$$\begin{cases} \varepsilon_\tau = c_2\tau_2 + \dfrac{(1+\vartheta)(1-d)}{c-\lambda d} - 1 \\ \varepsilon_\varphi = \lambda c_2 \dfrac{\tau_1}{z} + \dfrac{\lambda(1+\vartheta)(1-d)}{c-\lambda d} - 1 \\ \theta = \alpha;\ u_\tau = a_0 c_2 \tau_3;\ u_n = 0 \\ \tau_1 = z^{2p+1} F_1 \\ \tau_2 = (2p+1) z^{2p} \left(F_1 + \dfrac{2p}{3+c+4p} z^2 F_2 \right) \\ \tau_3 = -p z^{2p+1} \left(2F_1 + \dfrac{2(2p+1)}{3+c} z^2 F_2 \right) \\ F_1 = F\left(p, p+\dfrac{1}{2}, \dfrac{3+c}{2} + 2p, z^2 \right) \\ F_2 = F\left(p+1, p+\dfrac{3}{2}, \dfrac{5+c}{2} + 2p, z^2 \right) \end{cases}$$

Здесь

$$F(a,b,c,x) = 1 + \frac{ab}{1!c}x + \frac{a(a+1)b(b+1)}{2!c(c+1)}x^2 + \cdots - ,$$

где$F(a,b,c,x)$ – гипергеометрический ряд;

$$c = 1 - k\vartheta\sqrt{1-\lambda^2},\ d = \lambda + k\sqrt{1-\lambda^2},$$

$$p = \frac{-(c+1) + \sqrt{(c-1)^2 + 4\lambda}}{4};\ -\frac{1}{2} < p < \frac{1}{2};\ \lambda = \cos(\theta)\text{(на конусе)};$$

k– коэффициент трения, ν– коэффициент Пуассона.Данная нелинейная граничная задача решается методом стрельбы. Подгоночный параметр – z_k.

Список литературы

1. Х. А. Рахматулин, Ю.А. Демьянов. Прочность при интенсивных кратковремен-ных нагрузках – 2-е изд., доп.- М.: Университетская книга; Логос, 2009.
2. А.Л. Павленко Автореферат канд. дисс. МГУ, 1952.
3. В. Ф. Максимов, Л. А. Оснач Нормальный удар конусом по тонкой пластине с трением // Газовая и волновая динамика. Вып. 3. М. Изд-во МГУ, 1979.
4. С.С. Григорян, Б.В. Куксенко О возможности существования фронтов появления и исчезновения морщин на мембране при ударе по ней конусом. // Газовая и волновая динамика. Вып 2.М.: Изд-во Московского Университета, 1979.
5. В.А. Абдалин Численное решение задачи о нормальном ударе конусом по гиб-кой мембране. Международная конференция «Современные проблемы газовой и вол-новой динамики», Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, 21-23 апреля 2009 г. М. 2009.

УДК. 528.48

ЖИВОЙ СНИП ДЛЯ ПЕРЕХОДНОЙ КРИВОЙ

К. Д. Яксубаев, С. Н. Меньшикова

Астраханский государственный

архитектурно-строительный университет

(г. Астрахань, Россия)

Новым направлением в проектировании является проектирование с помощью живыхСНиПов, СНиПов реализованных в математическом пакете. В работе строится живой СНиП в пакете Mathcadдля построения переходных кривых сопрягающих две окружности между собой.

Ключевые слова: *живой, СНиП, клотоида, переходная кривая.*

A new direction in the design is the design with the help of live Snips, Snips implemented in the mathematical step. In this paper we construct a live SNiP in the package Mathcad to build transition curves conjugating two circles together.

Keyword: *live, SNiP, clothoid, transition.*

Постановка задачи. Даны две автомобильные трассы: входящая и выходящая в форме непересекающихся окружностей. Автомобилю необходимо перейти с входящей трассы на выходящую трассу. Для перехода необходимо построить переходной путь с плавно изменяющейся кривизной. В таблице приведем систему обозначений.

Алгоритм построения переходной кривой. Сначала проводятся крест – накрест две касательные прямые общие для двух окружностей (рис. 1). Затем при въезде на каждую касательную и съезде с нее вшивается клотоида для обеспечения гладкости кривизны всей переходной трассы.

Найдем из подобия треугольников точку пересечения касательных -Z:

$$Z = \frac{R_1 r_2 + R_2 r_1}{R_1 + R_2}$$

Таблица

Стандартизованные обозначения

Окружности	Входящая	Выходящая
Ориентация окружностей	Против часовой стрелки	По часовой стрелке
Нумерация	№1	№2
Направление движения	От входящей к выходящей	
Принцип цветообразования	От темного цвета к яркому	
Цвета	Черный	Красный
Принцип задания толщин кривых	От тонкой окружности к толстой окружности	
Толщины окружностей	Тонкая – 3 единицы	Толстая – 4 единицы
Центры окружностей – вектора	$r_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$	$r_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$
Вектора обозначаются	буквами без значка вектора наверху	
Обозначения модулей векторов	$\lvert r \rvert, \lvert a \rvert$	
Вектор, соединяющий центры окружностей	$r_{12} = r_2 - r_1$	
Радиусы окружностей	R_1	R_2
Уравнение окружностей	$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = {R_1}^2$	$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = {R_2}^2$
Параметрические урав-ненияокружностей	$\begin{pmatrix} x1(\theta) \\ y1(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + R_1 \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x2(\beta) \\ y2(\beta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + R_2 \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{pmatrix}$
Точки касания общих касательных к обеим окружностям	$p1 = \begin{pmatrix} p_{11} \\ p_{22} \end{pmatrix};\ p2 = \begin{pmatrix} p_{12} \\ p_{22} \end{pmatrix}$	$q1 = \begin{pmatrix} q_{11} \\ q_{22} \end{pmatrix};\ q2 = \begin{pmatrix} q_{12} \\ q_{22} \end{pmatrix}$
Способ касания касательных	Крест – накрест	
Принцип нумерации каса-тельных	Определяется вращением вектора $r12$ против часовой стрелки относительно непо-движного центра первой окружности.	
Уравнение первой касательной	$k1(t) = p1 + t(q1 - p1)$	
Уравнение второй касательной	$k2(t) = p2 + t(q2 - p2)$	

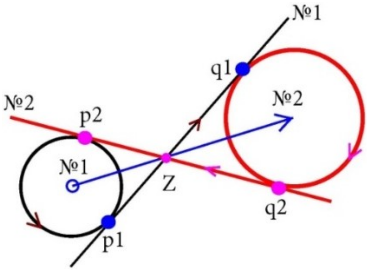

Рис. 1. Две окружности и касательные к ним

Проведем из этой точки касательные к первой окружности. Обозначим одну из точек каса-ния буквой p. Получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} (p - r_1)(Z - p) = 0 \\ (p - r_1)(p - r_1) = R_1^2 \end{cases}$$

Решив систему получим:

$D = \sqrt{|r_2 - r_1|^2 + (R_1 + R_2)^2};\quad p1 = R_1 W^2 + r_1; p2 = R_1 W^1 + r_1;$

$W = \dfrac{1}{|r_2 - r_1|^2} \begin{pmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ y_2 - y_1 & -(x_2 - x_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_2 + R_1 & R_2 + R_1 \\ -D & D \end{pmatrix};$

$q1 = -R_2 W^2 + r_2; q2 = -R_2 W^1 + r_2$.

Где W^1, W^2 – столбцы матрицы W.Проводим касательные:

$$k1(t) = p1 + t(q1 - p1);\ k2(t) = p2 + t(q2 - p1).$$

Теперь начнем вшивать в первую окружность часть клотоиды.Клотоидой называется кри-вая, у которой кривизна в текущей точки точке пропорциональна длине кривой от начала ко-ординат до этой текущей точки, то есть $k = \frac{S}{a}$.Клотоида имеет следующее уравнение[1,2]:

$$X(S) = \int_0^S \cos\left(\frac{S^2}{2a}\right) dS,\quad Y(S) = \int_0^S \sin\left(\frac{S^2}{2a}\right) dS.$$

Отразим клотоиду относительно оси абсцисс: $\big(X(S);\ -Y(S)\big)$. Найдем координаты левой-точку схода:

$$k_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{-S_1}{a} \Rightarrow S_1 = \frac{-a}{R_1} \Rightarrow \begin{pmatrix} X\left(\dfrac{-a}{R_1}\right) \\ -Y\left(\dfrac{-a}{R_1}\right) \end{pmatrix}$$

Вычислим угол наклона первой касательной. Направляющий вектор первой касательной прямой равен: $e1 = q1 - p1$. Получим:

$$\omega_1 = \left| \begin{array}{l} arcos\left(\frac{e1_1}{|e1_2|}\right) if \ \wedge (e1_2 \geq 0) \\ 2\pi - arcos\left(\frac{e1_1}{|e1_2|}\right) if (e1_2 < 0) \end{array} \right.$$

Повернем клотоиду на угол ω_1 и сдвинем клотоиду в точку касания $p1$:

$$\begin{pmatrix} X1(S) \\ Y1(S) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega_1) & -\sin(\omega_1) \\ \sin(\omega_1) & \cos(\omega_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X(S) \\ -Y(S) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p1_1 \\ p1_2 \end{pmatrix}$$

График повернутой клотоиды таков (рис. 2):

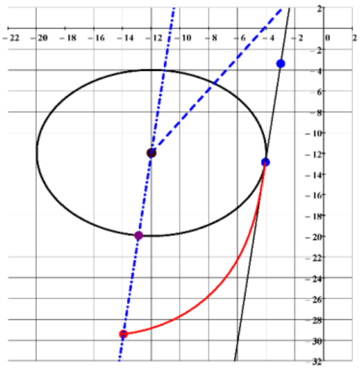

Рис. 2. Повернутая клотоида

Заменим клотоидой четверть окружности. Проведем прямую через центр первой окружности параллельно первой касательной. И найдем точки пересечения этой прямой с окружностью. Одна из точек пересечения и будет искомой точкой схода. Получим следующую систему уравнений и решим ее:

$$\begin{cases} r = r_1 + te1 \\ (r - r_1)^2 = {R_1}^2 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{-R_1}{|e1|};\ P_c = r_1 - R_1\frac{e1}{|e1|}$$

Подберем параметр a таким образом, чтобы обе точки P_c; P_k находились на одной прямой:$r = r_1 + te1$. Имеем:

$$P_k = \begin{pmatrix} X1\left(\frac{-a}{R_1}\right) \\ Y1\left(\frac{-a}{R_1}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega_1) & -\sin(\omega_1) \\ \sin(\omega_1) & \cos(\omega_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X\left(\frac{-a}{R_1}\right) \\ -Y\left(\frac{-a}{R_1}\right) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p1_1 \\ p1_2 \end{pmatrix}$$

Точка P_kдолжна лежать на прямой:$r = r_1 + te1$. Имеем:

$$\begin{pmatrix} \cos(\omega_1) & -\sin(\omega_1) \\ \sin(\omega_1) & \cos(\omega_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X\left(\frac{-a}{R_1}\right) \\ -Y\left(\frac{-a}{R_1}\right) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p1_1 \\ p1_2 \end{pmatrix} = r_1 + te1;$$

$$\begin{pmatrix} X\left(\frac{-a}{R_1}\right) \\ -Y\left(\frac{-a}{R_1}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega_1) & -\sin(\omega_1) \\ -\sin(\omega_1) & \cos(\omega_1) \end{pmatrix} \left(te1 + r_1 - \begin{pmatrix} p1_1 \\ p1_2 \end{pmatrix} \right).$$

Обозначим:

$$\begin{pmatrix} \int_0^{\frac{-a}{R_1}} \cos\left(\frac{S^2}{2a}\right) dS, \\ -\int_0^{-\frac{-a}{R_1}} \sin\left(\frac{S^2}{2a}\right) dS \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

Исключив переменную t, получим интегральное уравнение:

$$\left(\int_0^{\frac{-a}{R_1}} \text{ncos}\left(\frac{S^2}{2a}\right) + m\sin\left(\frac{S^2}{2a}\right) dS \right) = un - vm$$

Решим это уравнение сначала графически. Построим график функции:

$$F(a) = \int_0^{\frac{-a}{R_1}} \text{ncos}\left(\frac{S^2}{2a}\right) + m\sin\left(\frac{S^2}{2a}\right) dS$$

По графику делаем вывод, что искомый корень находиться на отрезке $[150; 200]$. Точное значение корня находим с помощью функции root. Получаем:$a = root(F(t) - (nu - mv), t, 150{,}200) = 166.6124$.

Сдвинем клотоиду на вектор $\overrightarrow{P_k P_c}$.При этом точка P_k перейдет в точку P_c:

$$\begin{pmatrix} X2(S) \\ Y2(S) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X1(S) \\ Y1(S) \end{pmatrix} + P_c - P_k;\;\; P_c = r_1 - R_1 \frac{e1}{|e1|};$$

Окончательная форма переходной клотоиды такова (рис.3):

$$\begin{pmatrix} X2(S) \\ Y2(S) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega_1) & -\sin(\omega_1) \\ \sin(\omega_1) & \cos(\omega_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X(S) \\ -Y(S) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p1_1 \\ p1_2 \end{pmatrix} + P_c - P_k.$$

$$P_k = \begin{pmatrix} \cos(\omega_1) & -\sin(\omega_1) \\ \sin(\omega_1) & \cos(\omega_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \displaystyle\int_0^{\frac{-a}{R_1}} \cos\left(\frac{S^2}{2a}\right) dS, \\ \displaystyle -\int_0^{\frac{-a}{R_1}} \sin\left(\frac{S^2}{2a}\right) dS. \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p1_1 \\ p1_2 \end{pmatrix}, \text{где } a = 166.6124.$$

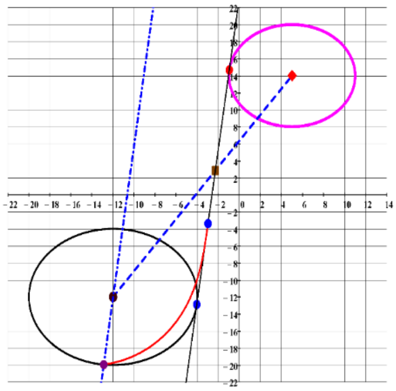

Рис. 3. Переходная кривая

Кривизна переходной кривой начинается с кривизны окружности и плавно падает до нуля.С кривизной все хорошо. Но в точке схода касательные к окружности и к клотоиде между собой не совпадают, то есть в этой точке трасса терпит излом, что неприятно. Причина следующая: в клотоиде не хватает еще одного свободного параметра. И нужно обращаться кдвух параметрическим модификациям клотоиды.

Список литературы

1. Савелов А.А. Плоские кривые. Систематика, свойства, применение. Москва, 1960. – 291 с.
2. Яксубаев К.Д, Корноухов А.В. «Построение переходной кривой с помощью пакета Mathcad». Материалы VII международного научного форума молодых ученых, инноваторов, студентов и школьников. Астрахань, АГАСУ, 2018, с.12-16.

УДК 378.147.88
УДК [001.89:65.011.56(063); 371.6(063)]

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И РУКОВОДСТВО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТОЙ СТУДЕНТОВ

В. П. Быкова, Е. С. Скатов
Астраханский государственный
архитектурно-строительный университет
(г. Астрахань, Россия)

В настоящей работе рассматривается метод организации самостоятельной работы студентов с помощью программированного пособия на материале электротехнических дисциплин и анализируются результаты его применения.

Ключевые слова: *самостоятельная познавательная деятельность студентов, программированное пособие,обучающая программа.*