

ОПИСАНИЕ СКОРОСТЕЙ ДВИЖЕНИЯ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА ВНУТРИ МЯГКОЙ ОБОЛОЧКИ

М. В. Бырдина, М. Ф. Мицик, Л. А. Бекмурзаев

Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты, Ростовской обл., Российская Федерация

Исследуется воздушный поток, который движется внутри гибкой нерастяжимой оболочки, обгибая тело человека. Для упрощения задачи поток нагнетается вентилятором в ноги под оболочку. Воздух движется под давлением через пористый материал между телом человека и внутренней поверхностью мягкой оболочки. Реальный трехмерный воздушный поток моделируется как одномерный за счет осреднения скоростей в каждом сечении, перпендикулярном оси тела человека. Для описания закона движения воздушного потока применяются уравнения Навье-Стокса для вязкого газа. Газ рассматривается как идеальный с учетом уравнений неразрывности и уравнения Бернулли для сжимаемого газа. Полученная зависимость распределения скоростей воздушного потока сравнивалась с экспериментальными значениями осредненных скоростей в каждом сечении, перпендикулярном оси цилиндра. Рассогласование осредненных скоростей в теории и эксперименте не превышает 10%.

Ключевые слова: мягкая оболочка, воздушный поток, сжимаемый вязкий газ, расчет скоростей, экспериментальные исследования.

DESCRIPTION OF AIR FLOW VELOCITIES INSIDE THE SOFT SHELL

M. V. Byrdina, M. F. Mitsik, L. A. Bekmurzaev

Institute of service and entrepreneurship (branch) of DSTU in Shakhty, Rostov region, Russian Federation

We study the air flow that moves inside a flexible inextensible shell, skirting the human body. To simplify the task, the flow is pumped by a fan into the legs under the shell. Air moves under pressure through the porous material between the human body and the inner surface of the soft shell. Real three-dimensional airflow is modeled as one-dimensional by averaging the velocities in each section perpendicular to the axis of the human body. Navier-Stokes equations for viscous gas are used to describe the law of air flow motion. The gas is considered as ideal taking into account the continuity equations and the Bernoulli equation for the compressible gas. The obtained dependence of the air flow velocity distribution was compared with the experimental values of the averaged velocities in each section perpendicular to the cylinder axis. The mismatch of averaged velocities in theory and experiment does not exceed 10 %.

Keywords: soft shell, air flow, compressible viscous gas, velocity calculation, experimental studies

Введение

Защита тела человека от повышенных тепловых воздействий является актуальной при тушении пожаров, а также в газонефтедобывающей, перерабатывающей, нефтехимической и химической отраслей промышленности. Спецодежда, защищающая от повышенных тепловых воздействий, проектируется как многослойная и внешние ее слои предназначены для снижения температуры внешней агрессивной среды. Для эффективного охлаждения тела человека под спецодеждой может быть предложено охлаждение воздушным потоком, который нагнетается под давлением в брюки комбинезона снизу в пористую прослойку между телом человека и внешней мягкой оболочкой. В верхней части комбинезона имеется выходной клапан (выхлоп), через который воздушный поток истекает из комбинезона во внешнюю среду. За счет движения воздушного потока происходит охлаждение поверхности тела человека под комбинезоном до приемлемой по медицинским показаниям температуры.

Объектом исследований в работе является поток воздуха, нагнетаемый под давлением в пористую прослойку [1, 2]. Поток воздуха является трехмерным, он характеризуется в каждой точке потока значениями продольной, поперечной и вертикальной проекциями вектора скорости, значениями давления, температуры, вязкости и другими параметрами. Вышеперечисленные параметры газа являются в общем

случае функцией четырех переменных: трех пространственных координат и времени.

Для упрощения задачи рассмотрим движение воздуха через пористый материал в мягкой нерастяжимой оболочке в форме прямого кругового вертикально расположенного цилиндра. Воздух под оболочку нагнетается компрессором.

Основная часть

Система уравнений газовой динамики для трехмерных неустановившихся потоков с учетом динамической вязкости первого рода в прямоугольных декартовых координатах в векторной форме имеет следующий вид [3]:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{F} - grad \left(p + \frac{2}{3} \mu \cdot div \vec{V} \right) + 2 Div(\mu \dot{S}), \quad (1)$$

где $\vec{V} = (u; v; w)$ – вектор скорости потока в каждой точке;

ρ – плотность газового потока;

p – давление, действующее на газ в каждой точке;

$\vec{F} = (F_x; F_y; F_z)$ – вектор внешних объемных сил, действующих на газ;

μ – коэффициент динамической вязкости;

\dot{S} – тензор скоростей деформаций [4];

$div \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ – дивергенция вектора скорости;

u, v, w — проекции вектора скорости \bar{V} на оси OX, OY, OZ.

Уравнение неразрывности потока в векторной форме:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \text{div}\bar{V} = 0, \quad (2)$$

Система, состоящая из уравнений (1), (2) является незамкнутой, для ее замыкания учитывают законы, которым удовлетворяет рассматриваемая физическая модель движения газа, а также вводят допущения, упрощающие изучаемую модель. Уравнения Навье — Стокса динамики вязкого газа при рассмотренных допущениях можно представить в виде [5]

$$\left\{ \begin{aligned} \rho \frac{du}{dt} &= \rho F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \\ &+ \mu \frac{\partial}{\partial x} (\text{div}\bar{V}) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\mu \cdot \text{div}\bar{V}); \\ \rho \frac{dv}{dt} &= \rho F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \\ &+ \mu \frac{\partial}{\partial y} (\text{div}\bar{V}) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} (\mu \cdot \text{div}\bar{V}); \\ \rho \frac{dw}{dt} &= \rho F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \\ &+ \mu \frac{\partial}{\partial z} (\text{div}\bar{V}) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\mu \cdot \text{div}\bar{V}). \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Полные производные $\frac{du}{dt}, \frac{dv}{dt}, \frac{dw}{dt}$ можно представить в развернутой форме

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} u + \frac{\partial u}{\partial y} v + \frac{\partial u}{\partial z} w; \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} u + \frac{\partial v}{\partial y} v + \frac{\partial v}{\partial z} w; \\ \frac{dw}{dt} &= \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} u + \frac{\partial w}{\partial y} v + \frac{\partial w}{\partial z} w. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

В силу свойства воздуха при нагнетании в оболочку занимать весь объем внутри нее, его вязкости и отсутствия других внешних сил, устанавливается скорость движения воздушно-го потока в трубе и в дальнейшем происходит практически стационарное по времени движение.

Для упрощения задачи сделаем допущения [6].

1. Газ идеален, т. е. давление p , плотность ρ и абсолютная температура T удовлетворяют уравнению состояния — закону Менделеева — Клапейрона

$$p = \frac{\rho \cdot R_0 \cdot T}{m}, \quad (5)$$

где R_0 — универсальная газовая постоянная;

m — молекулярная масса газа.

2. К вышеописанным уравнениям присоединяется уравнение неразрывности движения, которое в координатной форме может быть представлено в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0. \quad (6)$$

3. Газ представляет собой «ньютоновскую» среду, подчиненную известному обобщенному закону Ньютона о линейной связи между тензором напряжений и тензором скоростей деформаций.

Для данной модели положим, что силы давления на боковые стенки уравновешиваются внешним давлением воздуха и силами натяжения ткани. Поэтому результирующие силы, действующие в каждой точке потока внутри аэромена, имеют вид:

$$F_x = 0; \quad F_y = 0; \quad F_z = F_n, \quad (7)$$

где F_n — сила нагнетаемого давления.

При сформулированных условиях задачи скорость движения потока вдоль оси OZ возрастает, а давление и плотность убывают [7, 8]. При этом для элементарной струйки потока выполняется уравнение неразрывности движения

$$\rho \cdot V \cdot F_n = \text{const}, \quad (8)$$

а давление воздушного потока в трубе можно выразить из уравнения Менделеева — Клапейрона (4).

Граничные условия задачи:

1. Задана эпюра скоростей [9, 10] в каждой точке потока на входе в трубу и на выходе из нее.
2. Постоянство скоростей потока на горизонтальной окружности с центром на оси трубы на входе и выходе.

Из уравнения неразрывности движения (10) следует, что два последних слагаемых в каждом из уравнений системы (6) равны нулю, учитывая формулы (4), (7) и допущения (9), систему (6) преобразуем к более простому виду:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} u + \frac{\partial u}{\partial y} v + \frac{\partial u}{\partial z} w \right) &= \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right); \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} u + \frac{\partial v}{\partial y} v + \frac{\partial v}{\partial z} w \right) &= \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right); \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} u + \frac{\partial w}{\partial y} v + \frac{\partial w}{\partial z} w \right) &= \rho \cdot F_z + \\ &+ \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Выполним следующее упрощение системы (9), с учетом стационарности по времени процесса движения воздушного потока, тогда

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t} = 0. \quad (10)$$

Система уравнений движения воздушного потока примет вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} u + \frac{\partial u}{\partial y} v + \frac{\partial u}{\partial z} w \right) &= \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right); \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial x} u + \frac{\partial v}{\partial y} v + \frac{\partial v}{\partial z} w \right) &= \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right); \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial x} u + \frac{\partial w}{\partial y} v + \frac{\partial w}{\partial z} w \right) &= \rho \cdot F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \\ &+ \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Из-за вертикального движения воздуха следует, что величины первых двух проекций вектора скорости равны нулю

$$u \equiv 0, \quad v \equiv 0, \quad (12)$$

соответственно равны нулю и все частные производные от функций $u(x; y; z), v(x; y; z)$. Кроме того, скорость потока не зависит от направления угла φ , т.е.

$$\frac{\partial w}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (13)$$

В силу условий (12) система (11) преобразуется к одному уравнению

$$\rho \frac{\partial w}{\partial z} w = \rho \cdot F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right). \quad (14)$$

Для нахождения решения уравнения (14) перейдем к цилиндрической системе координат [11]

$$x = r \cdot \cos \varphi; \quad y = r \cdot \sin \varphi; \quad z = z. \quad (15)$$

После выполненной замены и упрощений из (14) получим

$$\frac{\partial w}{\partial z} w = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right), \quad (16)$$

где $\nu = \mu/\rho$ – кинематическая вязкость воздуха [12].

Величина силы F_z пропорциональна давлению [13]

$$F_z = p \cdot \alpha, \quad (17)$$

Значение параметра α будем определять экспериментально.

С учетом (17) уравнение движения примет вид:

$$\frac{\partial w}{\partial z} w = p \cdot \alpha - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right). \quad (18)$$

В силу уравнения Бернулли [14, 15] для сжимаемого газа

$$\frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} = K_0, \quad (19)$$

где $k = 1,4$ – показатель адиабаты для воздуха.

Из (18, 19) получим уравнение для скорости воздушного потока

$$\frac{\partial w}{\partial z} w = (k-1) \rho \alpha \left(K_0 - \frac{w^2}{2} \right) + \nu \cdot k \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right). \quad (20)$$

Для модели одномерного воздушного потока в каждом горизонтальном сечении имеем

$$\frac{\partial w}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} = 0.$$

Тогда уравнение (20) примет вид

$$\frac{\partial w}{\partial z} w - (k-1) \rho \alpha \left(K_0 - \frac{w^2}{2} \right) - \nu \cdot k \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0. \quad (21)$$

Решение (21) будем искать в виде ряда Тейлора по степеням ν [18]

$$w = w_0(z) + \nu \cdot w_1(z) + \nu^2 w_2(z) + \dots \quad (22)$$

Подставим представление для $w(z)$ из (22) в уравнение (21)

$$\frac{\partial w}{\partial z} w_0 - (k-1) \rho \alpha \left(K_0 - \frac{w_0^2}{2} \right) + \nu \left((k-1) \alpha \cdot w_0 w_1 + \frac{\partial(w_0 w_1)}{\partial z} - k \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} \right) = 0.$$

Обращая в ноль выражение, не содержащее ν , имеем

$$\frac{\partial w}{\partial z} w_0 - (k-1) \rho \alpha \left(K_0 - \frac{w_0^2}{2} \right) = 0. \quad (23)$$

Решение уравнения (23) имеет вид

$$w_0 = \sqrt{2K_0 + C_1} \cdot e^{-\alpha \rho (k-1)z}. \quad (24)$$

Значения постоянных K_0 и C_1 найдем из эксперимента. В эксперименте рассматривалась вертикальная оболочка высотой 2 м. Граничные условия на входе и выходе можно записать в форме:

$$w_0(0) = \sqrt{2K_0 + C_1}, \quad w_0(2) = \sqrt{2K_0 + C_1} \cdot e^{-\alpha \rho (k-1)2}. \quad (25)$$

Осредненные по сечению потока значения $w(0)$ и $w(2)$:

$$w(0) = 7,146 \text{ м/с}, \quad w(2) = 7,456 \text{ м/с}. \quad (26)$$

Величина площади поперечного сечения оболочки равна

$$S = \pi \cdot 0,15^2 = 0,0707 \text{ м}^2. \quad (27)$$

Для нахождения постоянных K_0 и C_1 получим систему (25). С учетом значений постоянных из (26) и (27), находим ее решение в Maple [19, 20]

$$C_1 = -4,5434; \quad K_0 = 27,8044.$$

Результаты статистических исследований сведем в таблице 1.

Таблица 1

Средневзвешенные значения скоростей и давлений движущегося в трубе воздушного потока

Аппликата, м	0	0,33	0,66	1	1,33	1,66	2
Скорости, м/с	7,146	7,304	7,396	7,446	7,468	7,456	7,458
Давления, мм в. ст.	4,3	3,2	2,8	2,4	2,3	2,1	2

Результаты статистических исследований и график изменения скоростей потока показаны на рисунке 1.

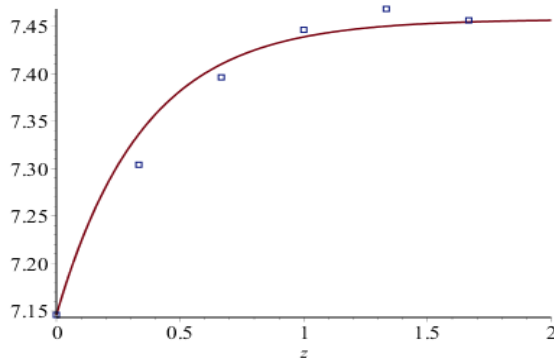


Рис. 1. Кривая распределения средневзвешенных скоростей потока и экспериментальные значения

Заключение

1. Нагнетаемый воздушный поток необходимо рассматривать, как малосжимаемую сре-

ду, в которой в направлении движения скорости воздуха возрастают, а давления падают.

2. Силы сопротивления воздушного потока в данной модели малы.

3. Теорическая зависимость имеет удовлетворительное согласие с результатами эксперимента.

Результаты работы являются базовыми для описания законов движения воздушного потока внутри аэрофигуры.

На основании полученного результата представляется возможным определять скорости и давления внутри аэрофигуры для более сложных условий, когда воздушные потоки из обеих ног объединяются в единый поток, а затем распадаются на потоки, исходящие из головы аэрофигуры (через выхлоп), а также через ее руки. Необходимо при этом определить условия, при которых аэрофигура представляет собой колебательный контур (совершает танцевальные движения).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Официальный сайт Кубаэро. <http://www.kubaero.ru/produkcija/aeromeni/?yclid=7718802707722019008> (дата обращения 24.08.2019)
2. Бырдина М.В. Трехмерная визуализация швейных изделий в среде Embarcadero Rad Studio / М.В. Бырдина, Л.А. Бекмурзаев, М.Ф. Мицик // *Фундаментальные исследования*. – 2017. № 8-1. С. 27-31.
3. Лойцянский Л.Г. *Механика жидкости и газа*. / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1978. – 736 с.
4. Бондарев Е.Н. *Аэрогидромеханика*. / Е.Н. Бондарев, В.Т. Дубасов, Ю.А. Рыжов и др. – М.: Машиностроение, 1993. – 608 с.
5. Абрамович А.Н. *Прикладная газовая динамика*. В 2 ч. Ч. 1: учеб. для втузов – 5-е изд., перераб. и доп. / А.Н. Абрамович. – М.: Наука. 1991. – 600 с.
6. Дейч М.Е. *Техническая газодинамика*. / М.Е. Дейч. М.-Л. Госэнергоиздат, 1961. – 675 с.
7. Ландау Л.Д. *Курс теоретической физики. Аэродинамика*. Т.5. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. Наука. 2003. – 721 с.
8. Чаплыгин С.А. *Механика жидкости и газа. Математика. Общая механика: избранные труды* / С.А. Чаплыгин. – М.: Наука, 1976. – 496 с.
9. Карман Т. *Аэродинамика. Избранные темы в их историческом развитии*. / Т. Карман. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 208 с.
10. Гладышев Н.Н. *Гидрогазодинамика: конспект лекций*. / Н.Н. Гладышев. – СПб: ГОУВПО СПбГТУРП, 2012. – 159 с.
11. Черный Г.Г. *Газовая динамика: учеб. для университетов и втузов*. / Г.Г. Черный. – М.: Наука. 1988. – 424 с.
12. Баскаков А.П. *Теплотехника: Учеб. для вузов* / А.П. Баскаков, Б.В. Берг, О.К. Витт и др. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 224 с.
13. Краснов Н.Ф. *Аэродинамика. Ч. 1. Основы теории. Аэродинамика профиля и крыла: учеб. для втузов – 2-е изд., перераб. и доп.* / Н.Ф. Краснов. – М.: Высшая школа, 1976. – 384 с.
14. Стулов В.П. *Лекции по газовой динамике: Учебник*. / В.П. Стулов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 192 с.
15. Стариков Ю.Н. *Основы аэродинамики летательного аппарата: Учеб. пособие*. – Ульяновск: УВАУ ГА, 2004. – 151 с.
16. Гмурман В.Е. *Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов* / В.Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.
17. Кремер Н.Ш. *Теория вероятностей и математическая статистика*. / Н.Ш. Кремер. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 573 с.
18. Корн Г. *Справочник по математике для научных работников и инженеров* / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1970. – 720 с.
19. Савотченко С.Е. *Методы решения математических задач в Maple: Учеб. пособие* – Белгород: Изд. Беллаудит, 2001. – 116 с.
20. Дьяконов В. *Maple 7. Учебный курс*. / В. Дьяконов. – СПб.: Питер, 2002. – 672 с.

© М. В. Бырдина, М. Ф. Мицик, Л. А. Бекмурзаев

Ссылка для цитирования:

Бырдина М. В., Мицик М. Ф., Бекмурзаев Л. А. описание скоростей движения воздушного потока внутри мягкой оболочки // *Инженерно-строительный вестник Прикаспия : научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет*. Астрахань : ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2019. № 3 (29). С. 123–126.