



16. Купчикова, Н. В. Исследование напряжённо-деформированного состояния свайных фундаментов с концевыми и поверхностными уширениями в структурно-неустойчивых основаниях: диссертация кандидата технических наук : 05.23.02 / Купчикова Наталья Викторовна; [Место защиты: Моск. гос. ун-т путей сообщ. (МИИТ) МПС РФ].- Москва, 2010.- 200 с.: ил. РГБ ОД, 61 11-5/32.
17. Григорян, А. А. Свайные фундаменты зданий и сооружений на просадочных грунтах: [Учеб. пособие] / А. А. Григорян. – М.: Стройиздат, 1984. – 157с.
18. Луга, А. А. Свайные работы: Учеб. пособие / А. А. Луга - М.: Трансжелдориздат, 1947.- С. 42-51.
19. Есипов, А. В. Взаимодействие микросвай с грунтовыми основаниями при усилении фундаментов : диссертация ... кандидата технических наук : 05.23.02.- Тюмень, 2002.- 168 с.: ил. РГБ ОД, 61 03-5/2864-5
20. А. И. Сапожников, А. И. Модель и эффективные расчётные схемы грунтового полупространства / А. И. Сапожников / Изв. вузов. Сер.: Строительство. – М.: 1996. - Вып. 4. - С. 26-31.
21. Бондаренко, В.М. Федоров, В.С. Модели при решении технических задач [Текст]/В.С.Федоров, В.М. Бондаренко// Перспективы развития строительного комплекса: материалы VIII международной научно-практической конференции/ред. В. А. Гутман, Д. П. Ануфриев – Астрахань: ГАОУ АО ВПО «АИСИ», 2014. – С.262-267.
22. Купчикова, Н. В. Численные исследования работы системы «свайное основание - усиливающие элементы» методом конечных элементов / Н. В. Купчикова // Журнал «Строительство и реконструкция» №6 (50) / -Москва, 2013 г. С.28-36.
23. Бабенко, В. А. Трубчатые микросваи с уширением в нижней части из втрамбованного жёсткого материала. : автореферат. дис. Кандидата технических наук : 05.23.02 – Днепропетровск, 1996 – Количество страниц: 24с.
24. Ануфриев, Д. П., Купчикова, Н. В. Новые строительные материалы и изделия. Региональные особенности производства. Монография [Текст]/Д. П. Ануфриев, Н. В. Купчикова, Н. А. Страхова и др.- Астраханский инженерно-строительный институт. – Москва: Издательство ассоциации строительных Вузов, 2014 - 200с.
25. Способ устройства инъекционной сваи: пат. на изобретение № 2238366 Рос. Федерация: Е 02 D 5/34/А.И. Полищук, О.В. Герасимов, А. А. Петухов, Ю.Б. Андриенко, С.С. Нуйкин; заявл. 04.03.2003; опубл. 20.10.2004, Бюл. № 29
26. Инъекционная свая: пат. на полезную модель № 87718 Рос. Федерация: Е 02Д 5/34/А.И. Полищук, А.А. Тарасов, Р.В. Шалгинов; заявл. 11.01.2009; опубл. 20.10.2009, Бюл. № 29
27. Рытов, С. А. Устройство буринъекционных свай с применением электроразрядной технологии в различных грунтовых условиях. : автореферат. дис. Кандидата технических наук : 05.23.02 – Москва, 2009 – Количество страниц: 21с.
28. Rytov, S. A. New geotechnical technologies/ Proceedings of the 15th European Young Geotechnical Engineers Conference. Dublin, Ireland. 11-14 September 2002.- с.311-315.
29. Lemanza, W. Lesmana, A/ Deep soil improvement technique using combined deep mixing and jet grouting method// Proc. 17th Int. Conf/ on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering/ - Alexandria, Egypt, 5-9 october, 2009, с.2439/

© Фёдоров В. С., Купчикова Н. В.

Ссылка для цитирования:

Фёдоров В. С., Купчикова Н. В. Технологии устройства концевых уширений набивных и готовых свай и их влияние на формирование конструкций фундамента // Инженерно-строительный вестник Прикаспия : научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань : ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2019. № 1 (27). С. 40–56.

УДК 621.86.078

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ГРУЗОПОДЪЁМНЫХ КРАНОВ НА ОСНОВЕ ДВУХМЕРНЫХ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А. В. Синельщиков* Н. Н. Панасенко**

**Астраханский государственный архитектурно-строительный университет*

***Астраханский государственный технический университет*

Предложено развитие методов теории сейсмостойкости зданий и сооружений, оборудованных грузоподъёмными кранами, на основе конечно-элементной теории пространственных конструкций, аппроксимированных двухмерными конечными элементами типа пластин Кирхгофа. Применено иерархическое построение расчётно-динамической модели здания, как первичной системы, и грузоподъёмного крана как вторичной, на основе методов динамического анализа и линейно-спектрального метода. Обозначены предосторожности применения СП 14.13330.2014 [31] для поставленных целей.

Ключевые слова: *сооружения, оборудованные грузоподъёмными кранами, метод конечных элементов, двухмерные конечные элементы, матрицы масс, жёсткости, демпфирования, уравнения движения, расчётно-динамические модели, акселерограммы, спектр Фурье, сейсмический коэффициент динамичности, сейсмический спектр ответа, метод динамического анализа, линейно-спектральный метод (теории сейсмостойкости сооружений)*

FINITE-ELEMENTAL ANALYSIS OF SEISMIC RESISTANCE OF LOADED CRANES BASED ON DOUBLE-DIMENSIONAL ELEMENTS

A. Sinelschikov*, N. Panasenko**

**Astrakhan Institute of Civil Engineering*

***Astrakhan State Technical University*

The development of methods of the theory of seismic resistance of buildings and structures equipped with lifting cranes is proposed based on the finite element theory of spatial structures approximated by two-dimensional finite elements such as Kirchhoff plates. The hierarchical construction of the calculation-dynamic model of a building as a primary system and a lifting crane as a secondary one are used, based on the methods of dynamic analysis and the linear-spectral method. The precautions for applying SP 14.13330.2014 [31] for the intended purposes are indicated.

Общие положения

Развитие вычислительной техники и увеличение мощности компьютеров обусловили широкое внедрение в расчётную практику численных методов, среди которых наиболее эффективным применительно к расчёту строительных сооружений, оборудованных крановыми конструкциями, принято считать метод конечных элементов (МКЭ), с помощью которого элементы конструкций методами дискретизации сводятся к стержневым, пластинчатым или объёмным системам, среди которых тонкостенные сварные и горячекатаные стержни открытого и замкнутого профилей, составленные из пластин, занимают одно из главенствующих мест (рис. 1).

Матрица жёсткости плоского пластинчатого элемента

По оценке авторов [1], расчёт тонкостенных металлоконструкций грузоподъёмных кранов из стержней, пластин и оболочек является одним из наиболее сложных приложений МКЭ в механике деформируемого твёрдого тела. Несмотря на наличие большого числа публикаций по этому вопросу, приведённых в [2, 3], построение эффективных конечно - элементных аппроксимаций металлоконструкций из пластин и оболочек, похоже, не завершено [4].

Четырёхузловой ($i=1,2,3$ и 4) пластинчатый КЭ, представленный на рис. 2, имеет по пять степеней свободы в каждом узле ($u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}$) и состоит из компонентов двухосного плоского напряжённого элемента [5], обусловленного перемещениями u_i и v_i в

направлении осей x и y , и пластинчатого элемента Кирхгофа [6], деформации которого определяются перемещениями w_i из плоскости пластины и углами поворота его узлов (см. рис. 2б). В связи с этим, матрицы жёсткости и масс пластинчатого КЭ получают путём сложения матриц жёсткости и масс плоского пластинчатого оболочечного элемента и пластинчатого элемента Кирхгофа, основными характеристиками которого являются: а) стороны пластинчатого КЭ остаются прямыми когда элемент деформируется в плоскости; б) используется теория тонких пластин Кирхгофа, которая пренебрегает поперечными деформациями сдвига (см. рис. 2в), что может являться важным, если пластина имеет толщину, большую чем $1/10$ её ширины, т.е. для толстых пластин.

Матрицы жёсткости плоского пластинчатого КЭ и пластинчатого КЭ Кирхгофа рассмотрены отдельно, в соответствии с принципом независимости действия сил и перемещений.

Поле перемещений плоского пластинчатого элемента запишем в виде узловых перемещений u_i и v_i и функций формы, которые для прямоугольного элемента определяются в нормализованных местных координатах ξ и η (см. рис. 2г):

$$\xi = \frac{x}{\alpha}, \eta = \frac{y}{\beta} \text{ при } 0 \leq \xi, \eta \leq 1, \quad (1)$$

где α, β - длина и ширина пластинчатого элемента вдоль осей x и y соответственно. После чего поле перемещений плоского элемента пластины записывается в виде вектора

$$\begin{Bmatrix} u(\xi, \eta) \\ v(\xi, \eta) \end{Bmatrix} = [N(\xi, \eta)] \{u_1 \ v_1 \ \dots \ u_4 \ v_4\}^T, \quad (2)$$

в котором T - индекс транспонирования, а функции формы плоского элемента с использованием нормированных местных координат ξ и η в (2) имеют вид

$$[N(\xi, \eta)] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

в которых

$$N_1 = (\xi - 1)(\eta - 1); N_2 = (1 - \xi)\eta; N_3 = \xi\eta; N_4 = (1 - \eta)\xi, \quad (4)$$

где, согласно (1), $0 \leq \xi, \eta \leq 1$.

Матрица жёсткости элемента выводится из его потенциальной энергии деформации в виде зависимостей «деформация-перемещение» и «напряжение-деформация». Используя условия плоского напряжённого состояния, при которых $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ (см. рис. 2в), вектор напряжений определяется по матричной формуле

$$\{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_{xy}\}^T = [D]\{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_{xy}\}^T, \quad (5)$$

в которой $[D]$ – матрица 3×3 материала

$$[D] = \left(\frac{E}{1-\mu^2} \right) \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где E – модуль упругости первого рода материала пластины; μ – коэффициент Пуассона, а зависимость между деформациями и перемещениями в (5) для плоского напряжённого состояния определяется соотношением

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (7)$$

после чего вектор деформаций элемента из (5) представим в матричной форме

$$\{\varepsilon\} = \{\partial\}[N]\{d\} = [B]\{d\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \dots \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots \end{bmatrix}_{8 \times 3} \{d\}, \quad (8)$$

в которой $[B]$, как следует из (3) и (8), имеет порядок 8×3 и определяется как матрица деформаций – перемещений; $\{\partial\}$ – вектор дифференциальных операторов [1, 13]

$$\{\partial\} = \left\{ \left(-\frac{\partial^2}{\alpha^2 \partial \xi^2} \right) \left(-\frac{\partial^2}{\beta^2 \partial \eta^2} \right) \left(-\frac{2}{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \right\}^T;$$

(9)

$[N]$ – матрица (3) функций формы; $\{d\}$ – вектор 1×8 узловых перемещений из (2).

Подставим матрицу материала (6) плоского напряжённого состояния $[D]$, матрицу деформаций – перемещений $[B]$, детерминант матрицы Якоби $|J|$ и толщину элемента h в уравнение (10) [7, 8]:

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV, \quad (10)$$

получим матрицу жёсткости пластинчатого элемента в условиях плоского напряжённого состояния (10), которую запишем в нормализованных местных координатах ξ и η (1) как

$$[K] = \int_V ([B]^T [D] [B]) dV = \int_V ([B]^T [D] [B]) h dx dy = \int_0^1 \int_0^1 ([B]^T [D] [B]) h |J| d\xi d\eta, \quad (11)$$

в которой dV – дифференциал по объёму V пластины. Решая уравнение (11) для плоского пластинчатого элемента, получим его матрицу жёсткости (12)

$$[K]_{8 \times 8} = \frac{Eh}{24\alpha\beta(\mu^2 - 1)} \begin{bmatrix} [K]_{4 \times 4}^{1,1} & [K]_{4 \times 4}^{1,2} \\ [K]_{4 \times 4}^{2,1} & [K]_{4 \times 4}^{2,2} \end{bmatrix}_{8 \times 8}, \quad (12)$$

где α, β – длина и ширина КЭ пластины вдоль осей x и y соответственно (см. рис. 1 а), h – толщина пластины.

Укажем, что матрица жёсткости (12) имеет размер 8×8 , а размер её блоков 4×4 . Поскольку полная матрица жёсткости рассматриваемого пластинчатого элемента (см. рис. 2 а) имеет размерность 20×20 , ранг 8×8 матрицы



жёсткости пластинчатого элемента (12) в условиях плоского напряжённого состояния следует раскрыть до матрицы 20×20 путём раскрытия её блоков $[K]_{4 \times 4}^{1,1}, [K]_{4 \times 4}^{1,2}, [K]_{4 \times 4}^{2,1}, [K]_{4 \times 4}^{2,2}$ в матрицы размерностью 10×10 путём их дополнения нулями по степеням свободы компонент поперечного и двух угловых перемещений пространственного пластинчатого элемента:

$$[K]_{20 \times 20} = \frac{Eh}{24\alpha\beta(\mu^2 - 1)} \begin{bmatrix} [K]_{10 \times 10}^{1,1} & [K]_{10 \times 10}^{1,2} \\ [K]_{10 \times 10}^{2,1} & [K]_{10 \times 10}^{2,2} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Раскрытые матрицы $[K]_{4 \times 4}^{1,1}$ и $[K]_{4 \times 4}^{1,2}$ из (12) имеют вид матричных формул [12], при этом в

$$(13) \text{ следует учитывать, что } [K]_{10 \times 10}^{1,1} = [K]_{10 \times 10}^{2,2}, [K]_{10 \times 10}^{2,1} = ([K]_{10 \times 10}^{1,2})^T.$$

Матрица жёсткости (13) представляет собой реакцию пластины в условиях плоского НДС, т.е. от двух из пяти единичных перемещений каждого узла в плоскости пластины, представленных на расчётной схеме КЭ пластины (см. рис. 1 а), как $u_i, i = 1, 2, 3, 4$ и $v_i, i = 1, 2, 3, 4$, где i – нумерация узлов пластины.

Поле перемещений пластинчатого оболочечного элемента Кирхгофа запишем в виде узловых перемещений и функций формы Эрмита [9, 10] в нормализованных местных координатах ξ и η (1) (см. рис. 2 г) в условиях пространственного деформирования

$$\{w(\xi, \eta)\} = [N(\xi, \eta)]_{12 \times 1}^T \times \{w_1 \theta_{x1} \theta_{y1} \dots w_4 \theta_{x4} \theta_{y4}\}_{1 \times 12}^T, \quad (14)$$

так, чтобы стороны прямоугольника совпадали с координатными линиями ± 1 , связанными с координатами x и y соотношениями, предложенными О.Зенкевичем [11]:

$$\xi = \frac{x - x_c}{a}, \quad d\xi = \frac{dx}{a}; \quad \eta = \frac{y - y_c}{b}, \quad d\eta = \frac{dy}{b}. \quad (15)$$

Если функции формы, выраженные через координаты узлов на границе элемента, из-

вестны в нормализованных координатах, то переход к первоначальной системе координат и преобразование различных выражений, встречающихся, например, при определении жёсткости пластины, можно осуществить с помощью соотношений (15), на основе которых функции формы пластинчатого элемента Кирхгофа из (14) при пространственном деформировании примут вид [12]

$$[N]^T = \begin{bmatrix} 1 - \xi\eta - (3 - 2\xi)\xi^2(1 - \eta) - (1 - \xi)(3 - 2\eta)\eta^2 \\ (1 - \xi)\eta(1 - \eta)^2\beta \\ -\xi(1 - \xi)^2(1 - \eta)\alpha \\ (1 - \xi)(3 - 2\eta)\eta^2 + \xi(1 - \xi)(1 - 2\xi)\eta \\ -(1 - \xi)(1 - \xi)\eta^2\beta \\ -\xi(1 - \xi)^2\xi\alpha \\ (3 - 2\xi)\xi^2\eta - \xi\eta(1 - \eta)(1 - 2\eta) \\ -\xi(1 - \eta)\eta^2\beta \\ (1 - \xi)\xi^2\eta\alpha \\ (3 - 2\xi)\xi^2(1 - \eta) + \xi\eta(1 - \eta)(1 - 2\eta) \\ \xi\eta(1 - \eta)^2\beta \\ (1 - \xi)\xi^2(1 - \eta)\alpha \end{bmatrix}_{1 \times 12}, \quad (16)$$

при $0 \leq \xi, \eta \leq 1$. Для обеспечения непрерывности (совместности деформаций) функция формы (16) должна изменяться вдоль границ элементов (рис. 3) по линейному, параболическому, кубическому либо другим законам (рис. 3 д, е).

Чтобы построить функцию формы для элемента первого порядка (см. рис. 3 а), отметим, что произведение

$$N_i = \frac{1}{4}(\xi + 1)(\eta + 1), \quad (17)$$

равно единице в верхнем правом углу, где $\xi = \eta = 1$, и нулю в остальных углах (первый критерий). Поскольку функция (17) изменяется вдоль всех сторон линейно, и, следовательно, условие непрерывности выполняется (второй критерий). Введение новых переменных

$$\xi_i = 0, N_i = \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta_0), \eta_i = 0, N_i = \frac{1}{2}(1 + \xi_0)(1 - \eta^2), \quad (21)$$

Элемент третьего порядка (рис. 2 в), - угловые узлы

$$N_i = \frac{1}{32}(1 + \xi_0)(1 + \eta_0)[-10 + 9(\xi^2 + \eta^2)], \quad (22)$$

и узлы на сторонах

$$\xi_i = \pm 1 \text{ и } \eta_i = \pm \frac{1}{3}, N_i = \frac{9}{32}(1 + \xi_0)(1 - \eta^2)(1 + 9\eta_0). \quad (23)$$

Выражения (20) - (23) для узлов на других сторонах получаются заменой переменных. Поскольку пространственная деформация пластины характеризуется изгибной кривизной пластины вдоль осей x и y , а также кручением, пространственную деформацию пластины запишем в виде вектора (см. (7)):

$$\{\varepsilon\} = \left\{ \left(-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(-\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \left(-2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \right\}^T. \quad (24)$$

Согласно закону Гука, напряжения в пластине с учётом деформаций (24), согласно [13], выразим произведением, аналогичным (5):

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_{xy}\}^T = [D]_M \{\varepsilon\}, \quad (25)$$

в котором $[D]_M$ - матрица моментов - деформаций (в отличие от (6)):

$$\xi_0 = \xi \xi_i, \eta_0 = \eta \eta_i, \quad (18)$$

позволяет записать все функции формы (17) в виде одного выражения

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_0)(1 + \eta_0). \quad (19)$$

Так как линейная комбинация функций формы (19) позволяет описать произвольный линейный закон изменений \square , второй критерий сходимости тоже удовлетворяется. Можно убедиться, что приведённые ниже функции для элементов второго и третьего порядков (20)-(23) удовлетворяют всем необходимым критериям. Элемент второго порядка (рис. 2 б), - угловые узлы

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_0)(1 + \eta_0)(\xi_0 + \eta_0 - 1), \quad (20)$$

и узлы на сторонах

$$[D]_M = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1 - \mu)}{2} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

в которой μ - коэффициент Пуассона; h - толщина пластины; E - модуль Юнга.

Согласно матричному оператору $\{\partial\}$ (9), а также размеров длины и ширины пластинчатого элемента вдоль осей x и y , соответственно, α и β , матрица деформаций (кривизны) - перемещений $[B]$ из (8) выражается в величинах нормализованных местных координат ξ и η из (15) и (16)

$$[B] = \{\partial\}[N], \quad (27)$$

после чего матрица жёсткости для пластинчатого элемента Кирхгофа с учётом (26), аналогично (11), в величинах местных координат ξ и η выражается интегралом по объёму V [14, 15]:



$$[K] = \int_V ([B]^T [D]_M [B]) dV = \int_0^1 \int_0^1 [B]^T [D]_M [B] \alpha \beta d\xi d\eta, \quad (28)$$

вычисление которого приводит матрицу жёсткости (28) в МСК к виду

$$[K]_{12 \times 12} = \frac{Eh^3}{12\alpha\beta(1-\mu^2)} \begin{bmatrix} [K]_{6 \times 6}^{1,1} & [K]_{6 \times 6}^{1,2} \\ [K]_{6 \times 6}^{2,1} & [K]_{6 \times 6}^{2,2} \end{bmatrix}_{12 \times 12}, \quad (29)$$

в которой блоки $[K]_{6 \times 6}^{1,1}, [K]_{6 \times 6}^{1,2}, [K]_{6 \times 6}^{2,1}, [K]_{6 \times 6}^{2,2}$ являются реакциями компонент поперечного и двух угловых перемещений пластинчатого элемента (см. рис. 2 а). Раскроем матрицу (29) порядка 12×12 до порядка 20×20 , заполнив нулями компоненты осевых и поперечных узловых перемещений матрицы жёсткости плоского пластинчатого элемента, получим:

$$[K]_{20 \times 20} = \frac{Eh^3}{12\alpha\beta(1-\mu^2)} \begin{bmatrix} [K]_{10 \times 10}^{1,1} & [K]_{10 \times 10}^{1,2} \\ [K]_{10 \times 10}^{2,1} & [K]_{10 \times 10}^{2,2} \end{bmatrix}. \quad (30)$$

При раскрытии подматриц $[K]_{10 \times 10}^{1,1}, [K]_{10 \times 10}^{1,2}, [K]_{10 \times 10}^{2,2}$ из (30) с коэффициентом пропорциональности $\gamma = \beta/\alpha$ полагалось $[K]_{10 \times 10}^{2,1} = ([K]_{10 \times 10}^{1,2})^T$. Полную матрицу жёсткости пластинчатого элемента получим матричным сложением разложенной матрицы жёсткости плоского пластинчатого элемента (13) и пластинчатого элемента Кирхгофа (30) при пространственном деформировании:

$$[K]_{20 \times 20} = [K]_{(13)} + [K]_{(33)}. \quad (31)$$

Для аппроксимации конструкции сооружения конечными элементами используем глобальную правую общую систему прямоугольных координат (ОСК) $OXYZ$, жёстко связанную с конструкцией, а также вспомогательные местные оси $oxuz$ (МСК), соотношение между которыми определяется матрицей преобразования координат $[T]^{KЭ}$, с применением которой для матрицы (31) справедливо соотношение

$$[K]_{ОСК}^{KЭ} = [T]^T [K]_{МСК}^{KЭ} [T], \quad (32)$$

$$[M]_{20 \times 20} = \int_V \rho [N]^T [N] dV = \int_0^1 \int_0^1 \rho [N]^T [N] h |J| d\xi d\eta, \quad (34)$$

в которой ρ - объёмный вес материала пластины; V - её объём; h - толщина; $|J|$ - определитель матрицы Якоби. Таким образом, состав-

необходимое для формирования матрицы жёсткости отдельного КЭ с « n » степенями свободы.

Как показывает опыт, матрица жёсткости пластины (31) является одним из базовых КЭ при построении КЭМ металлических и железобетонных конструкций зданий и сооружений с крановыми нагрузками, в частности, широкое применение матрица (31) находит при моделировании листоварных оболочечных (коробчатого сечения и двутавровых) главных балок мостовых и козловых кранов, стреловых систем автомобильных и порталных кранов, рам манипуляторов, стальных и железобетонных монолитных несущих конструкций надземных рельсовых путей [16] промышленных зданий с крановыми нагрузками и др.

Матрица масс конечного элемента пластины

Для решения динамических задач матрицу масс пластинки вычислим, используя функции формы (3) и (16), откуда следует, что матрица масс 4-х угольной пластины формируется аналогично матрице жёсткости (31) методом суперпозиции матриц масс для плоского элемента пластины (13) и пластины типа элемента Кирхгофа (30), которые должны быть приведены к одному рангу 20×20 :

$$[M]_{20 \times 20} = [M]_{(41)} + [M]_{(44)}, \quad (33)$$

каждое слагаемое из которых с учётом функций формы (3) и (16) в нормированных местных координатах ξ и η в МСК порядка 20×20 примет вид:

ляющие матрицы масс (34) имеют вид матричных формул [17], в которых, как и в более ранних обозначениях, h, α, β - размеры пластины.

В зависимости от конкретного вида нагружения пластинчатые конечные элементы могут деформироваться или только в своей плоскости (возникает плоское напряжённое состояние), или из плоскости (состояние изгиба) или одновременно и в своей плоскости, и из неё. В связи с этим, выше рассмотрены последовательно оба случая и для каждого из них приведены алгоритмы вычисления матриц жёсткости и масс.

Динамический расчётный анализ пространственных конструкций на основе пластинчатых конечных элементов

$$[M]\{\ddot{V}(t)\} + [\gamma_s([M][K])^{0.5}]\{\dot{V}(t)\} + [K]\{V(t)\} = \{P_{ст}\} + \{P_{дин}\} - [M]\{\ddot{A}(t)\}, \quad (35)$$

в котором γ_s – коэффициент потерь [20]:

$$\gamma_s = 2\xi = 2\left(\delta_s \left[(2\pi)^2 + \delta_s^2\right]^{-0.5}\right) \approx \delta_s / \pi, \quad (36)$$

при этом δ_s – логарифмический декремент затухания колебаний, в соответствии с которым коэффициент относительного демпфирования в (36) для стальных конструкций лежит в диапазоне $\xi \leq 0,02 \div 0,04$ ($\delta_s = 0,125 \div 0,25$), для железобетонных конструкций - $\xi \leq 0,05 \div 0,08$ ($\delta_s = 0,32 \div 0,5$) и более.

Очевидно, вектора в правой части уравнения движения (35) обозначают внешние статические, динамические и кинематические воздействия, в которых $\{\ddot{A}(t)\}$ может обозначать ускорение переезда краном стыков и просадок рельсовых путей, акселерограммы землетрясений [21] и др., а выражение перед вектором скорости $\{\dot{V}(t)\}$ – матрица затухания Цейтлина-

Для проведения динамического расчётного анализа пространственных конструкций, аппроксимированных дискретной конечно-элементной сеткой пластин, как это следует из теории совместимых КЭ в рамках алгоритма МКЭ на необходимое для расчётов расчётное сочетание нагрузок можно, с учётом работ [18, 19], сформировать математическую конечно-элементную линейную модель кранового сооружения с n степенями свободы

Мартемьянова [22, 23]. В уравнении движения (35) следует учесть, что матрицы жёсткости (31) и масс (34) получены в МСК $Oxyz$ и должны быть переведены в ОСК $OXYZ$ по матричной формуле (32), после чего матрицы жёсткости и масс для уравнения (35) формируются методом суперпозиции. Также укажем, что от матричного линейного уравнения (35) без труда можно перейти к нелинейному расчётному анализу, для чего в левую часть (35) необходимо ввести вектор $\{R(V, \dot{V})\}$, характеризующий силы трения заторможенных ходовых колёс и включающиеся связи их реборд, односторонние связи, в частности, стальных канатов грузовых полиспастов, демпферы и др.:

$$[M]\{\ddot{V}(t)\} + [\gamma_s([M][K])^{0.5}]\{\dot{V}(t)\} + [K]\{V(t)\} + \{R(V(t), \dot{V}(t))\} = \{P_{ст}\} + \{P_{дин}\} - [M]\{\ddot{A}(t)\}. \quad (37)$$

Однако, если уравнение (35) можно решать и в главных (распадающихся) координатах, на основе принципа ортогональности собственных форм колебаний Рэлея, то для решения нелинейного уравнения (37) (с учётом вектора $\{R(V, \dot{V})\}$) в качестве способа интегрирования предлагается использовать опробованные авторами настоящей работы жёстко-устойчивый метод Гира в виде формул дифференцирования назад [18, 19], позволяющий контролировать

знак производной df/dy на каждом шаге интегрирования и эффективно строить алгоритм интегрирования системы дифференциальных уравнений движения n -го порядка либо метод Ньюмарка-бета с привлечением процедуры метода Ньюмарка-Рафсона [14, 30].

Основы метода динамического анализа

Применительно к уравнениям движения (35) и (37), рассмотрим основные положения расчётного анализа сейсмической безопасности промышленного здания с крановыми нагрузками



(рис. 4 а), в котором на высотных уровнях головки рельсов (УГР) +19,8 м размещены два мостовых крана 130/32 т-33,5 м и два крана 16/3,2т-32м на высотной отметке УГР +14,5 м (рис. 4 б).

Комплексная конечно-элементная расчётно-динамическая модель (см. рис. 4) здания содержит 24977 узлов и 28480 КЭ, что составляет 149862 степеней свободы, в том числе РДМ кранов (рис. 5 и 6), аппроксимированных матрицами жёсткости (31) и масс (34) и стержневых КЭ, принятых по [24]. Комплексная РДМ промздания должна быть загружена сочетанием нагрузок согласно метода предельных состояний ГОСТ 28609 [25], в котором $\{\ddot{A}(t)\}$ - акселерограмма расчётного землетрясения интенсивностью согласно карт общего сейсмического районирования ОСР-97[26, 31] или синтезированной акселерограмма, например, вероятностно-статистическая акселерограмма (ВСА) [27] (рис. 7, 8), после чего в результате численного интегрирования уравнений типа (35) либо (37) строят поэтажные ВСА на отметках (отм.) УГР.

В частности, на рис. 9 представлена поэтажная ВСА крана 130/32т-33,5м (см. рис. 5) на отм. +19,8 м, которая используется для расчётного анализа сейсмической безопасности соответствующего крана МДА либо ЛСМ. На рис. 8 и 10 приведены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) исходной (см. рис. 7) и поэтажной ВСА (см. рис. 9), необходимые проектировщику для целей анализа резонансных областей несущих металлоконструкций (м/к) кранов и динамических свойств здания. Из рис. 8 и 10 следует, что здание «профильтовало» только низкочастотные сейсмические колебания с частотой 1-7 Гц, и погасило сейсмические колебания на более высоких частотах 8-10 Гц.

В качестве способа интегрирования системы сейсмических уравнений движения (35) и (37), как уже отмечалось, рекомендуется использовать неявный и безусловно устойчивый метод Ньюмарка-бета[14, 29], с помощью которого в каждый момент времени $t = t_{i+1} = (i+1)h_t$, где h_t – временной шаг интегрирования, можно определить ускорения по значениям перемещений,

скоростей и приложенных сил. Однако, стабильность данного алгоритма зависит от размера h , и метод Ньюмарка-бета является условно устойчивым, при относительно большом временном шаге h_t , большем, чем $h_t = 0,03 \div 0,05$, численное решение может уйти достаточно далеко от истинного. Для преодоления этой ситуации требуется применять итерационные процедуры уточнения решения уравнений (35) и (37), среди которых наиболее употребительной для решения нелинейных задач является процедура метода Ньютона-Рафсона [30]. Как ранее упоминалось в работах[18, 19], для исключения процедуры вычисления матрицы, обратной матрице масс $[M]^{-1}$, рекомендуется использовать жёстко-устойчивый метод Гира, как МДА, в виде формул дифференцирования назад, позволяющий контролировать знак производной $\partial f / \partial u$ на каждом шаге интегрирования и эффективно строить алгоритм интегрирования системы дифференциальных уравнений (35) и (37).

Заключение

В заключении укажем, что основным этапом расчёта сложных пространственных систем крановых сооружений произвольного вида, составленных из пластин и тонкостенных стержней МКЭ в перемещениях является формирование матриц жёсткости, масс и демпфирования отдельного КЭ пластины либо стержня, находящегося в условиях пространственного деформирования в МСК. Причём динамический анализ полной системы с распределёнными массами, как следует из (35) и (37), обычно требует более сложных вычислений, чем системы с сосредоточенными массами, поскольку матрица сосредоточенных масс – диагональная, а матрица распределённых масс имеет много недиагональных элементов, что приводит к так называемой инерционной взаимосвязи масс действительных конструкций крановых сооружений, что принято считать важным для проектировочных задач. При этом в случае сейсмических расчётов важно обосновать приоритет МДА теории сейсмостойкости перед ЛСМ, что влечёт за собой особые требования к назначению расчётных сейсмических воздействий.

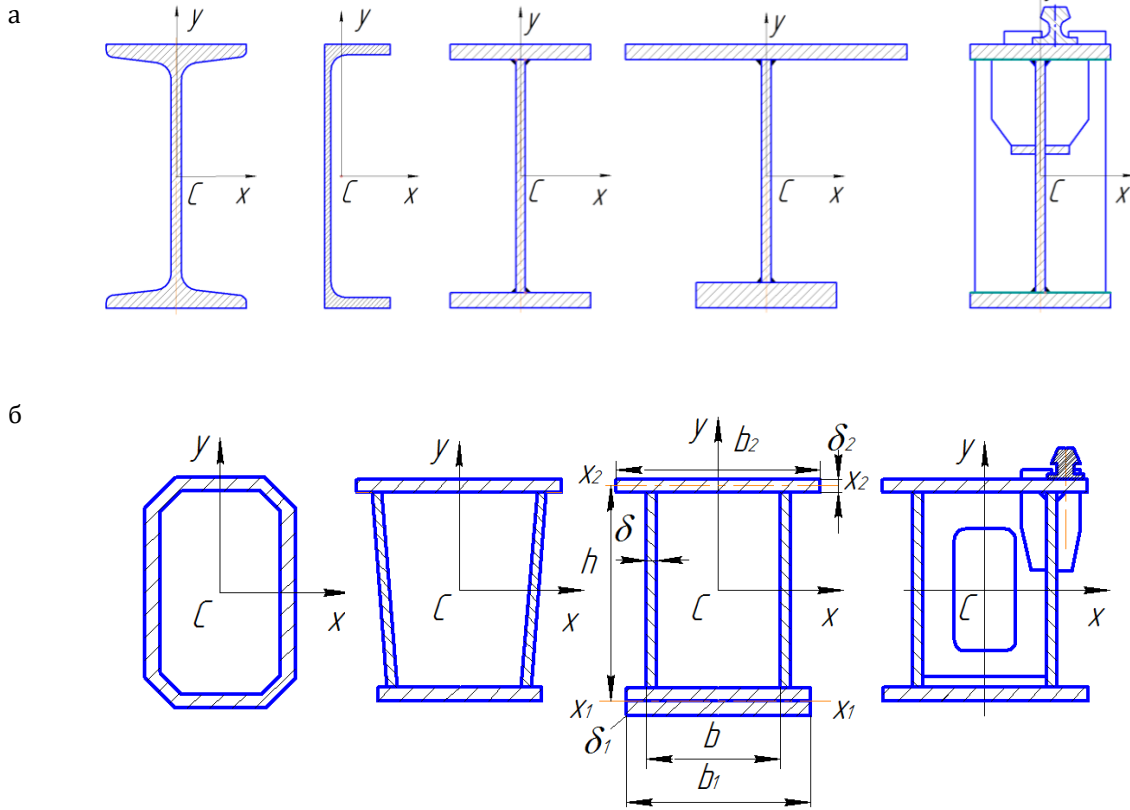


Рис. 1. Тонкостенные пластинчатые горячекатаные и сварные стержни грузоподъемных кранов: а - открытого профиля; б - замкнутого профиля

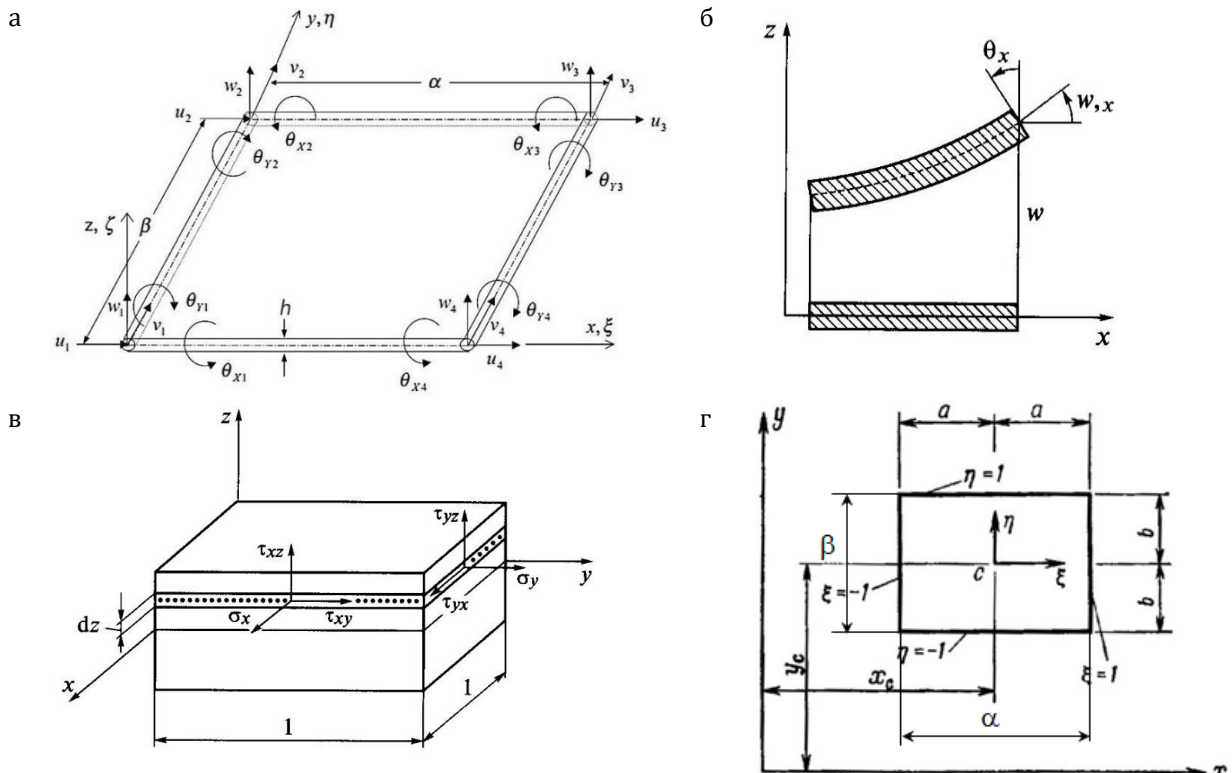


Рис. 2. Четырёхузловой пластинчатый КЭ с пятью узловыми степенями свободы: а - общий вид КЭ тонкой пластины; б - деформации пластины из плоскости; в - напряжения, действующие по граням элемента пластины; г - нормализованные координаты функции формы ξ и η плоской пластины

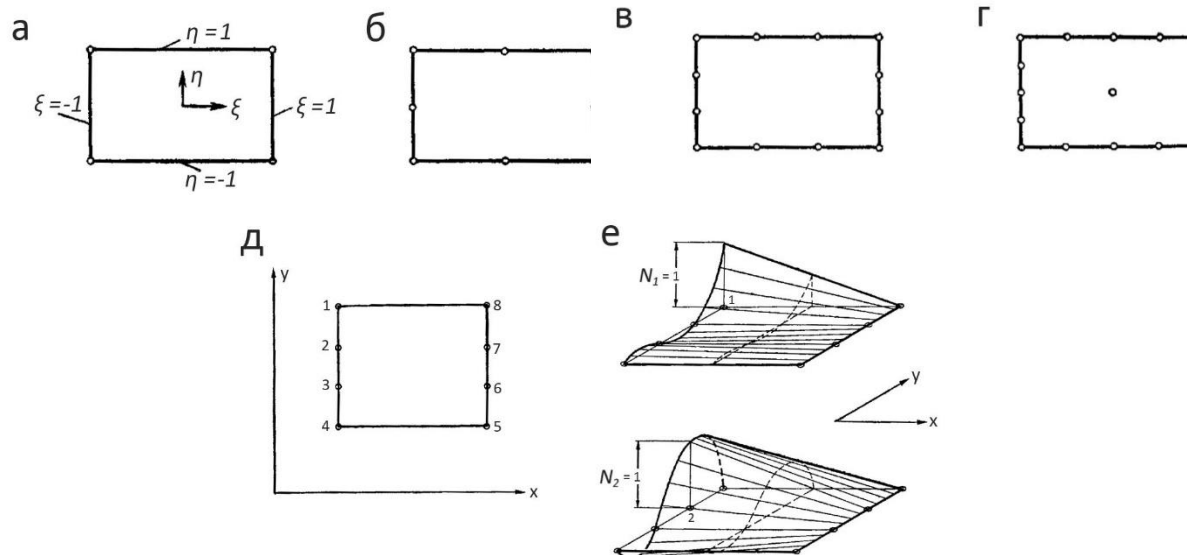
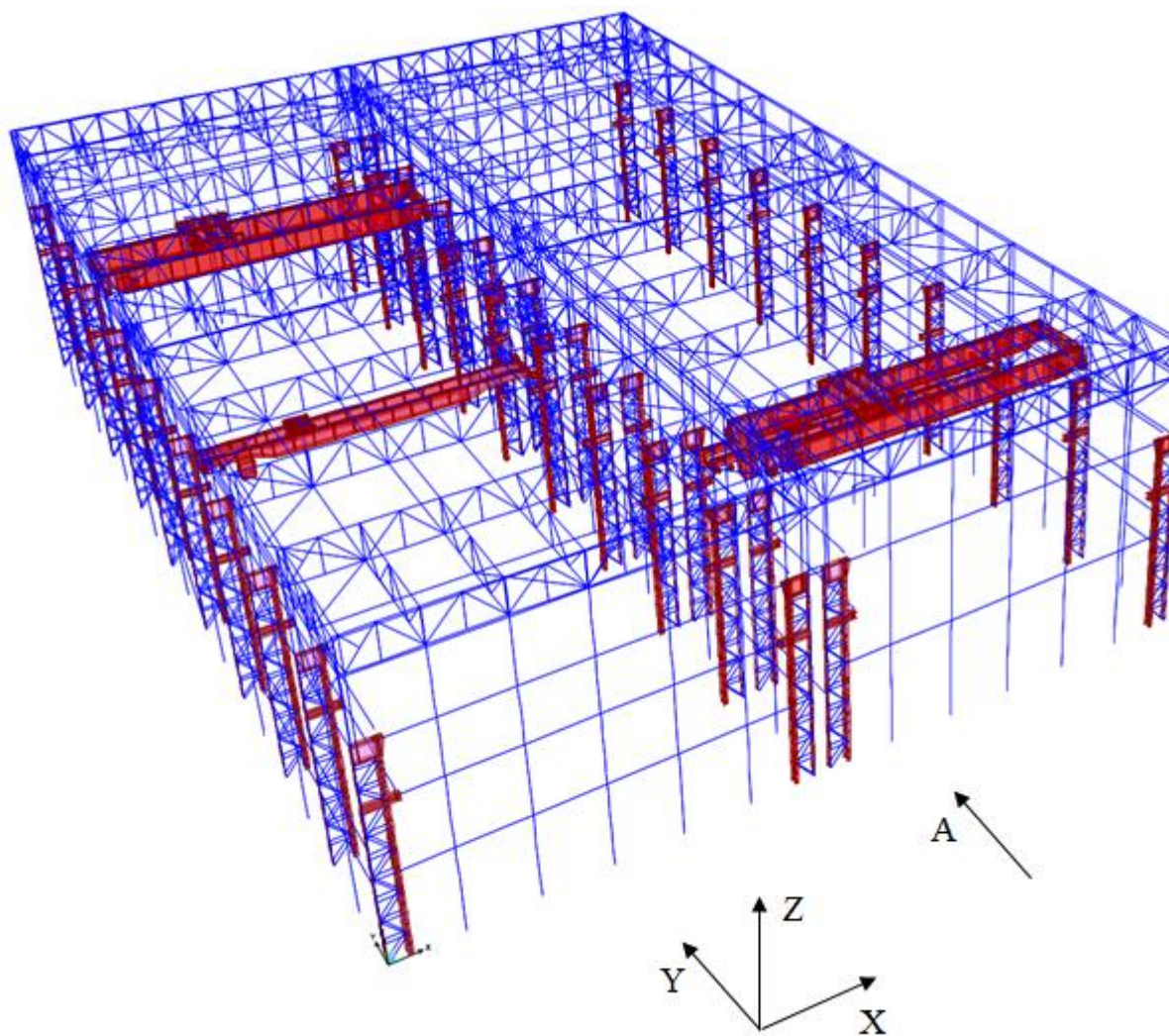


Рис. 3. Прямоугольные пластинки с узлами на границе (сирендипово семейство): а – элемент первого (линейного) порядка; б – элемент второго (параболического) порядка; в – элемент третьего (кубического) порядка; г – элемент четвертого порядка (полный полином 4-го порядка); д – элемент со сторонами 1-го и 3-го порядка; е – функция формы по грани $\eta = 1$ – элемент первого порядка, то же, по грани $\xi = -1$ – третьего порядка

а



по А

б

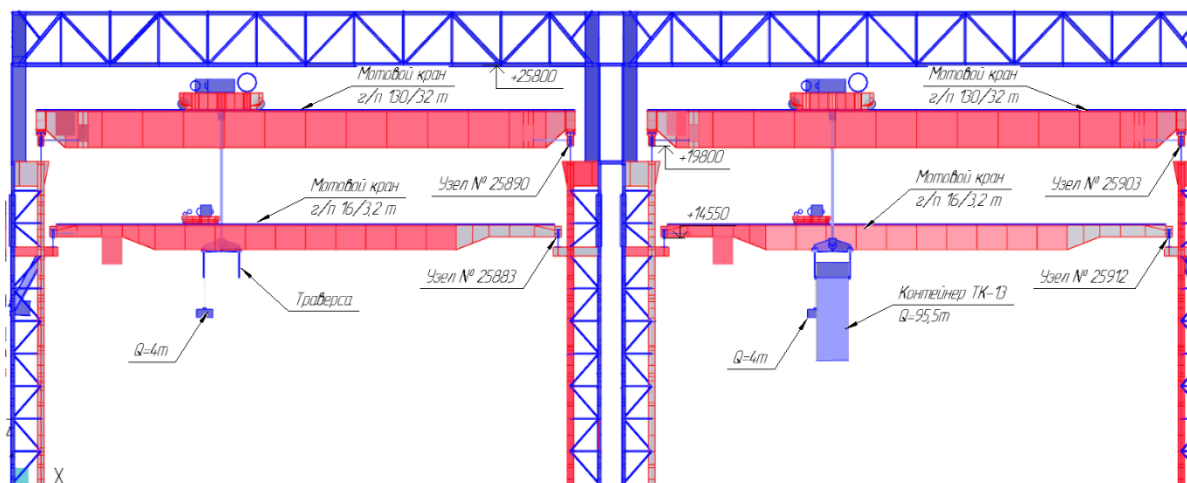


Рис. 4. Промышленное здание с крановыми нагрузками: а – конечно-элементная

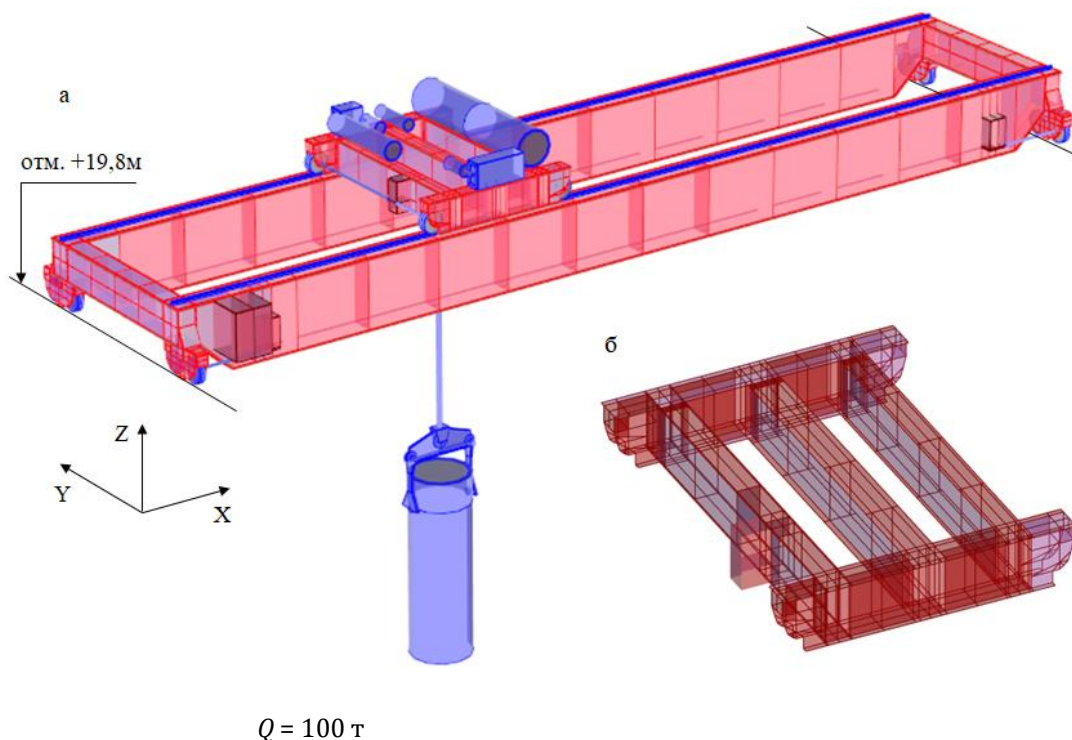


Рис. 5. Конечно-элементная РДМ мостового крана 130/32т-33,5м с траверсой под упаковку груза массой 100 т с $n = 10950$ степенями свободы: а – РДМ крана на отм. +19,8 м: узлов 1825, КЭ 1883, в том числе оболочечных 1728, стержневых 155; б – РДМ металлоконструкции грузовой тележки мостового крана 130/32т-33,5м

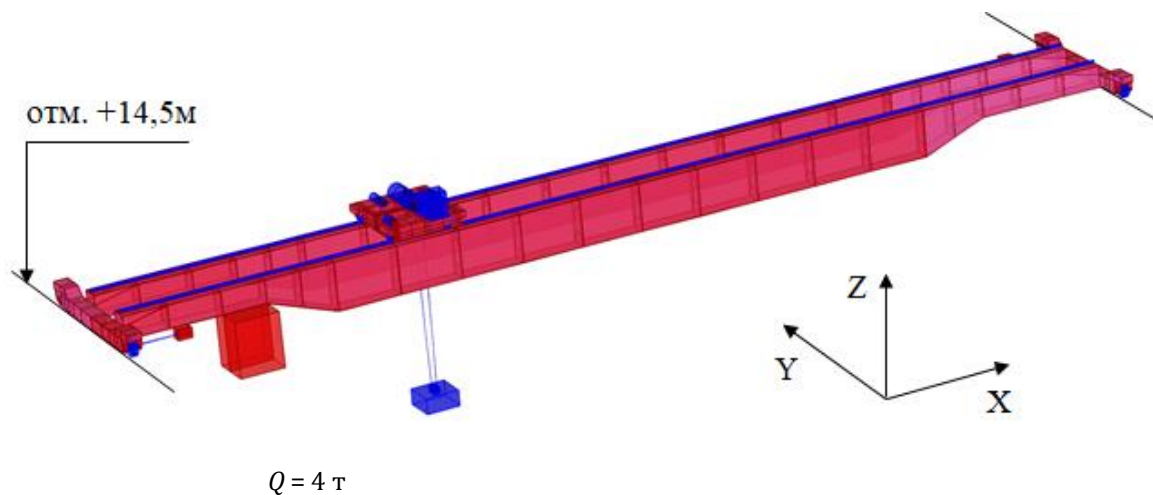
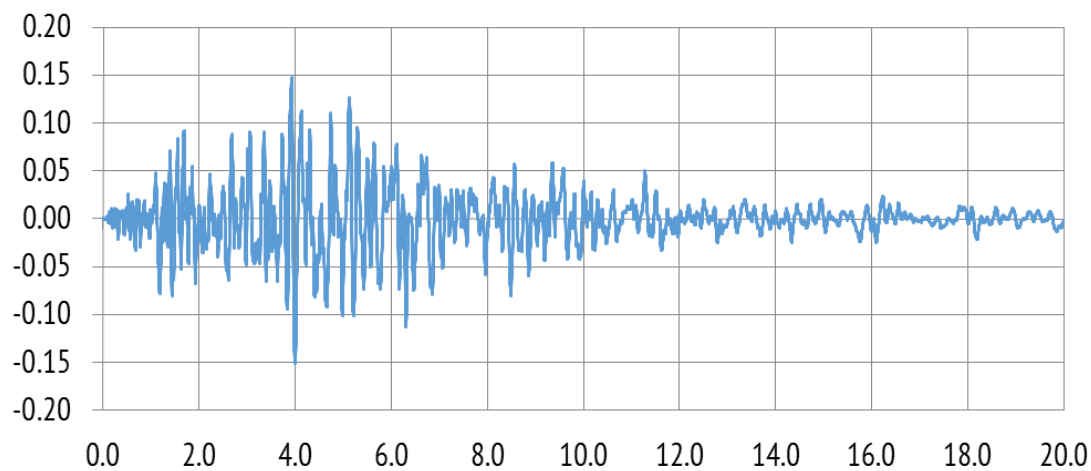


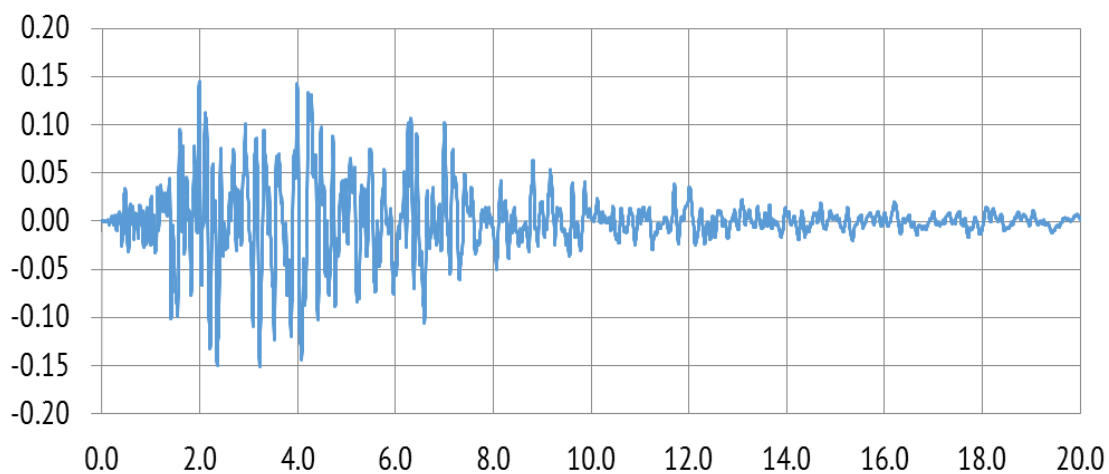
Рис. 6. Конечно-элементная РДМ мостового крана 16/3,2т-32м с полезным грузом массой 4 т на полиспаственном подвесе с $n=6156$ степенями свободы на отм. +14,5 м: узлов 1026, КЭ 987, в том числе оболочечных 889, стержневых 98

Ускорение (X), в долях g



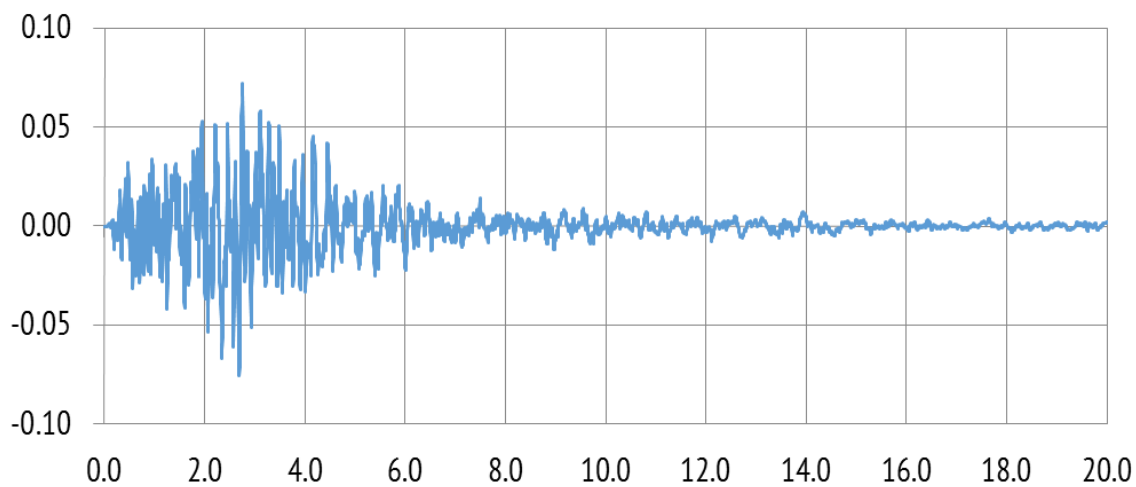
T, c

Ускорение (Y), в долях g



T, c

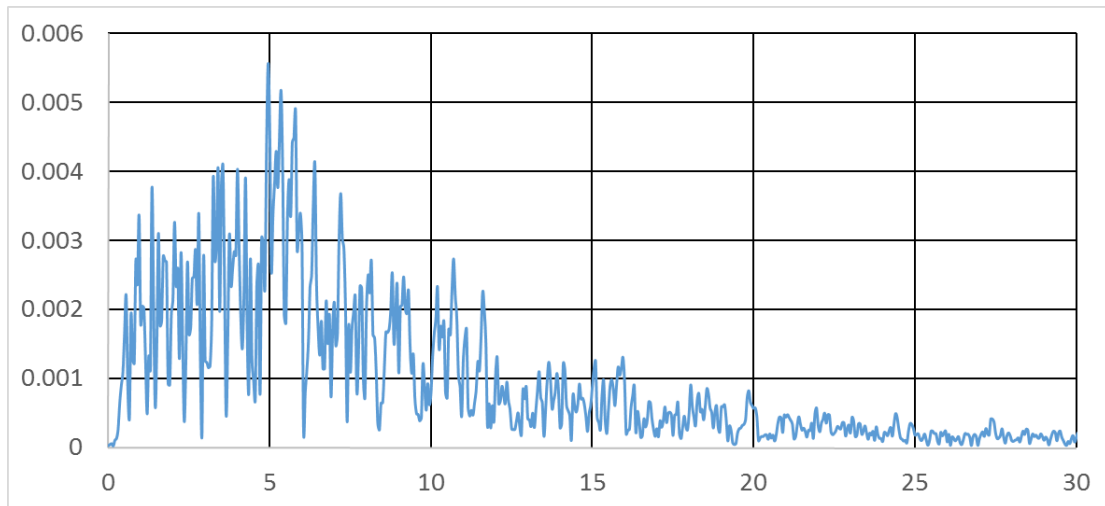
Ускорение (Z), в долях g



T, c

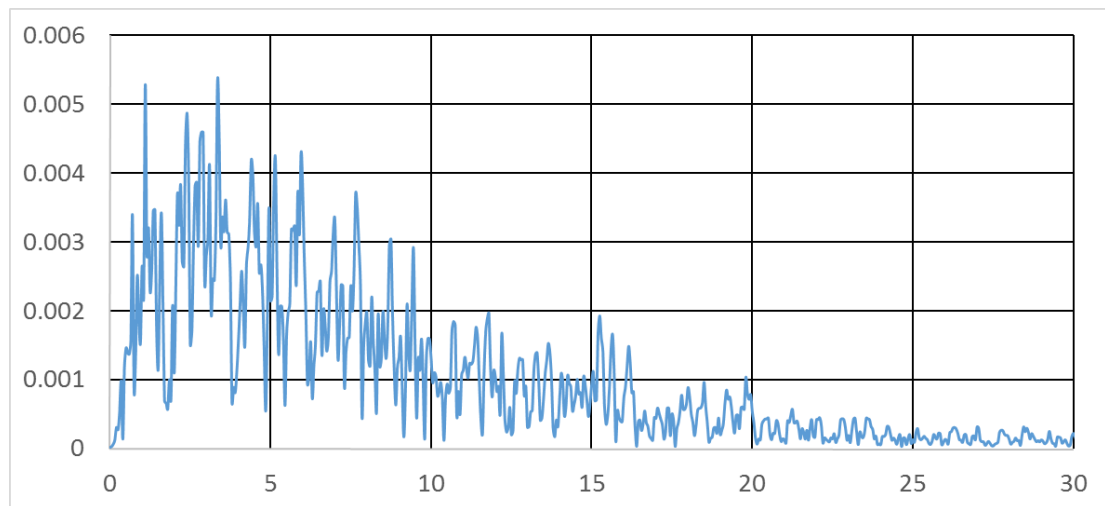
Рис. 7. Исходная вероятностно-статистическая акселерограмма сейсмического воздействия МРЗ 7,6 баллов MSK-64 на дневной поверхности [27]

Ускорение X, в долях g



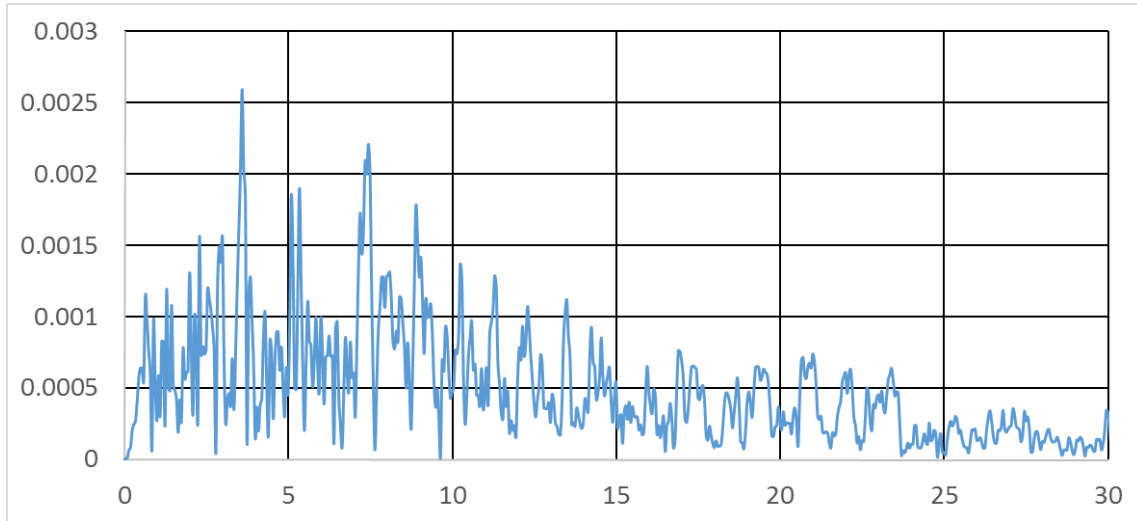
Частота ω , Гц

Ускорение Y, в долях g



Частота ω , Гц

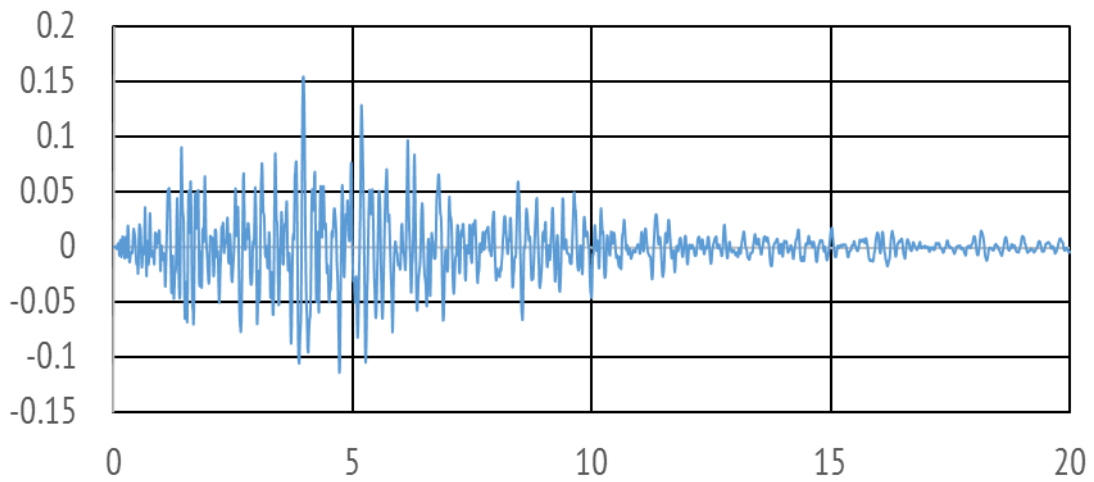
Ускорение Z, в долях g



Частота ω , Гц

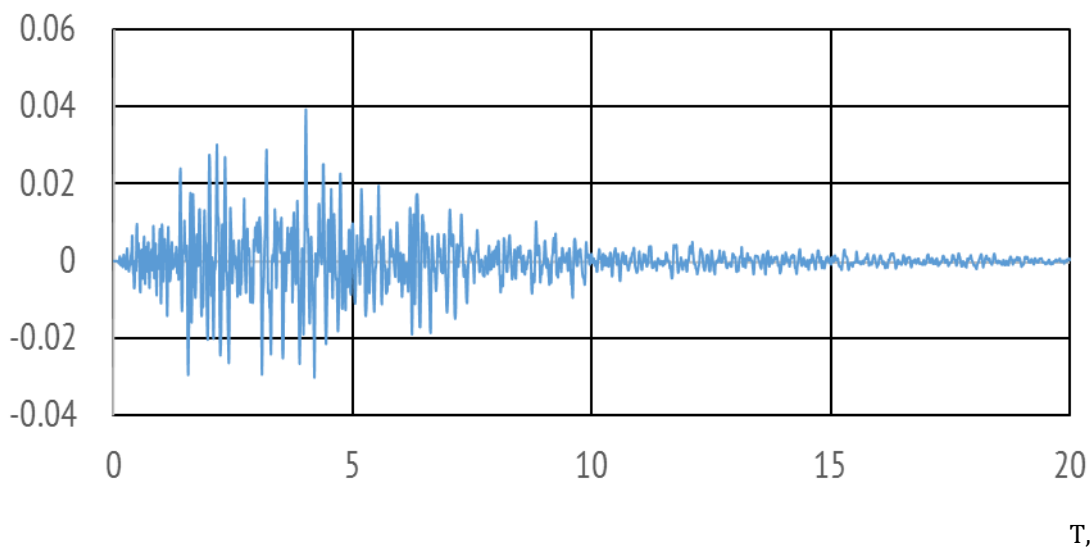
Рис. 8. АЧХ исходной ВСА акселерограммы сейсмического воздействия МРЗ 7,6 баллов MSK-64 на дневной поверхности [28] (см. рис. 7)

X Ускорение X, в долях g



T, с

Y Ускорение Y, в долях g



Z Ускорение Z, в долях g

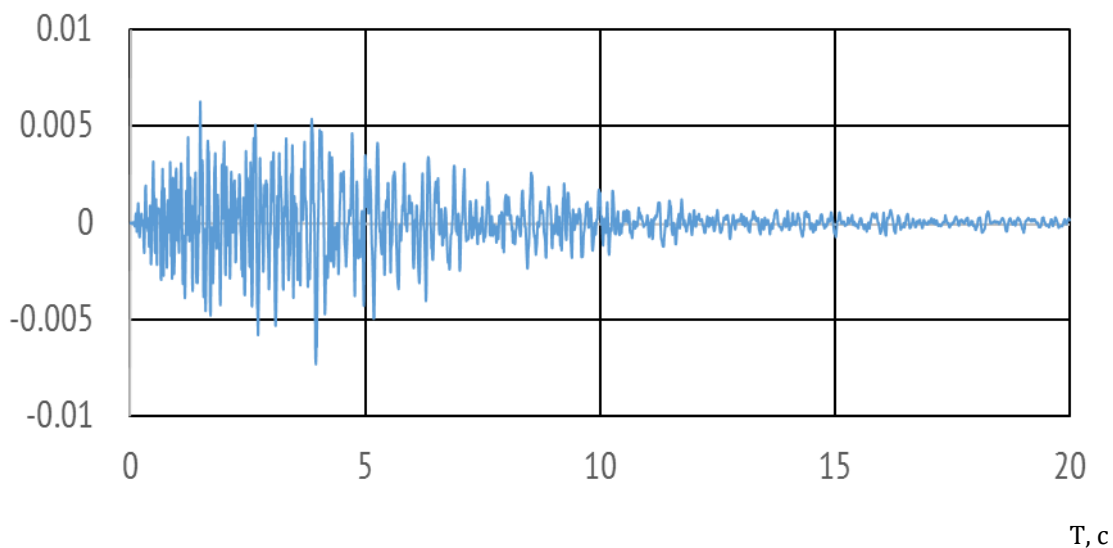
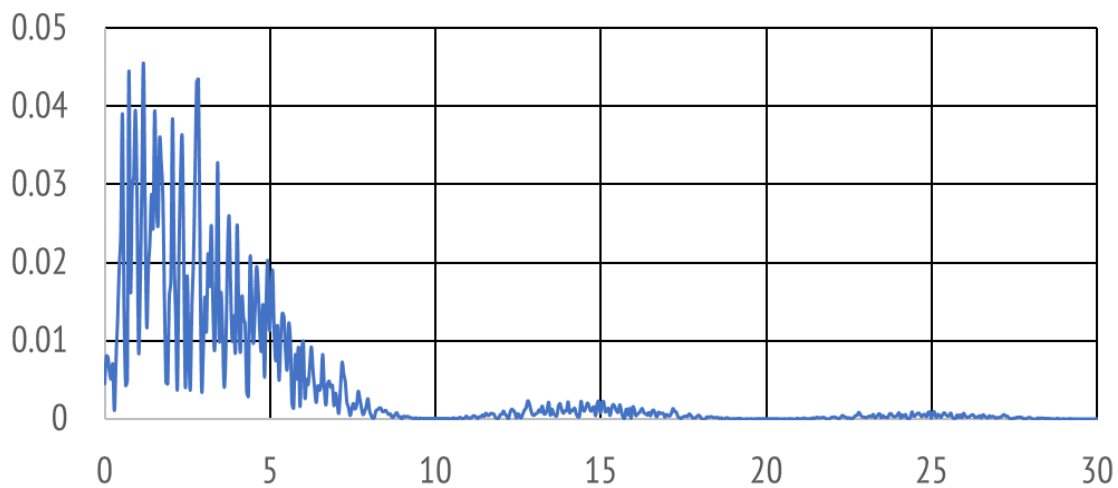


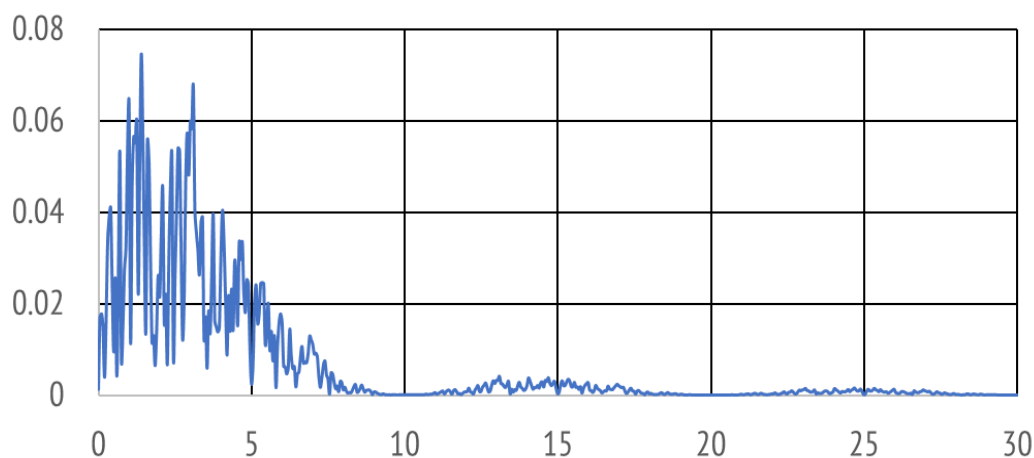
Рис. 9. Поэтажная ВСА, узел № 25903 РДМ, на высотной отметке +19,8 м УГР крана 130/32т-33,5м (см. рис. 5) [21]

Ускорение X, в долях g



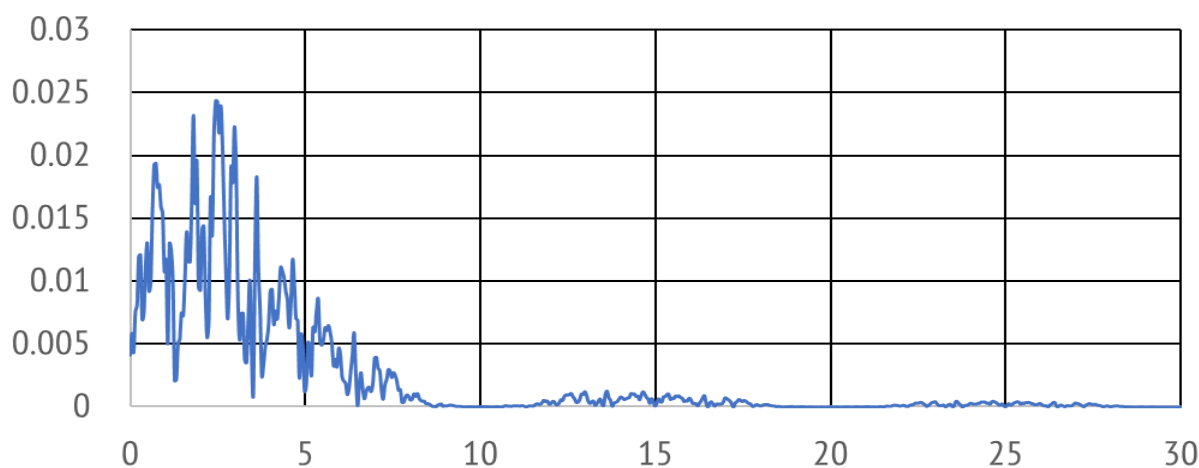
Частота ω , Гц

Ускорение Y, в долях g



Частота ω , Гц

Ускорение Z, в долях g



Частота ω , Гц

Рис. 10. АЧХ поэтажной ВСА, узел № 25903 РДМ на высотной отметке +19,8 м УГР крана 130/32т-33,5м (см. рис. 9) [28]

Список литературы

1. Белкин А. Е., Гаврюшин С. С. Расчёт пластин методом конечных элементов : учеб. пособие. М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 232 с.
2. Перельмутер А. В., Сливкер В. И. Расчётные модели сооружений и возможность их анализа. М. : Изд-во «ДМК пресс», 2007. 600 с.
3. Панасенко Н. Н., Синельщиков А. В., Рабей В. В. Конечно-элементные компьютерные модели подъёмных сооружений // Современное машиностроение. Наука и образование : материалы 4-й Международной научно-практической конференции. СПб. : Изд-во СПб. гос. политехн. ун-та, 2014. С. 743–756.
4. Соколов С. А. Металлические конструкции подъёмно-транспортных машин: учеб. пособие. СПб. : Политехника, 2005. 423 с.
5. Cook R. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. - 3rd Edition. John Wiley&Sons Canada, 1989. 656 p.
6. Haug E. Design Sensitivity Analysis of Structural Systems (Mathematics in Science& Engineering. Academic Press Inc., 1986. 381 p.
7. Агапов В. П. МКЭ в статике, динамике и устойчивости конструкций. М. : Изд-во АСВ, 2004. 248 с.
8. Донелл Л. Г. Балки, пластины и оболочки / Пер. с англ. М. : Наука, 1982. 568 с.
9. Клаф Р. Динамика сооружений : пер. с англ. М. : Стройиздат, 1979. 320 с.
10. Панасенко Н. Н. Расчёт на сейсмические нагрузки машиностроительных конструкций из тонкостенных стержней. Изв. Северо-Кавказ. науч. центра высш. шк. техн. науки, 1988. №3. С. 75-82.
11. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация // Перев. с англ. М.: Мир, 1986. 318 с.
12. Song K. Development of the Velocity Transformation Function of Damped Flat Shell Finite Element for the Experimental Spatial Dynamics Modeling: master of science thesis. Virginia, 2000. 192 p.

13. Shames I. Energy and Finite Element Methods in Structural Mechanics. Taylor & Francis Group, 1985. 757 p.
14. Бате К. Численные методы анализа и метод конечных элементов ; пер с англ. А. С. Алексеева и до.; под ред. А. Ф. Смирнова. М. : Стройиздат, 1982. 448 с.
15. Мяченко В. И. Расчёты машиностроительных конструкций методом конечных элементов. М. : Машиностроение, 1989. 520 с.
16. Особенности оценки технического состояния зданий, сооружений и их подкрановых конструкций с опасными повреждениями и истекшим сроком службы / В кн.: ФНП «Правила безопасности ОПО, на которых используются подъёмные сооружения» // СПб. : Изд-во ДЕАН, 2016. С. 154–155.
17. Liu G.R Finite Element Method: A Practical Course. Butterworth-Heinemann, 2003. 384 p.
18. Синельщиков А. В. Численные методы нелинейного динамического анализа грузоподъёмных кранов. Тула : Изв. Тульского гос. ун-та. Сер. : Подъёмно-транспортные машины и оборудование. 2003. Вып. 4. С. 77–84.
19. Синельщиков А. В. Дискретные методы динамического анализа грузоподъёмных кранов / Известия ВУЗов. Северо-Кавказ. регион. Технич. науки. 2007. № 3. С. 34–38.
20. Панасенко Н. Н. Конечно-элементная модель демпфирования колебаний несущих металлоконструкций грузоподъёмных кранов // Вестник Астраханского государственного технического университета. Астрахань: Изд-во АГТУ, 2013. № 2 (56). С. 41–49.
21. Panasenko N. N. The Calculated Justification of Seismic Stability of Load-Lifting Cranes // WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. 2014. V. 9. P. 104–123.
22. Цейтлин А. И. Об учёте внутреннего трения в нормативных документах по динамическому расчёту сооружений / Строительная механика и расчёт сооружений, 1981. № 4. С. 33–38.
23. Мартемьянов А. И. Проектирование и строительство зданий и сооружений в сейсмических районах : учеб. пособие для вузов. М. : Стройиздат, 1985. 255 с.
24. Юзиков В. П. Строительная механика тонкостенных стержней : монография ; под ред. докт. техн. наук Н.Н. Панасенко. Волгоград : Волгоградское научное издательство, 2013. 316 с.
25. ГОСТ 28609-90. Краны грузоподъёмные. Основные положения расчёта. М.: Госстандарт, 1990. 8 с.
26. Уломов В. И. Актуализация нормативного сейсмического районирования в составе Единой информационной системы «Сейсмобезопасность России» // Вопросы инженерной сейсмологии. 2012. Т. 39. № 1. С. 5–38.
27. Мацеля В. И. Вероятностно-статистическая модель расчётного сейсмического воздействия на ОИАЭ г. Железнодорожка : Сб. матер. XV научно-техн. конф., г. Братск, 2016 г. Период. издание «Механики XXI века», 2016. № 15. Братск : Изд-во БрГУ. С. 263–277.
28. Ризниченко Ю. В. Спектрально-временная характеристика сейсмической опасности. М. : Наука, 1984. 181 с.
29. Gavin H. P. CE283. Structural Dynamics: class notes. Duke University, 2010. URL: <http://ru.scribd.com/doc/206031504/Integration> (дата обращения: 01.06.2014).
30. Коробейников, С.Н. Нелинейное деформирование твёрдых тел. Новосибирск : Изд. СО РАН, 2000. – 262 с.
31. СП 14.13330.2018. Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7-81. М. : Стандартинформ, 2018. 116 с.

© Синельщиков А. В., Панасенко Н. Н.

Ссылка для цитирования:

Синельщиков А. В., Панасенко Н. Н. Конечно-элементный анализ сейсмостойкости грузоподъёмных кранов на основе двумерных конечных элементов // Инженерно-строительный вестник Прикаспия : научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань : ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2019. № 1 (27). С. 56–73.

УДК 614.72

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ ПУНКТЫ КОНТРОЛЯ ЗАГРЯЗНЕНИЙ АТМОСФЕРНОГО ВОЗДУХА КАК ФАКТОР ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ДЛЯ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЧЕЛОВЕКА В ГОРОДСКОЙ СРЕДЕ

А. Г. Горбунова*, А. Карамысова, М. Ахмедова****

*ООО «Газпром переработка»

**Астраханский государственный архитектурно-строительный университет

Атмосферный воздух, в силу его непрерывного возобновления, в настоящее время, как природный ресурс и жизненно необходимая среда обитания, практически неограничен в его потреблении.

Актуальной проблемой является качество атмосферного воздуха, которым в значительной степени определяются условия жизнедеятельности и здоровья человека, существования всей биоты, сохранности исторических и культурных памятников, зданий, сооружений, конструкций, изделий и материалов. Токсические примеси, поступающие в атмосферный воздух от производственных предприятий, транспортных средств и других источников, ухудшают его качество не только на локальном, но и на региональном уровне.

Перенос загрязняющих веществ на большие расстояния осуществляется за счет общей циркуляции атмосферы.

Ключевые слова: атмосферный воздух, загрязнение, экологические факторы, автотранспорт, концентрация, автоматизированный пункт, химические методы оценки, районирование, вредные вещества.

AUTOMATED CONTROL OF AIR POLLUTION AS A FACTOR OF PROVIDING ECOLOGICAL SAFETY FOR HUMAN LIFE IN THE URBAN ENVIRONMENT

A. G. Gorbunova*, A. Karamysheva, M. Ahmedova****

*ООО "Gazprom pererabotka"

**Astrakhan state University of Architecture and Civil Engineering

Atmospheric air, due to its continuous renewal, is currently, as a natural resource and vital habitat, practically unlimited in its consumption.

The actual problem is the quality of atmospheric air, which largely determines the conditions of life and human health, the existence