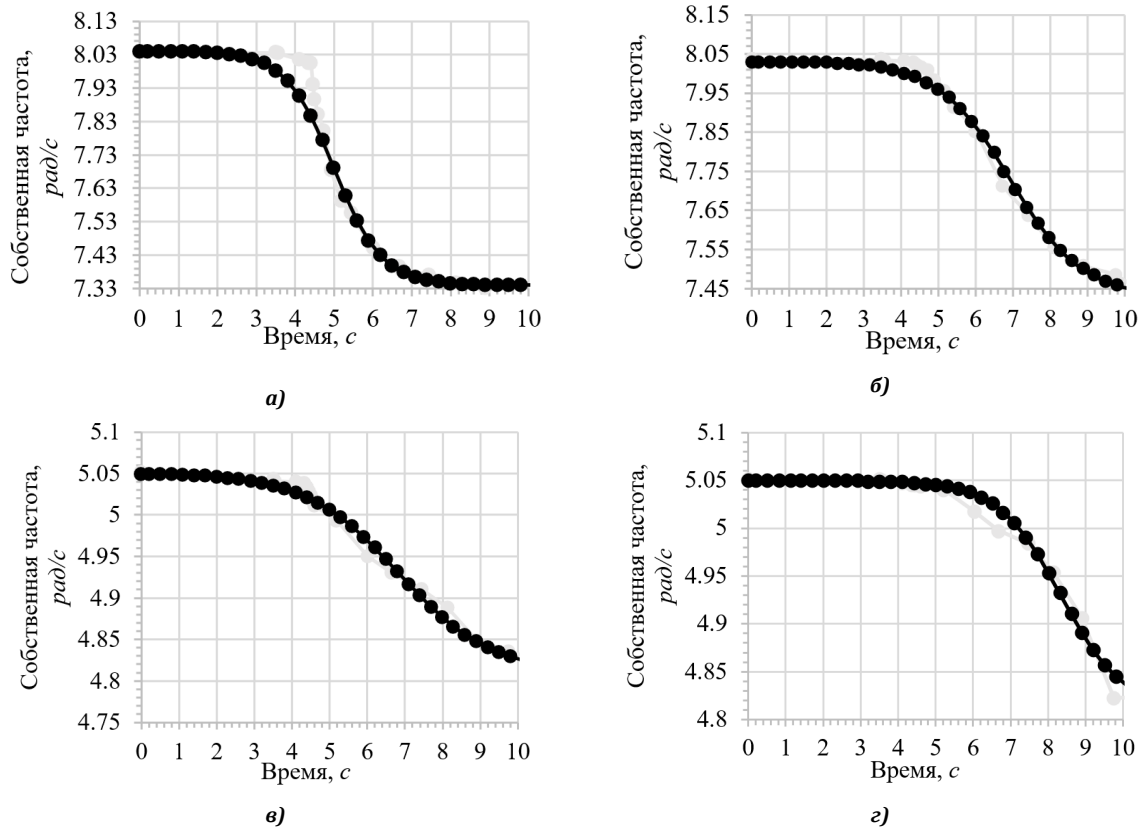


Рис. 9. Графики зависимости значения главных частот колебаний от времени (серые) и аппроксимирующие функции, соответствующие им (черные): а) случай «А»; б) случай «Б»; в) случай «В»; г) случай «Г»

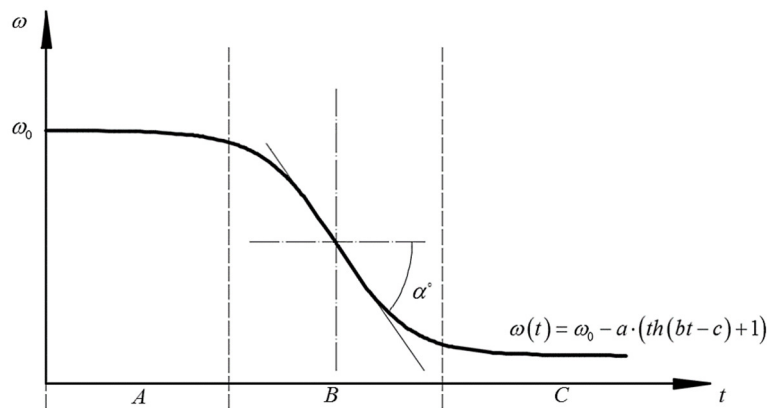


Рис. 10. График аппроксимирующей функции и ее ключевые зоны

Вероятностный расчет

Проведем вероятностный расчет системы с учетом изменения ее жесткостных характеристик при сейсмическом воздействии высокой интенсивности. Учитывая, что колебания системы происходят с существенным преобладанием 2-й формы, запишем уравнение ее колебаний

$$\ddot{y}(t) + b(t)\dot{y}(t) + \omega^2(t)y(t) = \ddot{X}(t) \quad (12)$$

где $\ddot{X}(t)$ – стационарная случайная функция ускорения грунтового основания с нулевым математическим ожиданием, дисперсией D_x и спектральной плотностью (4).

Система (12) представляет собой нестационарную стохастическую систему с медленно изменяющимися коэффициентами $b(t)$ и $\omega(t)$. Представим функцию $\ddot{X}(t)$ в виде интегрального канонического разложения

$$\ddot{X}(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \tilde{V}_j e^{\lambda_j t} \quad (13)$$

с координатными функциями $e^{\lambda_j t}$ [15]. Тогда выходная случайная функция $y(t)$ также будет получена в виде канонического разложения с координатными функциями $z(t, \lambda) e^{\lambda t}$:

$$\tilde{y}(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \tilde{U}_j z(t, \lambda) e^{\lambda t} \quad (14)$$

Подставим координатные функции (13) и (14) в формулу (12), опустив индекс j :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} [z(t, \lambda) e^{\lambda t}] + b(t) \frac{\partial}{\partial t} [z(t, \lambda) e^{\lambda t}] + \omega^2(t) z(t, \lambda) e^{\lambda t} = e^{\lambda t}$$

После несложных преобразований получим:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} [z(t, \lambda)] + [b(t) + 2\lambda] \frac{\partial}{\partial t} [z(t, \lambda)] + [\omega^2(t) + b(t)\lambda + \lambda^2] z(t, \lambda) = 1 \quad (15)$$

Нелинейное уравнение (15) решаем в два приближения. В первом приближении не учитываем производные медленно изменяющейся функции времени $z(t, \lambda)$:

$$z(\lambda, t) \approx z1(\lambda, t) = \frac{1}{\omega^2(t) + b(t)\lambda + \lambda^2} \quad (16)$$

Во втором приближении учитываем первую производную функции $z(t, \lambda)$, приняв ее равной производной функции $z1(t, \lambda)$, полученной в первом приближении [15]:

$$\frac{\partial}{\partial t} z(t, \lambda) \approx \frac{\partial}{\partial t} z1(t, \lambda) = \frac{\frac{\partial}{\partial t} \omega^2(t) + \lambda \frac{\partial}{\partial t} b(t)}{[\omega^2(t) + \lambda b(t) + \lambda^2]^2} \quad (17)$$

Тогда

$$[\omega^2(t) + \lambda b(t) + \lambda^2] \cdot z2(\lambda, t) = \frac{[b(t) + 2\lambda] \cdot \left[\frac{\partial}{\partial t} \omega^2(t) + \lambda \frac{\partial}{\partial t} b(t) \right]}{[\omega^2(t) + \lambda b(t) + \lambda^2]^2}$$

Окончательно:

$$z(\lambda, t) \approx z2(\lambda, t) = \frac{1}{\omega^2(t) + \lambda b(t) + \lambda^2} \cdot \left\{ 1 + \frac{[b(t) + 2\lambda] \cdot \left[\frac{\partial}{\partial t} \omega^2(t) + \lambda \frac{\partial}{\partial t} b(t) \right]}{[\omega^2(t) + \lambda b(t) + \lambda^2]^2} \right\} \quad (18)$$

Оценим погрешность приближенного решения (18) для рассматриваемой функции изменения частоты $\omega(t)$:

$$\varepsilon(\omega, t) = \left\{ 1 - \frac{\partial^2}{\partial t^2} [z2(t, \lambda)] + [b(t) + 2\lambda] \cdot \frac{\partial}{\partial t} [z2(t, \lambda)] + [\omega^2(t) + b(t)\lambda + \lambda^2] z2(t, \lambda) \right\} \cdot 100\%$$

Как показано на графике, приведенном на рис. 11, относительная погрешность полученного решения $|\varepsilon(\omega, t)| \leq 0,05\%$.

Формула (18) определяет изменяющуюся во времени амплитудно-частотную характеристику системы (12) при $\lambda = i\Omega$. Тогда статистические характеристики выходной случайной функции $y(t)$ находим по формулам:

- дисперсия:

$$D_y(t) = D_x \int_{-\infty}^{\infty} d_x^H(\Omega) \cdot |z2(i\Omega, t)|^2 d\Omega, \quad (19)$$

где $d_x^H(\Omega)$ – интенсивность белого шума канонического разложения (13);

- спектральная плотность:

$$S_y(\Omega, t) = D_x d_x^H(\Omega) \cdot |z2(i\Omega, t)|^2; \quad (20)$$

- коэффициент динамичности системы:

$$\beta(t) = [\omega(t)]^2 \sqrt{\frac{D_y(t)}{D_x}} \quad (21)$$

Графики полученных зависимостей приведены на рис. 12–13.

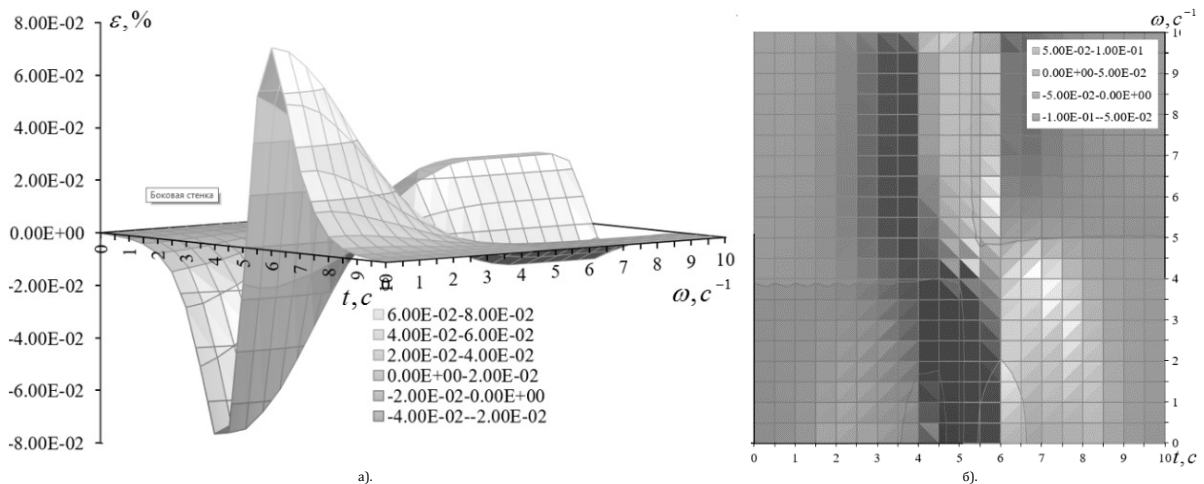


Рис. 11. Погрешность второго приближения решения (18) нелинейного уравнения (15): а) пространственное представление; б) поле распределения

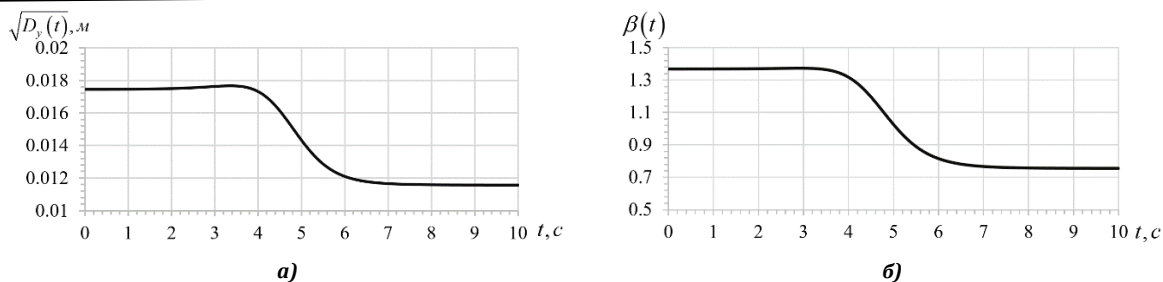


Рис. 12: а) стандарт относительного смещения приведенной системы; б) изменение коэффициента динамичности системы во времени

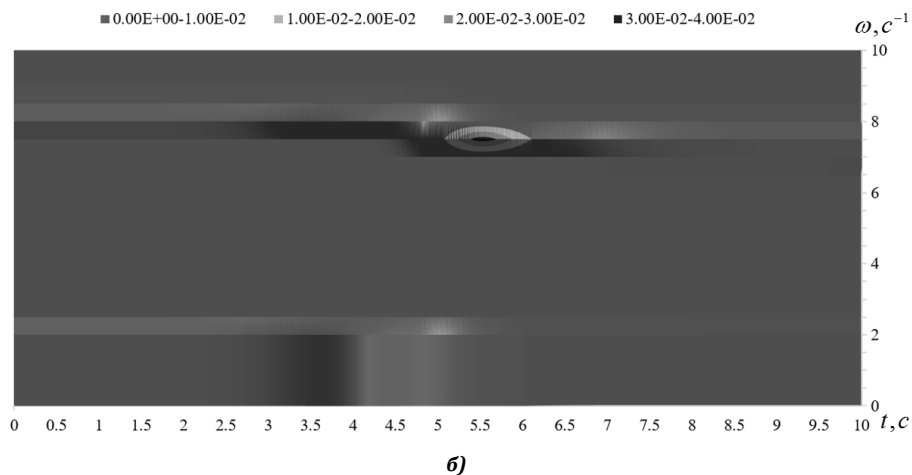
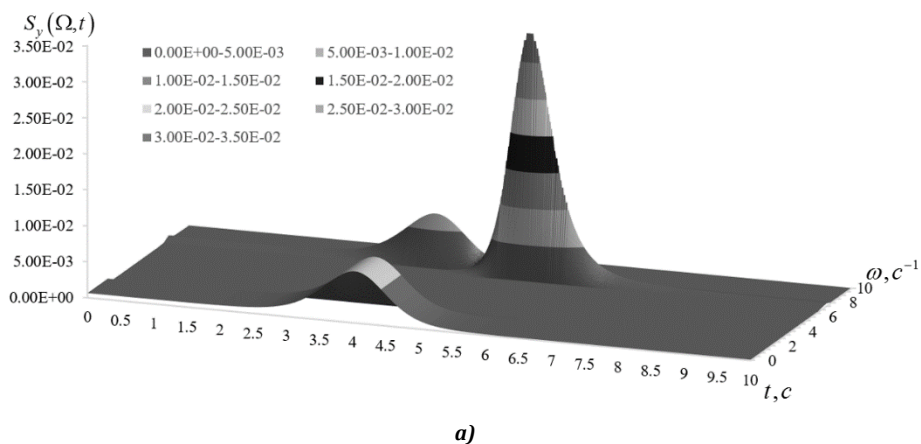


Рис. 13. Спектральная плотность смещения приведенной системы: а) пространственное представление; б) поле распределения

Выводы

1. Проведен детерминированный расчет здания из монолитного железобетона на сейсмическое воздействие интенсивностью 8 баллов с различными вариантами расчетной схемы и направления воздействия. По результатам расчета отдельные конструкции здания получили повреждения 3–4 степени, при этом система остается геометрически неизменяемой.

2. Анализ динамических характеристик здания показал, что использование модального коэффициента участия позволяет определить главную (несущую) частоту и форму собствен-

ных колебаний и обосновать приведенные характеристики системы для проведения ее вероятностного моделирования. Из результатов видно, что во всех случаях вторая или третья форма является главной и обладает максимальным откликом на сейсмическое воздействие.

3. Получены графики изменения во времени частоты собственных колебаний при изменении жесткости системы в результате накопления повреждений в процессе реализации землетрясения. Методом наименьших квадратов найдена аппроксимирующая функция, учитывающая следующие стадии снижения жесткости системы:

а) начальная стадия, соответствующая параметру несущей частоты собственных колебаний неповрежденной системы. На ней конструкции получают незначительные повреждения на участках, расположенных по периметру здания;

б) стадия лавинообразного повреждения конструкций, определяемая на графике функции углом касательной к горизонтальной оси ($0 < \alpha < 90^\circ$). Величина угла зависит от степени включения в работу вертикальных несущих конструкций и их жесткостей;

в) заключительная стадия, характеризующаяся финальными повреждениями от сейсмического воздействия и конечным значением несущей частоты собственных колебаний поврежденной системы ($\alpha \approx 0$).

4. На уровне вероятностного расчета здание рассматривается как стохастически нелинейная динамическая система с учетом изменения ее жесткостных характеристик под действием сейсмической нагрузки. Принята модель сейсмической нагрузки в виде стационарного случайного процесса с заданной спектральной плотностью. Изложена методика линеаризации нелинейной системы с применением канонического разложения. Погрешность полученного приближенного решения не превышает $|0,08\%|$. Вычисленные статистические характеристики отклика приведенной системы – дисперсия и спектральная плотность являются основой для разработки методики оценки надежности здания при расчете на МРЗ.

Список литературы

1. Пшеничкина В. А. Надежность зданий как пространственных составных систем при сейсмических воздействиях. Волгоград, 2010.
2. Дроздов В. В., Пшеничкина В. А. Расчет зданий повышенной этажности по критерию предельного допустимого риска // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 5.
3. СП 22.13330.2011. Основания зданий и сооружений. М., 2011. 166 с.
4. СП 14.13330.2014. Строительство в сейсмических районах. М., 2014. 131 с.
5. Белостоцкий А. М., Вершинин В. В. Научно-технический отчет по теме «Разработка верификационного отчета по использованию программного комплекса Abaqus для решения задач строительного профиля»: в 4 т. М., 2013.
6. Abaqus Theory Manual / Dassault Systèmes Simulia Corp. Providence, RI, USA, 2015.
7. Зайцев Ю. В. Моделирование деформаций и прочности бетона методами механики разрушений. М.: Стройиздат, 1982. 196 с.
8. Гениев Г. А., Киссюк В. Н., Тюпин Г. А. Теория пластичности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1974. 316 с.
9. Гениев Г. А., Колчунов В. И., Клюева Н. В., Никулин А. И., Пятикрестовский К. П. Прочность и деформативность железобетонных конструкций при запроектных воздействиях: научное издание. М.: Изд-во АСВ, 2004. 216 с.
10. Lubliner J., Oliver J., Oller S., Oñate E. A Plastic-Damage Model for Concrete // Int. J. Solids Struct. 1989. Vol. 25 (3). P. 229–326.
11. Lee J., Fenves G. L. Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures // J. Engng. Mech. 1998. Vol. 124 (8), P. 892–900.
12. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М., 2012. 161 с.
13. Jankowiak J., Lodygowski T. Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model // Found. Civil Environ. Engng. 2005. Vol. 6. P. 53–69.
14. Бирбраер А. Н. Расчет конструкций на сейсмостойкость. СПб.: Наука, 1998. 255 с.
15. Пугачев В. С. Теория случайных функций. М.: Физматгиз, 1962. 884 с.

© А. Ю. Чаускин, В. А. Пшеничкина

Ссылка для цитирования:

Чаускин А. Ю., Пшеничкина В. А. Вероятностный расчет здания на максимальные расчетные землетрясения // Инженерно-строительный вестник Прикаспия: научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань: ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2016. № 1–2 (15–16). С. 66–77.