

Incheon, South Korea, May 29–31, 2015 / Edited by Mosbeh Kaloop. CRC Press, 2016. P. 115–118.

7. Zolina T. V., Sadchikov P. N. Evaluation of software realization algorithms of industrial building operation life. *Advances in Energy, Environment and Materials Science Proceedings of the International Conference on Energy, Environment and Materials Science (EEMS 2015)*, Guangzhou, P. R. China, August 25–26, 2015 / Edited by Yeping Wang and Jianhua Zhao. CRC Press, 2016. P. 777–780.

УДК 007.52-047.58(063)

## МОДЕЛЬ ДВУЗВЕННОГО ПЛОСКОГО МАНИПУЛЯТОРА

*Ю. А. Лежнина*

*Астраханский государственный архитектурно-строительный университет (Россия)*

В данной работе рассмотрена задача получения математической модели динамического многосвязного объекта. Наиболее ярким примером многосвязных систем, в которых влияние взаимосвязей достаточно сильно, являются манипуляторы промышленных роботов. Отметим, что математическое описание динамики манипуляторов сильно нелинейно, и для многих алгоритмов не допускается его использования без линеаризации. Полученная модель позволяет исследовать различные алгоритмы управления.

**Ключевые слова:** *многосвязный объект, математическая модель, манипулятор, приводы.*

In this paper we consider the problem of obtaining a mathematical model of dynamic multivariable object. The most striking example of multiply connected systems, in which the effect of the relationship is strong enough, are the manipulators of industrial robots. It should be noted that the mathematical description of the dynamics of manipulators strongly nonlinear, and many algorithms are not allowed to use it without linearization. The resulting model allows us to explore different control algorithms.

**Keywords:** *multiply the object, a mathematical model, the manipulator, drives.*

В настоящее время происходит один из самых интенсивных процессов развития средств и методов построения автоматизированных систем управления технологическими процессами и производствами. Пересматриваются практически все аспекты таких систем управления: структура и состав технических средств, распределение функций между различными техническими средствами, алгоритмы реализации отдельных функций, роль математических моделей в процессе управления, формы и содержание взаимодействия людей и техники. Наличие большого числа связанных между собой подсистем, которые влияют друг на друга, усложняет традиционные проблемы управления, и на передний план выдвигается требование децентрализации. Использование децентрализованных алгоритмов отвечает самой природе больших взаимосвязанных систем, так как она предполагает распределенность компонент системы в пространстве, а децентрализованная структура управления позволяет получить более качественные

и надежные системы управления, поскольку приближает управляющий орган к объекту и значительно упрощает структуру системы.

### Математическая модель робота

Рассмотрим две степени свободы (рис. 1), соединенные вращательным соединением. Тогда структура совпадает с двухзвенным плоским манипулятором, которая позволит учесть взаимовлияния, существующие между выбранными кинематическими парами.

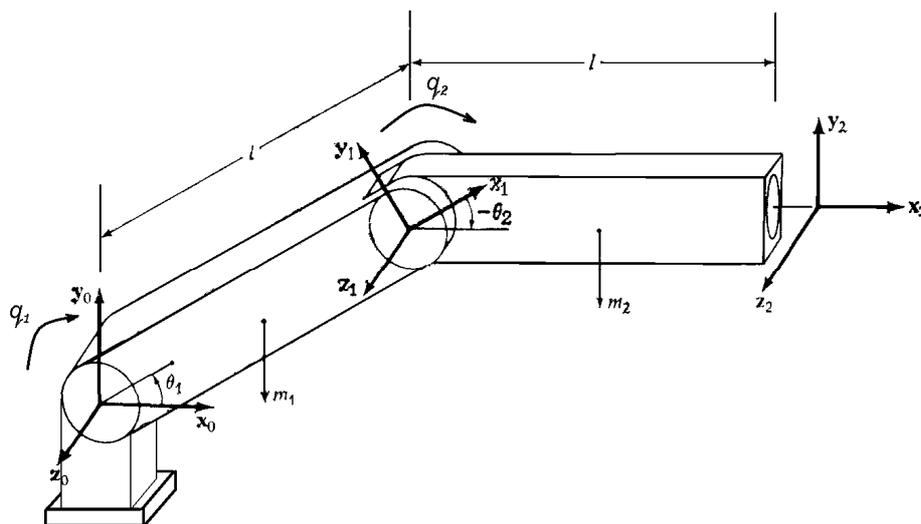


Рис. 1. Двухзвенный плоский манипулятор с вращательными сочленениями

Рассмотрим манипуляционную систему, которая состоит из механической части системы и приводов, обеспечивающих работу отдельных степеней подвижности механизма. Каждая из степеней подвижности манипулятора снабжена отдельным приводом [1]. Используя уравнения Лагранжа II рода, динамические уравнения движения в кинематических парах робота можно представить системой нелинейных дифференциальных уравнений

$$\tau(t) = D(\theta)\ddot{\theta}(t) + h(\theta, \dot{\theta}) + c(\theta),$$

где  $\tau(t)$  –  $n$ -мерный вектор обобщенных сил, создаваемых приводами;  $\theta(t) = \text{col}(q_1, \dots, q_n)$  –  $n$ -мерный вектор обобщенных координат манипулятора;  $\dot{\theta}(t) = \text{col}(\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n)$  –  $n$ -мерный вектор скоростей манипулятора;  $\ddot{\theta}(t) = \text{col}(\ddot{q}_1, \dots, \ddot{q}_n)$  –  $n$ -мерный вектор ускорений манипулятора;  $D(\theta)$  – симметрическая матрица инерции;  $h(\theta, \dot{\theta})$  – вектор сил Кориолиса и центробежных сил;  $c(\theta)$  – вектор гравитационных сил.

Для описания вращательных связей между соседними звеньями воспользуемся представлением Денавита – Хартенберга. Данное представление основано на формировании однородной матрицы преобразования из  $i$ -ой системы координат в  $(i+1)$ -ую. Матрица имеет вид:

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где  $\theta_i$  – присоединенный угол;  $\alpha_i$  – угловое смещение;  $d_i$  – расстояние между пересечениями оси  $z_{i-1}$  с осью  $x_i$  и началом  $(i-1)$ -ой системы координат;  $a_i$  – линейное смещение.

Для рассматриваемого частного случая робота выбраны следующие числовые параметры звеньев:  $m_1 = 15,91$  кг,  $m_2 = 11,36$  кг,  $l = l_1 = l_2 = 0,432$  м. Такой выбор определил их соответствие звеньям 2 и 3 манипулятора робота Puma 560 фирмы Unimation. Присоединенными переменными являются углы  $q_1$  и  $q_2$ . Параметры звеньев имеют значения  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ,  $d_1 = d_2 = 0$ ,  $a_1 = a_2 = l$ . Тогда матрица однородных преобразований координат имеет вид:

$$A_0^2 = A_0^1 A_1^2 = \begin{bmatrix} \cos(q_1 + q_2) & -\sin(q_1 + q_2) & 0 & l(\cos(q_1 + q_2) + \cos q_1) \\ \sin(q_1 + q_2) & \cos(q_1 + q_2) & 0 & l(\sin(q_1 + q_2) + \sin q_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

В предположении равенства нулю всех центробежных моментов инерции получаем формулу для матрицы псевдоинерции:

$$J_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}m_1l^2 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}m_1l \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}m_1l & 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix}, \quad J_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}m_2l^2 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}m_2l \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}m_2l & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix}.$$

Используя полученные матрицы, получим выражения для элементов матрицы инерции  $D(\theta)$ :

$$D_{11} = 1/3 m_1 l^2 + 4/3 m_2 l^2 + m_2 l^2 \cos q_2, \quad D_{12} = D_{21} = 1/3 m_2 l^2 + 1/2 m_2 l^2 \cos q_2, \\ D_{22} = 1/3 m_2 l^2.$$

Слагаемые, описывающие центробежное ускорение и силы Кориолиса:

$$h_1 = -1/2 m_2 l^2 \sin q_2 \dot{q}_2^2 - m_2 l^2 \sin q_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2, \quad h_2 = 1/2 m_2 l^2 \sin q_2 \dot{q}_1^2.$$

Для слагаемых, определяющих влияние гравитационных сил, имеем:

$$c_1 = 1/2 m_1 gl \cos q_1 + 1/2 m_2 gl \cos q_{12} + m_2 gl \cos q_1 \\ c_2 = 1/2 m_2 gl \cos(q_1 + q_2).$$

Для замыкания системы уравнений необходимо получить выражения для обобщенных моментов в шарнирах. Здесь будут рассмотрены приводы с электродвигателями постоянного тока, математическая модель которых задана в виде системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами [2]:

$$\begin{cases} -C_{Mi}I_i + J_{ri}\ddot{q}_i = -\tau_i \\ L_{ri}\dot{I}_i + R_{ri}I_i + C_{Ei}\dot{q}_i = u_i, \end{cases}$$

где  $I_i$  – ток ротора электродвигателя (А);  $u_i$  – напряжение на якоре двигателя (В);  $B_{ci}$  – вязкое трение (Н·м·с/рад);  $L_{ri}$  – индуктивность ротора (Гн);  $J_{ri}$  – момент инерции ротора (кг·м<sup>2</sup>);  $R_{ri}$  – сопротивление роторной обмотки (Ом);  $C_{Mi}$  – коэффициент пропорциональности момента (Н·м/А);  $C_{Ei}$  – коэффициент пропорциональности ЭДС (В·с/рад).

Рассмотрим  $i$ -ый шарнир манипулятора [3]. Баланс моментов для него:

$$\begin{cases} d_{i1}\ddot{q}_1 + \dots + d_{in}\ddot{q}_n + h_i + c_i = \tau_i \\ C_{Mi}I_i - J_{ri}\ddot{q}_i = \tau_i. \end{cases}$$

Здесь  $d_{ij}$ ,  $h_i$ ,  $c_i$  – коэффициенты матрицы  $D(\theta)$ , векторов  $h(\theta, \dot{\theta})$  и  $c(\theta)$ .

Тогда для  $i$ -ого звена имеем:

$$\begin{cases} d_{i1}\ddot{q}_1 + \dots + d_{in}\ddot{q}_n + h_i + c_i = C_{Mi}I_i - J_{ri}\ddot{q}_i \\ L_{ri}\dot{I}_i + R_{ri}I_i + C_{Ei}\dot{q}_i = u_i. \end{cases}$$

Здесь  $u_i$  – управляющие воздействия, являющиеся напряжением двигателя постоянного тока, на величину которого наложено амплитудное ограничение. Параметры механической части робота предполагаются переменными и неизвестными, а их изменения считаются относительно быстрыми. Параметры приводов меняются очень медленно, причем этим изменением можно пренебречь. Таким образом, можно синтезировать управление, предполагая, что модели приводов предварительно определены и неизменны. Тогда для манипулятора справедливы уравнения

$$\begin{cases} D(\theta)\ddot{\theta}(t) + h(\theta, \dot{\theta}) + c(\theta) = E_M I \\ E_{ri}\dot{I} + E_{\omega}\dot{\theta} + E_I I = u, \end{cases}$$

где  $E_M$ ,  $E_{ri}$ ,  $E_{\omega}$ ,  $E_I$  – диагональные  $(n \times n)$ -матрицы с элементами  $C_{Mi}$ ,  $L_{ri}$ ,  $C_{Ei}$  и  $R_{ri}$  соответственно;  $I = \text{col}(I_1, \dots, I_n)$ . Уравнение содержит матрицы следующего вида:

$$D(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}m_1l^2 + \frac{4}{3}m_2l^2 + m_2l^2C_2 + J_{r1} & \frac{1}{3}m_2l^2 + \frac{1}{2}m_2l^2C_2 \\ \frac{1}{3}m_2l^2 + \frac{1}{2}m_2l^2C_2 & \frac{1}{3}m_2l^2 + J_{r2} \end{bmatrix},$$

$$h(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{2}m_2l^2S_2\dot{q}_2^2 - m_2l^2S_2\dot{q}_1\dot{q}_2\right) \\ \frac{1}{2}m_2l^2S_2\dot{q}_1^2 \end{bmatrix}, \quad c(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}m_1glC_1 + \frac{1}{2}m_2glC_{12} + m_2glC_1 \\ \frac{1}{2}m_2glC_{12} \end{bmatrix},$$

где  $m_i$  и  $l_i = l$  – массы и длины  $i$ -ых звеньев,  $S_i = \sin(q_i)$ ,  $C_i = \cos(q_i)$ ,  $C_{ij} = \cos(q_i + q_j)$ ,  $i = 1, 2$ .

Учитывая уравнения двигателя, получим модель замкнутой системы в пространстве состояний, которую будем использовать для формирования системы управления манипулятором:

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i + G_i h_i + G_i c_i,$$

$$y_i = L_i x_i, \quad i = \overline{1, n},$$

где вектор состояния  $x_i^T = [q_i, \dot{q}_i, I_i]^T$ , а матрицы  $A_i, B_i, G_i, L_i$  имеют вид:

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & C_{Mi}/d_{ii} \\ 0 & C_{Ei}/L_{ri} & -R_{ri}/L_{ri} \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/L_{ri} \end{bmatrix}, \quad G_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -1/d_{ii} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad L_i = [1 \ 0 \ 0].$$

Полученные векторные уравнения для двухзвенного манипулятора могут быть использованы для моделирования систем управления, так как включают сигнал управления  $u$ .

### Список литературы

1. Попов Е. П., Верещагин А. Ф., Зенкевич Л. Манипуляционные роботы: динамика и алгоритмы. М. : Наука, 1980
2. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. СПб. : Энергоатомиздат, 1992.
3. Белоусов И. Р. Формирование уравнений динамики роботов-манипуляторов // Препринт РШМ им. М. В. Келдыша РАН. 2002. № 45. 32 с.
4. Lezhnina Yuliya, Ternovaya Galina, Zaripova Viktoriya. Robust Adaptive Control of the Dynamic Multilinked Object: Control of Robot Manipulator. Progress in Systems Engineering Proceedings of the Twenty-Third International Conference on Systems Engineering (ICSEng 2014, Las Vegas, Nevada, August 19, 2014). P. 69–75.
5. Lezhnina Yuliya, Petrova Irina, Ternovay Galina. Path Control for a Manipulator While Tracking a Given Trajectory. Applied Mechanics and Materials. 2015. Vols 752–753. P. 967–972.

УДК 004.652

## БАЗА ЗНАНИЙ ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ БИОСЕНСОРОВ

*В. М. Зарипова*

*Астраханский государственный архитектурно-строительный университет (Россия)*

В статье рассмотрен вопрос о создании базы знаний по физико-техническим эффектам, которую планируется использовать на этапе концептуального проектирования биосенсоров. Описано около 40 физико-технических явлений, приведены структура базы знаний и форма паспорта описания физико-технического эффекта. В основе классификации физических явлений в базе знаний лежит энергоинформационная модель цепей (ЭИМЦ). Эта модель специально ориентирована на проектирование новых принципов действия чувствительных элементов (сенсоров) и инвариантна к физической природе процессов, протекающих в них, так как конструирование биосенсоров относится к области междисциплинарных исследований. Использование информационной