

О ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ЗАШУМЛЁННЫХ СИГНАЛОВ В ЗАДАЧАХ ИДЕНТИФИКАЦИИ

В. А. Боева

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), г. Новосибирск, Россия

Для описания математических моделей стационарных технических систем применяется интегральное уравнение Вольтерра I рода с разностным ядром. Задача идентификации импульсной переходной характеристики подобной системы считается поставленной некорректно вследствие неустойчивости получаемого решения по отношению к погрешностям, содержащимся в исходных данных. Для снижения относительного уровня ошибки регуляризованного решения предлагается проводить предварительную фильтрацию искажённых шумами сигналов идентифицируемой системы. В статье представлены результаты исследований, позволяющие пронаблюдать изменение статистических свойств шума при проведении предварительной фильтрации с помощью локально-пространственных алгоритмов и алгоритмов вейвлет-фильтрации для случаев нормальных и аномальных измерений. В заключение даются краткие рекомендации о целесообразности проведения предварительной фильтрации зашумлённых сигналов идентифицируемой системы.

Ключевые слова: интегральное уравнение Вольтерра I рода, пороговые алгоритмы вейвлет-фильтрации, локально-пространственная фильтрация, предварительная фильтрация исходных данных задачи идентификации.

ABOUT THE REASONABILITY OF NOISES UNDER THE PRE-FILTRATION PROCESSES FOR IDENTIFICATION PROBLEMS

V. A. Boeva

Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), Novosibirsk, Russia

Mathematical models of many technical systems have the form of Volterra integral equation of the first kind with a difference kernel. The identification task is to estimate the impulse transition function of the system from the registered values of the input and output signals. Such a task is ill posed due to the violation of solution stability condition concerning noise terms in initial data. To reduce the total identification error the pre-filtration procedure of identified system noise-contaminated signals is supposedly to be effective. In this paper, theoretical base and modeling-calculating results are presented to demonstrate how different statistical characteristics of noise terms contained in initial data of identification task change under the local-spatial pre-filtration and wavelet-filtration. All the procedures are focused on cases of uniform and pulse noise masking. Finally, some author's recommendations for pre-filtration application are briefly underlined.

Keywords: Volterra integral equation of the first kind, wavelet-filtration threshold algorithms, local-spatial filtration, identification task initial data pre-filtration.

Введение

В качестве модели стационарной динамической системы часто выступает интегральное уравнение Вольтерра I рода с разностным ядром вида [1, с. 25–29]

$$\int_0^t k(t-\tau)\varphi(\tau) d\tau = f(t), \quad (1)$$

где $k(\tau)$ – импульсная переходная характеристика (ИПХ) системы (ядро интегрального уравнения (1)), $\varphi(\tau)$ и $f(t)$ – входной и выходной сигналы системы соответственно.

В случае подобной модели задача непараметрической идентификации [1,2] ИПХ системы заключается в построении оценки для $k(\tau)$ по зарегистрированным на конечных интервалах значениям входного и выходного сигналов идентифицируемой системы. Такая задача является поставленной некорректно, поскольку нарушается одно из условий корректности по Адамару [3, с. 15–18] – полученное решение может оказаться неустойчивым по отношению к погрешностям, содержащимся в исходных данных. Для получения единственного устойчивого приближённого решения применяются различные методы регуляризации.

Уровень ошибки регуляризованного решения зависит от шумов измерения выходного и входного сигналов системы. Очевидно, что проведение предварительной фильтрации сигналов идентифицируемой системы может сни-

зить ошибку регуляризованного решения. В данной работе выполнены исследования статистических свойств «остаточного» шума после проведения предварительной фильтрации исходных данных задачи идентификации двумя классами алгоритмов: алгоритмами вейвлет-фильтрации и алгоритмами локально-пространственной фильтрации (ЛПФ).

Алгоритмы вейвлет-фильтрации

Пороговые алгоритмы вейвлет-фильтрации имеют высокую вычислительную эффективность и позволяют фильтровать шумы различной статистической природы с меньшей по сравнению с Фурье-фильтрацией [4, с. 70–74] систематической ошибкой. В алгоритмах вейвлет-фильтрации используется многомасштабное разложение сигнала $f(t)$ [5]:

$$\hat{f}(t) = \sum_k a_{j_0+J,k} \varphi_{j_0+J,k}(t) + \sum_{j=j_0+1}^{j_0+J} \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(t), \quad (2)$$

где $\{\varphi_{j,k}(t)\}$ – масштабирующие, или отцовские функции; $\{\psi_{j,k}(t)\}$ – материнские, или вейвлет-функции; j – коэффициент масштаба, характеризующий уровень разложения; k – временной сдвиг той или иной базисной функции; J – количество уровней разложения, равное максимальному уровню разложения; j_0 – начальный уровень разложения. Коэффициенты разложения $a_{j,k}$ называют аппроксимирующими, а коэффициенты $d_{j,k}$ – детализирующими, и они определяются формулами:

$$a_{j,k} = \int_R f(t)\varphi_{j,k}(t)dt, \quad (3)$$

$$d_{j,k} = \int_R f(t)\psi_{j,k}(t)dt, \quad (4)$$

где R – интервал определения функции $f(t)$.

Пороговый алгоритм вейвлет-фильтрации условно включает три этапа [6]:

1. Вычисление прямого дискретного вейвлет-преобразования (нахождение коэффициентов разложения $\tilde{a}_{j,k}, \tilde{d}_{j,k}$) по значениям зашумлённого сигнала $\tilde{f}(t)$.

2. Обработка зашумлённых коэффициентов разложения. Поскольку относительные погрешности аппроксимирующих коэффициентов на порядок и более меньше погрешностей коэффициентов $\tilde{d}_{j,k}$ [7], то обработке подвергаются только детализирующие коэффициенты $\tilde{d}_{j,k}$.

3. Вычисление обратного дискретного вейвлет-преобразования, т.е. нахождение значений отфильтрованной функции (2) с использованием оценок коэффициентов разложения, полученных на предыдущем этапе.

Второй этап приведённого алгоритма определяет качество фильтрации зашумлённого сигнала, поскольку именно здесь строятся оценки для неизвестных точных коэффициентов разложения. Большинство используемых алгоритмов являются пороговыми. Как было показано в работах [8, 9], однопараметрическая пороговая функция *hyperbole* наиболее эффективна для удаления шумов различной статистической природы:

$$T_{HYP}(\tilde{d}_{j,k}, \lambda) = \begin{cases} \text{sign}(\tilde{d}_{j,k}) \cdot \sqrt{\tilde{d}_{j,k}^2 - \lambda^2}, & \text{если } |\tilde{d}_{j,k}| \geq \lambda, \\ 0, & \text{если } |\tilde{d}_{j,k}| < \lambda. \end{cases} \quad (5)$$

где λ – величина порога. Очевидно, что от выбора величины порога будет зависеть ошибка фильтрации, которую необходимо минимизировать. Из существующих способов выбора оптимальной пороговой величины [6,9,10] в данной работе используется уровневзависимая пороговая величина

$$\lambda_j = \beta \cdot \sqrt{2 \ln(N_j)}, \quad (6)$$

где N_j – количество обрабатываемых коэффициентов на j -ом уровне разложения, β – множитель, от которого зависит ошибка фильтрации. Оценить оптимальное значение этого множителя можно с помощью проверки статистической гипотезы об оптимальности алгоритма вейвлет-фильтрации [11]. Для выбора β используется критерий оптимальности [11], позволяющий достаточно точно оценить оптимальное значение параметра β .

Алгоритмы локально-пространственной фильтрации

Будем считать, что имеются значения сигнала, зашумлённого случайными величинами η_j с нулевым средним и дисперсией σ^2 , $\tilde{f}_j = f_j + \eta_j, j = 1, \dots, N$.

Фильтр скользящего среднего (ФСС). Фильтр хорошо сглаживает шумы равноточных измерений. Выходной сигнал ФСС определяется соотношением

$$\hat{f}_j^{ФСС} = \text{aver}_K(\tilde{f}_{j-K}, \tilde{f}_{j-K+1}, \dots, \tilde{f}_{j+K}) = \frac{1}{2K+1} \sum_{i=-K}^K \tilde{f}_{j+i}, \quad (7)$$

где aver_K – функция, вычисляющая среднее значение из $2K+1$ значений, указанных в скобках; K – размер апертуры ФСС [12].

Интервальный фильтр скользящего среднего (ИФ). Выходной сигнал ИФ определяется соотношением [12]

$$\hat{f}_j^{ИФ} = \text{aver}_K(\tilde{f}_i : j-K \leq i \leq j+K, |\tilde{f}_i - \tilde{f}_j| \leq \Delta_f), \quad (8)$$

таким образом, усредняются только значения \tilde{f}_i , попавшие в интервал $[\tilde{f}_j - \Delta_f, \tilde{f}_j + \Delta_f]$.

Величина Δ_f определяется по правилу «двух сигм» [13, с 4–50]. Достоинство интервального усреднения – в предотвращении сглаживания контрастных составляющих точного сигнала.

Медианный фильтр (МФ). Выходной сигнал МФ определяется соотношением

$$\hat{f}_j^{МФ} = \text{med}_L(\tilde{f}_{j-L}, \tilde{f}_{j-L+1}, \dots, \tilde{f}_j, \dots, \tilde{f}_{j+L}), \quad (9)$$

где med_L – функция, вычисляющая медиану из $2L+1$ значений, указанных в скобках [12]. МФ хорошо подходит для сглаживания импульсных шумов и сохраняет контрастные составляющие в отфильтрованном сигнале.

Комбинированный фильтр (КФ). Представляет собой совокупность МФ и ИФ, а его работа для $j = 1, \dots, N$ описывается следующим алгоритмом [14]:

1. Построение оценки

$$\hat{f}_j^{МФ} = \text{med}_L(\tilde{f}_{j-L}, \tilde{f}_{j-L+1}, \dots, \tilde{f}_j, \dots, \tilde{f}_{j+L}).$$

2. Построение оценки

$$\hat{f}_i^{КФ} = \text{aver}_K(\hat{f}_i^{МФ} : j-K \leq i \leq j+K, |\hat{f}_i^{МФ} - \hat{f}_j^{МФ}| \leq \Delta_f), \quad (10)$$

где K, L – размер апертур фильтров, $K \geq L$. Усреднение на втором этапе происходит только для значений $\hat{f}_i^{МФ}$ из интервала

$$[\hat{f}_j^{МФ} - \Delta_f, \hat{f}_j^{МФ} + \Delta_f],$$

что предотвращает сглаживание контрастных составляющих точного сигнала. КФ объединяет в себе достоинства всех приведённых выше фильтров, одновременно устраняя импульсные шумы и успешно сглаживая однородные.

Результаты вычислительных экспериментов

Чтобы установить, как предварительная фильтрация сигналов идентифицируемой системы повлияет на изменение статистических

свойств исходного шума, была проведена серия вычислительных экспериментов.

ИПХ идентифицируемой системы $k(\tau)$ представляет собой типичную ИПХ инерционного колебательного звена 2-го порядка. На вход системы подаётся высокочастотный сигнал $\varphi(\tau)$. Вычислительный эксперимент проводился в условиях: а) нормальных измерений (НИ), когда исходные данные задачи искажались равномерно распределённым «белым» шумом с заданным уровнем δ_η , характеризующимся одинаковой для всех отсчётов дисперсией σ_η , нулевым математическим ожиданием и некоррелированностью отсчётов между собой; б) аномальных измерений (АИ), когда исходные данные задачи помимо «белого» шума также искажались импульсными шумами с вероятностью $P=2\%$, превосходящими по уровню шумовую составляющую η в 20 раз. Вид зашумлённого выходного сигнала системы для случая НИ представлен на Рис. 1 (кривая 1 – точный выходной сигнал системы $f(t)$, кривая 2 – зашумлённый выходной сигнал системы $f_\eta(t)$), для случая АИ – на Рис. 2 (кривая 1 – $f(t)$, кривая 2 – $f_\eta(t)$). Количество отсчётов $k(\tau_j)$ $N_k=157$, количество отсчётов входного сигнала $\varphi(\tau_j)$ $N_\varphi=100$, $N_f=N_\varphi+N_k-1=256$. Шаг дискретизации $\Delta t=0.022$.

Чтобы определить, какой из четырёх изложенных выше алгоритмов ЛПФ для данной системы будет давать наименьший уровень «остаточного» шума, была протестирована работа этих фильтров для НИ и АИ при различных значениях уровней исходного шума, результаты эксперимента представлены в табл. 1.

Все значения являются усреднёнными по выборке объёмом $N_{sam} = 30$.

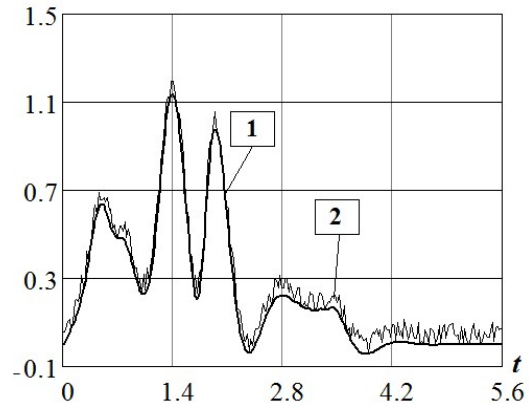


Рис. 1. Выходной сигнал системы в случае НИ

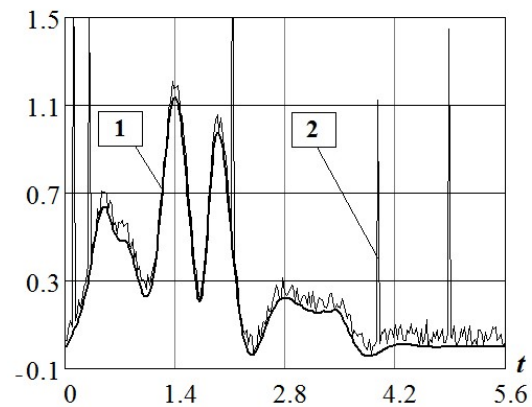


Рис. 2. Выходной сигнал системы в случае АИ

Таблица 1

Сравнение алгоритмов ЛПФ по уровню «остаточного» шума

Уровень шума, δ_η	Уровень остаточного шума, δ_λ							
	ФСС		ИФ		МФ		КФ	
	НИ	АИ	НИ	АИ	НИ	АИ	НИ	АИ
0.01	0.012	0.02	0.01	0.027	0.010	0.013	0.010	0.013
0.02	0.02	0.045	0.02	0.069	0.019	0.025	0.019	0.025
0.05	0.046	0.066	0.05	0.087	0.049	0.048	0.049	0.048
0.10	0.09	0.199	0.10	0.152	0.095	0.098	0.095	0.098
0.15	0.138	0.276	0.15	0.422	0.144	0.149	0.144	0.149

На основе данных табл. 1 можно заключить, что при искажении «контрастного» выходного сигнала равномерным шумом, все четыре алгоритма успешно справляются с задачей фильтрации, снижая, либо не повышая (характерно для ИФ в целом и любого из фильтров при малых уровнях помех $\delta_\eta < 5\%$ [15, с. 192–193]) уровень «остаточного» шума. Как и следовало ожидать, применение ФСС и ИФ даёт неудовлетворительные результаты при работе с импульсными шумами, повышая уровень «остаточного» шума в 1.5-2.5 раза, в то время как применение МФ и КФ снижает уровень «остаточного» шума в области средних и больших шумов $\delta_\eta \geq 5\%$ [15, с. 192–193], при малых же уровнях импульсных шумов

применение этих фильтров эффективнее, чем применение ФСС или ИФ.

Таким образом, для проведения дальнейших экспериментов в качестве алгоритма ЛПФ был выбран КФ как двухэтапный алгоритм, эффективность которого была экспериментально подтверждена для НИ и АИ. В Табл. 2 представлены для сравнения значения уровней «остаточного» шума после проведения вейвлет-фильтрации и ЛПФ в случаях НИ и АИ при различных уровнях исходного шума.

Для того, чтобы оценить характер изменения статистических свойств «остаточного» шума, в ходе вычислительного эксперимента выполнялось построение спектров исходного и «остаточного» шумов в выходном сигнале системы после

вейвлет-фильтрации и после ЛПФ соответственно (рис. 3, рис. 5: прямая 1 – дисперсия шума, кривая 2 – спектр исходного шума, кривая 3 – спектр «остаточного» шума после вейвлет-фильтрации; рис. 4, рис. 6: прямая 1 – дисперсия шума, кривая 2 – спектр исходного шума, кривая 3 – спектр «остаточного» шума ЛПФ) и построение автокорреляционных функций выходного сигнала системы (рис. 7, рис. 8: кривая 1 – автокорреляционная функция исходного сигнала, кривая 2 – автокорреляционная функция сигнала после вейвлет-фильтрации, кривая 3 – автокорреляционная функция сигнала после ЛПФ). Значение дисперсии $\sigma_\eta = 2.83 \cdot 10^{-5}$, исходный уровень шума $\delta_\eta = 0.15$.

Таблица 2

Уровень шума, δ_η	Уровень остаточного шума, δ_λ			
	Вейвлет-фильтрация		ЛПФ	
	НИ	АИ	НИ	АИ
0.01	0.012	0.027	0.010	0.013
0.02	0.022	0.068	0.019	0.025
0.05	0.055	0.085	0.049	0.048
0.10	0.095	0.141	0.095	0.098
0.15	0.150	0.405	0.144	0.149

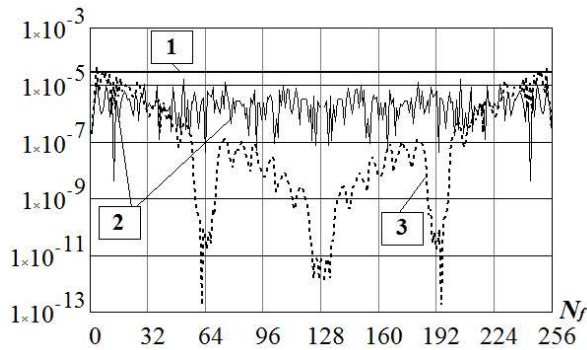


Рис. 3. Спектры шумов после вейвлет-фильтрации (НИ)

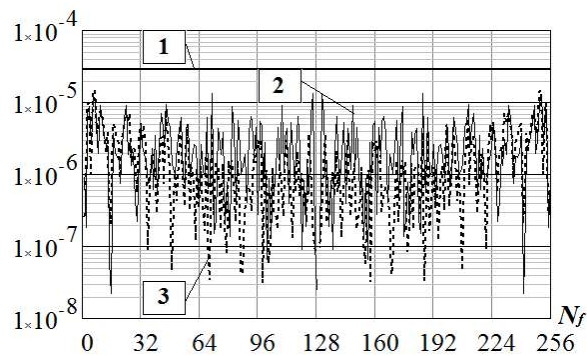


Рис. 4. Спектры шумов после ЛПФ (НИ)

Анализ данных табл. 2 показывает, что в случае НИ предварительная фильтрация зашумлённого выходного сигнала при условии, что уровень шума $\delta_\eta \geq 5\%$, даёт незначительный эффект понижения уровня «остаточного» шума (на 3-5%), в области же малых помех $\delta_\eta < 5\%$ в выходном сигнале «остаточный» уровень шума только увеличивается. Кроме того, как в случае вейвлет-фильтрации, так и в случае ЛПФ,

наблюдается «проседание» спектра исходного «белого» шума (рис. 3, рис. 4) и существенная корреляция между соседними отсчётами (рис. 7). Как видно, мощность шума перемещается в область низких частот, что негативно скажется при дальнейшем поиске регуляризованного решения, увеличивая значение относительной ошибки идентификации.

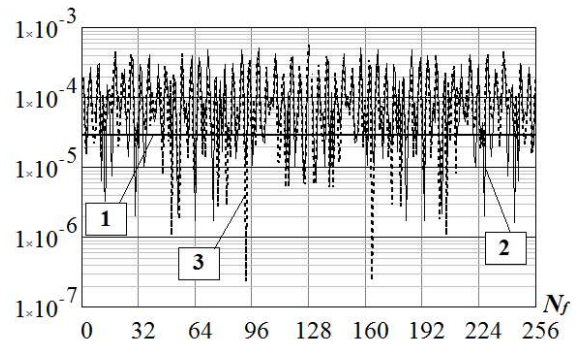


Рис. 5. Спектры шумов после вейвлет-фильтрации (АИ)

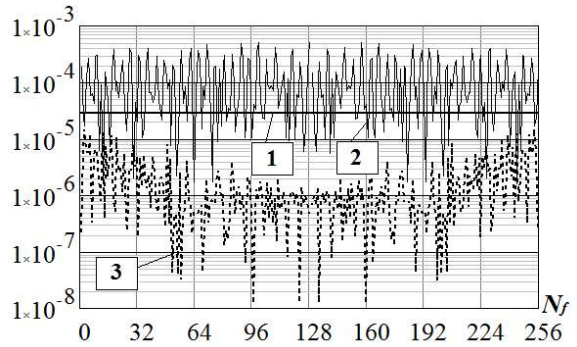


Рис. 6. Спектры шумов после ЛПФ (АИ)

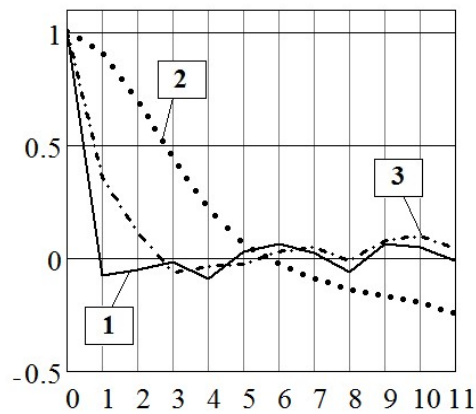


Рис. 7. Автокорреляционные кривые шумов сигнала $f(t)$ (НИ)

Теперь обратимся к модели АИ. Как видно на рис. 5, спектр «остаточного» шума после вейвлет-фильтрации также остаётся «белым». Однако, если сравнить уровень «остаточного» шума с уровнем исходного шума в табл. 2, становится очевидным, что алгоритмы вейвлет-фильтрации не справляются с импульсными помехами, что приводит к увеличению уровня «остаточного» шума в 1.5–2 раза. В то же время, ЛПФ в этом случае даёт неплохие

результаты и успешно борется с импульсными шумами, существенно снижая их уровень, но спектр «остаточного» шума снова переходит в область низких частот (рис. 6), становясь «цветным», с существенной корреляцией между отсчётами остаточного шума (рис. 8).

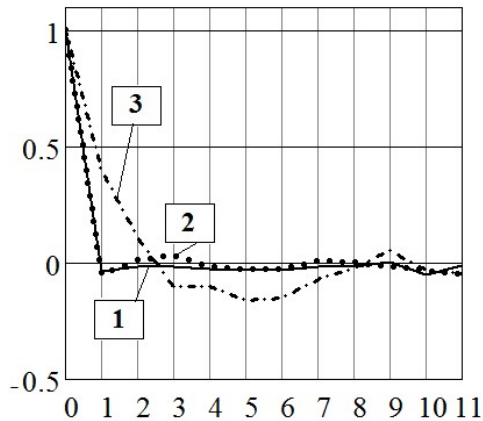


Рис. 8. Автокорреляционные кривые шумов сигнала $f(t)$ (АИ)

Заключение

Проведённый анализ результатов вычислительных экспериментов показал, что при наличии импульсных шумов в исходных сигналах идентифицируемой системы проведение предварительной фильтрации зашумлённого сигнала

вейвлет-алгоритмами будет существенно увеличивать уровень «остаточного» шума, следовательно, данный метод неприменим в случае АИ. Методы ЛПФ при соответствующем выборе апертуры хорошо справляются с предварительной фильтрацией искажённых импульсными шумами сигналов, снижая уровень «остаточного» шума в 1.5-2 раза. Однако, такой «остаточный» шум характеризуется существенной корреляцией между отсчётами, а его спектр становится «цветным», и, как показано в работе [16], при прочих равных условиях «цветной» шум может увеличить общую относительную ошибку решения.

Обобщая результаты работы, можно заключить, что проведение предварительной фильтрации в случае НИ не представляется целесообразным в силу незначительности наблюдаемого эффекта. В случае АИ проводить предварительную фильтрацию рекомендуется алгоритмами ЛПФ (МФ или КФ, в частности), однако, необходимо помнить о том, что статистические характеристики исходного шума могут меняться. Также решение о проведении предварительной фильтрации сигналов идентифицируемой системы будет зависеть от вида идентифицируемой ИПХ (в частности, её гладкости) и конечной цели исследования.

Список литературы

1. Бойков И. В. Аналитические и численные методы идентификации динамических систем. Пенза : ПГУ, 2016. 396 с.
2. Первушин В. Ф. О непараметрической идентификации линейных динамических объектов // Вестник Томского государственного университета. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. 2013. № 4(25). С. 95-104.
3. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач. М. : Наука, 1986. 285 с.
4. Воскобойников Ю. Е., Крысов Д. А. Исследование потенциальной точности пороговых алгоритмов вейвлет-фильтрации шумов различной статистической природы // Автоматика и программная инженерия. 2016. № 4(18). С. 67-76.
5. Mallat S. Multiresolution approximation and wavelet orthonormal bases of $L^2(\mathbb{R})$ // Trans. AMS. 1989. Vol. 315, № 1. P. 69-87.
6. Воскобойников Ю. Е. Фильтрация сигналов и изображений: Фурье и вейвлет алгоритмы : монография / Ю. Е. Воскобойников, А. В. Гочаков, А. Б. Колкер. Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2010. 188 с.
7. Mallat S. A theory of multiresolution signal decomposition: the wavelet representation // IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell. 1989. Vol. 11, № 9. P. 674-693.
8. Воскобойников Ю. Е. Вейвлет-фильтрация сигналов и изображений (с примерами в MathCAD) : монография. Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2015. 188 с.
9. Воскобойников Ю. Е., Крысов Д. А. Выбор наилучшей однопараметрической пороговой функции в алгоритмах вейвлет-фильтрации // Сборник научных трудов НГТУ. 2016. № 3(85). С. 71-82.
10. Vidakovic B. Statistical modeling by wavelets. Wiley series in probability and statistics / B. Vidakovic // John Wiley & Sons Inc., 1999. 365 p.
11. Voskoboinikov Yu. E. Estimating optimum threshold sizes in a wavelet-filtration algorithms / Yu. E. Voskoboinikov, A. V. Gochakov // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2011. Vol.47, № 2. P. 3-14.
12. Хуанг Т. С. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений : монография / Т. С. Хуанг. М. : Радио и связь, 1984. 340 с.
13. Воскобойников Ю. Е. Теория вероятностей и математическая статистика (с примерами в Excel) : учеб. пособие / Ю. Е. Воскобойников, Т. Т. Баланчук. Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2013. 200 с.
14. Бронников А. В. Нелинейные комбинированные алгоритмы фильтрации зашумлённых сигналов и изображения / А. В. Бронников, Ю. Е. Воскобойников // Автометрия. 1990, №1. С. 21-28.
15. Боева В. А., Сыренов С. В. Устойчивый алгоритм непараметрической идентификации при неточном входном и выходном сигналах // Материалы XI Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные вопросы архитектуры и строительства». Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2018. С. 188-193.
16. Воскобойников Ю. Е., Боева В. А. Исследование эффективности предфильтрации выходного сигнала при непараметрической идентификации // Автоматика и программная инженерия. 2018, №4(26). С. 67-76.

© В. А. Боева

Ссылка для цитирования:

В. А. Боева. О целесообразности предварительной фильтрации зашумлённых сигналов в задачах идентификации // Инженерно-строительный вестник Прикаспия : научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань : ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2019. № 4 (30). С. 141-145.