

Представленная методика расчета может быть рассмотрена и с точки зрения достижения объектом предельно допустимой величины износа, что позволяет ответить на вопрос о необходимости его сноса по причине ветхости либо аварийности [4, 5].

Список литературы

1. Садчиков П. Н. Анализ технического состояния жилищного фонда // Южно-Российский вестник геологии, географии и глобальной энергии. 2006. № 11. С. 72–77.
2. Уткин В. С., Уткин Л. В. Экспертный метод определения физического износа зданий // Промышленное и гражданское строительство. 2000. № 1. С. 48–49.
3. Суцев С. П., Самолинов Н. А., Адаменко И. А. Остаточный ресурс конструкций (сооружений) и возможные методы его оценки // Предотвращение аварий зданий и сооружений : сб. науч. трудов. Вып. 8. М. : МДП, 2009. С. 320–327.
4. Золина Т. В., Садчиков П. Н. Прогнозирование надежности здания при исследовании динамики его напряженно-деформированного состояния // Вестник МГСУ. 2015. № 10. С. 20–31.
5. Свинцов В. Я., Садчиков П. Н. Моделирование структуры инвестиций в воспроизводство жилищного фонда // Известия ВолгГТУ. Сер. «Актуальные проблемы управления, вычислительной техники и информатики в технических системах». 2008. Т. 4. № 2 (40). С. 80–83.

УДК 517.955

ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ГРУНТА И СООРУЖЕНИЯ В ВИДЕ ТОЧЕЧНОЙ ВСТАВКИ

К. Д. Яксубаев

*Астраханский государственный
архитектурно-строительный университет (Россия)*

Исследование точного решения системы, состоящей из волнового уравнения продольных сейсмических колебаний грунта, и уравнения колебаний сооружения в виде точечной жесткой вставки.

Ключевые слова: волновое уравнение, сейсмические колебания.

The investigation of exact solutions of the system consisting of the wave equation of longitudinal seismic vibrations of soil, and the equation of vibrations of structures dot the hard insert.

Keywords: wave equation, seismic vibrations.

Цель работы: исследование решения волнового уравнения, описывающее совместные продольные сейсмические колебания земной коры и сооружения и упрощение методики вывода решения. Сейсмические колебания земной коры бывают продольными и поперечными. Продольные сейсмические колебания земной коры наносят ущерб больше, чем поперечные колебания.

Земную кору мы примем за бесконечную прямую, а само здание за материальную точку, в которой совмещены и фундамент, и наземная часть сооружения. Задача это довольно сложная, так описывается волновым уравнением с жесткой вставкой-сооружением. То есть фактически мы имеем дело с уравнением в частных производных с разрывными коэффициентами. Или можно считать, что мы имеем дело с системой из двух волновых уравнений и одного дифференциального уравнения, которое моделирует продольные колебания сооружения.

Актуальность работы. Существующие инженерные методы расчета сейсмических колебаний здания содержат существенный недостаток. Этот изъян имеет следующий характер. Допустим, сейсмическая волна имеет вид: $U = A \sin(5t)$. Тогда предполагается, что основание здания колеблется по тому же закону. А это неверно. Кроме того, не учитывается отраженная сейсмическая волна.

При сейсмических колебаниях сооружение в свою очередь воздействует на грунт, и возвращает часть полученной энергии обратно. Неучет этих факторов приводит к тому, что сейсмические нагрузки, вычисленные существующими инженерными методиками, дают завышенные значения.

Чтобы получить точные значения сейсмических отклонений необходимо решить систему дифференциальных уравнения колебаний сооружения и сейсмическое волновое уравнение колебаний грунта совместно.

Если взять ограниченный участок распространения сейсмической волны, то мы получим решение в виде рядов Фурье. И поэтому компактные формулы получить не удастся. Остается единственная надежда получить компактные формулы, рассмотрев сейсмические колебания грунта на всей бесконечной прямой.

Точные компактные формулы позволят совершить качественный анализ задачи, что невозможно при численных расчетах. В качестве первого шага мы предположили, что сооружение представляет собой массивную точку, вделанную в грунт.

На втором шаге можно будет рассмотреть сооружение в виде одного шарика и фундамента отдельно. На третьем шаге сооружение можно будет считать консольным стержнем, содержащим нескольких сосредоточенных масс и фундаментом. Но цель остается всегда одна и та же: на каждом этапе получить компактные формулы.

В работе [1] содержится одно из решений рассматриваемой задачи. Но наше уравнение и решение отличаются от уравнения и решения, рассмотренные в сборнике [1].

Нашей целью являлась отладка и упрощение выводов решений. А также изучение задачи с точки сейсмики. Мы приходим к следующей математической модели.

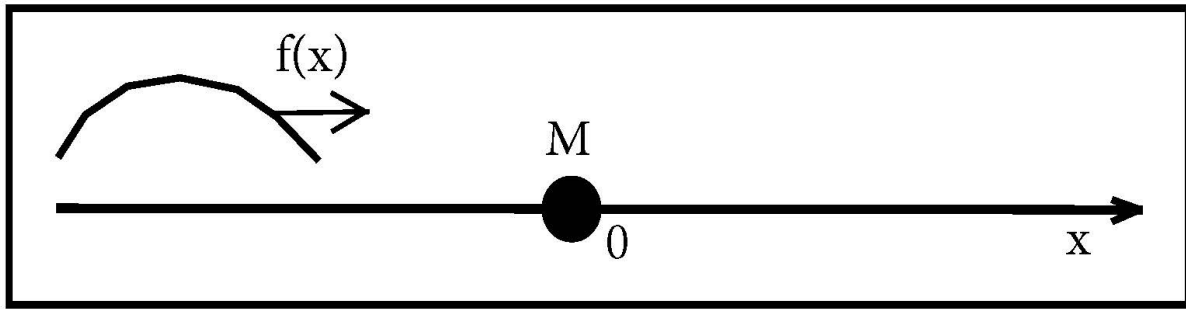


Рис. 1. Одномерная схема «грунт – сооружение»

Введем необходимые обозначения: земная кора это прямая, моделируемая одномерным бесконечным упругим стержнем (рис. 1). В начале координат располагается сооружение массой M в виде жесткой вставки.

$U(x, t)$ – продольные отклонения точки x , то есть продольные сейсмические смещения земной коры в момент времени x .

Функция $f(x)$ имеет ограниченную область определения, вне которой она равна нулю. Пусть время землетрясения равно $T = 60$ сек, а скорость волны равна a . Тогда область определения волны, вне которой она равна нулю такова: $L = aT$. На каком расстоянии от сооружения располагается эта волна безразлично. Таким образом, если сейсмическая волна имеет синусоидальный вид, то мы обязаны обрезать ее спереди и сзади, чтобы использовать ее в наших расчетах.

Функция $f(x)$ определена только на полупрямой, на отрицательной части вещественной прямой. Продолжим ее на всю прямую нулем. Получим:

$$\overline{f(x)} = \begin{cases} f(x), & x < 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$$

Уравнение продольных колебаний упругого стержня имеет вид:

$$\rho(x)S(x) \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[E(x)S(x) \frac{\partial U(x,t)}{\partial x} \right]. \quad (1)$$

Где: t – время, $\rho(x)$ – объемная плотность грунта, $S(x)$ – поперечное сечение стержня в точке x , $E(x)$ – модуль упругости грунта в точке x . $\mu(t)$ – продольные смещения сооружения в форме материальной точки.

Если сечение стержня, объемная плотность грунта и модуль упругости стержня постоянны, то уравнение (1) продольных колебаний стержня примет вид:

$$U_{tt}''(x, t) = a^2 U_{xx}''(x, t), \quad a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Продольная сила, возникающая в поперечном сечении равна:

$$F = ESU'_x(x, t).$$

Продольные смещения грунта представим в следующей форме:

$$U(x, t) = \begin{cases} U_1(x, t), & x < 0, \\ U_2(x, t), & x > 0 \end{cases}$$

Уравнения, описывающие продольные колебания земной коры имеет следующий вид:

$$\begin{cases} U_{1ttt} = a^2 U''_{1xxx}, & x < 0, \quad 0 \leq t < \infty \\ U_{2ttt} = a^2 U''_{2xxx}, & x > 0, \quad 0 \leq t < \infty \end{cases}$$

Уравнение, описывающее продольные колебания сооружения в форме материальной точки будет иметь следующий вид:

$$M\mu''_{tt} = ES(U_{2x}(0, t) - U_{1x}(x, t)).$$

Условие сопряжения имеет вид: $U_1(0, t) = U_2(0, t)$. Условие сопряжения означает, что сейсмическая волна всюду на прямой, и в любой момент времени является непрерывной функцией. То есть она не рвется в моменты удара об сооружение. Отметим, что это предположение является физическим не очевидным. Вполне возможно, что в некоторых случаях волна может иметь разрыв. И тогда нужны будут иные условия сопряжения.

Начальные условия таковы:

$$\begin{cases} U_1(x, 0) = f(x), & x < 0 \\ U_2(x, 0) = 0, & x > 0 \\ U_{1t}(x, 0) = -af'(x), & x < 0 \end{cases}$$

Теорема. [1]. Система имеет следующее решение:

$$\begin{cases} U_1(x, t) = f(x - at) + \psi(-x - at), & x < 0 \\ U_2(x, t) = \varphi(x - at), & x > 0 \end{cases}$$

Где $\varphi(z)$ есть решение дифференциального уравнения второго порядка:

$$a^2 M \varphi''(z) - 2ES \varphi'(z) = -2ES f'(z), \quad \varphi(0) = \varphi'(0) = 0, \quad z < 0 \quad (2)$$

А функции $\varphi(z), \psi(z)$ по предположению равны нулю при положительных значениях аргумента. Введем обозначение:

$$\alpha = \frac{2ES}{a^2 M}$$

Лемма. Решение дифференциального уравнения (2) при нулевых начальных данных имеет вид:

$$\varphi(x) = -\alpha \int_0^x e^{\alpha(x-s)} \widetilde{f}(s) ds.$$

Поскольку функция $\widetilde{f}(x) = 0$ на положительной части вещественной прямой, то функция $\varphi(x) = 0$ при $x > 0$. Рассмотрим ту часть волны, ко-

торая прошла сквозь сооружение. Она такова: $U_2(x, t) = \varphi(x - at)$. Она не равна нулю при $x - at \leq 0$.

Лемма. Смещение сооружения будет равно:

$$\mu(t) = U_1(0, t) = U_2(0, t) = \varphi(-at).$$

Решение. По предположению функция $\varphi(z)$ равна нулю при положительном значении параметра z . Покажем, что при этих предположениях начальные условия на правой полуоси автоматически удовлетворяются. Действительно:

$$\begin{aligned} U_2(x, t) &= \varphi(x - at); \quad U_2(x, 0) = \varphi(x) = 0 \text{ т.к. } x > 0, \\ U_{2t}^i(x, 0) &= -a\varphi'_\xi(x) = 0 \text{ т.к. } x > 0. \end{aligned}$$

По предположению функция ψ равна нулю при положительном значении параметра z . Покажем, что при этих предположениях начальные условия на левой полуоси тоже автоматически удовлетворяются. Действительно:

$$\begin{aligned} U_1(x, t) &= f(x - at) + \psi(-x - at); \quad U_1(x, 0) = f(x) + \psi(-x); \\ U_1(x, 0) &= f(x) \text{ т.к. } x < 0 \Rightarrow \psi(-x) = 0. \end{aligned}$$

Аналогично проверяется выполнение начального условия:

$$U_{1t}^i(x, 0) = -af'_\xi(x).$$

Условия сопряжения нам дают следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} U_2(0, t) &= U_1(0, t) \Rightarrow f(-at) + \psi(-at) = \varphi(-at); \\ M\mu''_{tt} &= ES(U_{2x}(0, t) - U_{1x}(x, t)) = ES\left(\varphi'_\xi(-at) - \left(f'_\xi(-at) - \psi'_\eta(-at)\right)\right). \end{aligned}$$

Исключив функцию ψ из системы, получим:

$$M\mu''_{tt} = -2ES(f'_\xi(-at) - \varphi'_\xi(-at)).$$

Совершив замену переменных: $z = -at$ и учитывая, что

$$\mu(t) = U_1(0, t) = U_2(0, t) = \varphi(-at).$$

получим уравнение (2):

$$a^2 M\varphi''(z) - 2ES\varphi'(z) = -2ESf'(z), \quad z < 0, \varphi(0) = 0; \quad \varphi'(0) = 0.$$

И, наконец, функцию $\psi(z)$ можно определить из первого условия сопряжения: $\psi(z) = \varphi(z) - f(z)$. Задача решена. Все неизвестные параметры задачи найдены.

Самая большая неприятность на пути составления системы совместных уравнений колебаний грунта и сооружения это неизвестная величина площади сейсмического воздействия волны на сооружение, неизвестная величина S . Существуют здания без фундамента. В этом случае неизвестно, как задавать площадь S . И нужно анализировать решения соответствующих контактных задач теории упругости.

Численные расчеты показали, что полученное решение правильно отображает действительность. Например, оно показывает, что через некоторое время колебания сооружения затихают.

Список литературы

1. Будаков В. М., Самарский А. А., Тихонов А. Н. Сборник задач по математической физике. М. : Наука, 1972. 687 с.

УДК 69.059.4:519.2

ОЦЕНКА СТЕПЕНИ ИЗНОСА ОТДЕЛЬНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ЗДАНИЯ В ЦЕЛОМ

П. Н. Садчиков, О. И. Евдошенко
Астраханский государственный
архитектурно-строительный университет (Россия)

Предложена методика представления данных мониторинга и модель обработки результатов независимых экспертных оценок по техническому состоянию отдельных конструктивных элементов здания с целью выработки единого решения о степени его физического износа в целом. Для объединения в одной оценочной системе количественных и качественных показателей и корректного проведения расчетов реализован математический аппарат нечетких множеств.

Ключевые слова: мониторинг технического состояния, физический износ, жилое здание, экспертная оценка, нечеткое множество, функция принадлежности, аддитивная свертка.

A methodology for presenting monitoring data and a model for processing the results of independent expert assessments on the technical condition of individual structural elements of a building are proposed with the aim of developing a unified decision on the degree of physical deterioration in general. To combine quantitative and qualitative indicators in a single evaluation system and perform correct calculations, a mathematical apparatus of fuzzy sets is implemented.

Keywords: technical condition monitoring, physical wear and tear, residential building, expert evaluation, fuzzy set, membership function, additive convolution.

В последние годы в отдельных регионах Российской Федерации наблюдается рост темпов реализации программы капитального ремонта жилых зданий, залогом чего выступает периодичность пополнения соответствующих инвестиционных фондов [1, 2]. Для повышения эффективности расходования финансовых средств и адресной их направленности требуется формирование реестра объектов недвижимости по величине их остаточного ресурса [3, 4]. В качестве одного из вариантов оценки остаточного ресурса здания в современной инженерной практике используется методика проведения экспертизы, построенная на определении степени