

РАСЧЕТ ФИЛЬТРАЦИИ БИДИСПЕРСНОЙ СУСПЕНЗИИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Ю. В. Осипов, М. Д. Астахов

Московский государственный строительный университет, г. Москва, Россия

Задачи фильтрации необходимо решать при проектировании туннелей и подземных сооружений, а также при укреплении рыхлых пород. Рассматривается математическая модель долговременной глубокой фильтрации бидисперсной суспензии в однородной пористой среде. Исследуется монотонность профилей частичных и полных осадков. Показано, что профиль осадка больших частиц монотонно убывает при любом времени, а профиль осадка малых частиц меняет монотонность: монотонно убывает при малом времени, имеет максимум при увеличении времени и монотонно возрастает при большом времени. В зависимости от соотношения параметров математической модели профили полного осадка либо всегда монотонно убывают, либо меняют монотонность. Найдено соотношение между коэффициентами модели, определяющее немонотонность профиля полного осадка.

Ключевые слова: фильтрация, суспензия, пористая среда, профиль осадка, математическая модель.

CALCULATION OF FILTRATION OF BIDISPERSED SUSPENSION IN A POROUS MEDIUM

Yu. V. Osipov, M. D. Astakhov

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

Filtration problems have to be solved when designing tunnels and underground structures, as well as in the strengthening of loose rocks. A mathematical model of deep bed filtration of a bidispersed suspension in a uniform porous medium is considered. The monotonicity of the profiles of partial and total deposit is studied. It is shown that the retention profile of large particles monotonically decreases at any time, and the retention profile of small particles changes monotonicity: monotonously decreases at a short time, has a maximum with increasing time and monotonically increases with a long time. Depending on the parameters of the mathematical model, the profiles of the total deposit either always monotonically decrease, or change the monotony. The relationship between the model coefficients, which determines the non-monotonicity of the total deposit profile, is obtained.

Key words: deep bed filtration, suspension, porous medium, retention profile, mathematical model.

Введение

При строительстве туннелей и подземных сооружений необходимо защитить строения от проникновения подземных вод. Для создания водонепроницаемых перегородок в грунт закачивается укрепляющий раствор. Жидкий раствор фильтруется в порах грунта и при цементации образует водонепроницаемый слой. Математическое моделирование позволяет оптимизировать строительную технологию [1–3].

Перенос малых частиц в пористых средах сопровождается образованием осадка. Этот процесс называется фильтрацией. В зависимости от физических и химических свойств частиц, структуры и материала пористой среды действуют различные механизмы захвата частиц: застревание в горловине узких пор, образование частицами сводовых перемычек на входе пор, притяжение к стенкам поровых каналов, диффузия в тупиковые поры и т. п. [4, 5]. Как правило, осажденные частицы не могут быть сдвинуты движущимися частицами или потоком несущей жидкости и остаются неподвижными.

Математическая модель фильтрации включает уравнение баланса масс взвешенных и осажденных частиц и кинетическое уравнение роста осадка. Неизвестными функциями являются объемные концентрации взвешенных и осажденных частиц [6]. Профилями осадка называются зависимости концентрации осадка от пространственной координаты при фиксированном значении времени. При фильтрации монодисперсной суспензии профили осадка всегда монотонно убывают [7]. Для полидисперсной су-

спензии, содержащей частицы различных размеров, профили осадка становятся немонотонными. Впервые это было показано экспериментально [8, 9]. Затем появились теоретические модели с немонотонными профилями, в которых частицы движутся с различными скоростями [10, 11].

В статье [12] рассматривается бикомпонентная модель фильтрации с частицами различных размеров, движущихся с одинаковыми скоростями. Немонотонность профилей осадка связана с различными размерами частиц и зависит от параметров модели. Профиль осадка больших частиц всегда монотонно убывает, а профиль осадка малых частиц меняет тип монотонности: убывает при малом времени и возрастает при большом времени. При промежуточных значениях времени на графике профиля появляется точка максимума, которая смещается от входа $x = 0$ к выходу $x = l$ приведенного образца пористой среды. Вид профиля полного осадка зависит от параметров модели. При одних значениях параметров профиль полного осадка монотонно убывает для любого времени, при других значениях меняет монотонность аналогично профилю малых частиц. Однако условия, при которых профиль полного осадка является немонотонным, были неизвестны.

Настоящая работа содержит простые математические условия немонотонности профиля. Показано, что при выполнении этих условий профиль полного осадка монотонно убывает при малых временах и монотонно возрастает при большом значении времени. В промежуточные моменты

времени профиль имеют ярко выраженный максимум. Графики профилей иллюстрируют поведение частичных и полного осадков.

Математическая модель

В области $\Omega = \{0 \leq x \leq 1, t \geq 0\}$ рассмотрим систему дифференциальных уравнений в частных производных

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \frac{\partial c_i}{\partial x} + \frac{\partial s_i}{\partial t} = 0, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial s_i}{\partial t} = (1 - b)\lambda_i c_i, \quad i = 1, 2 \quad (1.2)$$

Здесь

$$b = B_1 c_1^0 s_1 + B_2 c_2^0 s_2, \quad (1.3)$$

$\lambda_i, B_i, c_i^0, i = 1, 2$ - положительные константы, причем $c_1^0 + c_2^0 = 1$.

В уравнении (1.2) скорость роста осадка пропорциональна произведению функции фильтрации и функции концентрации c_i . В предлагаемой модели используется линейная блокирующая функция фильтрации $(1-b)$ [13]. Для малых концентраций взвешенных частиц функция концентрации пропорциональна первой степени концентрации [14].

Граничные и начальные условия определяют единственное решение системы:

$$x = 0: c_1 = c_1^0, c_2 = c_2^0, \quad (1.4)$$

$$t = 0: c_1 = 0, c_2 = 0, s_1 = 0, s_2 = 0. \quad (1.5)$$

Условия (1.4) задают впрыск суспензии постоянной концентрации на входе пористой среды $x=0$; начальные условия (1.5) означают, что в начальный момент $t=0$ пористая среда не содержит взвешенных и осажденных частиц.

Константы λ_i характеризуют размеры частиц. Ниже будем считать, что $\lambda_1 > \lambda_2$, т.е. частицы типа 1 больше, чем частицы типа 2.

Решения $c_1(x,t), c_2(x,t)$ (концентрации взвешенных частиц) разрывны на характеристике $t=x$, поскольку условия (1.4) и (1.5) не согласованы в начале координат; решения $s_1(x,t), s_2(x,t)$ (концентрации осажденных частиц) непрерывны во всей области Ω . Прямая $t=x$ является фронтом концентраций взвешенных и осажденных частиц, делящим область Ω на две подобласти. В области $\Omega_0 = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq x\}$ пористая среда пуста и система имеет нулевое решение $c_i = 0, s_i = 0, i = 1, 2$; в области $\Omega_1 = \{0 \leq x \leq 1, t \geq x\}$ происходит фильтрация и решение положительно.

На фронте концентраций $t=x$ решение $s_1 = 0, s_2 = 0 \Rightarrow b = 0$. Подставляя формулу (1.2) в уравнение (1.1), получаем соотношение для концентрации взвешенных частиц на фронте

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \frac{\partial c_i}{\partial x} + \lambda_i c_i = 0, \quad i = 1, 2. \quad (1.6)$$

Решение уравнений (1.6) с условиями (1.4)

$$c_i^-(x) = c_i(x, x) = c_i^0 e^{-\lambda_i x}. \quad (1.7)$$

Аналитическое решение задачи (1.1)-(1.5) строится аналогично [15-17]. Концентрации

взвешенных частиц двух типов связаны уравнениями

$$c_1 = c_1^0 \left(\frac{c_2}{c_2^0}\right)^{\lambda_1/\lambda_2}, c_2 = c_2^0 \left(\frac{c_1}{c_1^0}\right)^{\lambda_2/\lambda_1}, \quad (1.8)$$

а концентрации взвешенных и осажденных частиц связаны инвариантами Римана - соотношениями между решениями на характеристиках системы [18]

$$s_i = \frac{c_i - c_i^-}{B_1 c_1^0 (c_1^0 - c_1^-) + B_2 c_2^0 (c_2^0 - c_2^-)}, \quad i = 1, 2. \quad (1.9)$$

Из уравнений (1.8), (1.9) следует условие немонотонности профиля полного осадка

$$B_1 c_1^0 > B_2 c_2^0. \quad (1.10)$$

Численные расчеты

Численные методы применяются при исследовании сложных моделей, для которых аналитическое решение либо неизвестно, либо имеет сложный неявный вид [19, 20]. Программы, разработанные для нахождения численных решений, позволяют непосредственно применять математические модели для оптимизации технологических процессов.

Численные расчеты показывают поведение профилей концентраций частичных осадков s_1, s_2 и полного осадка s при $\lambda_1=18, \lambda_2=6$ для различных значений параметров B_1, B_2, c_1^0, c_2^0 . Максимумы на кривых отмечены точками.

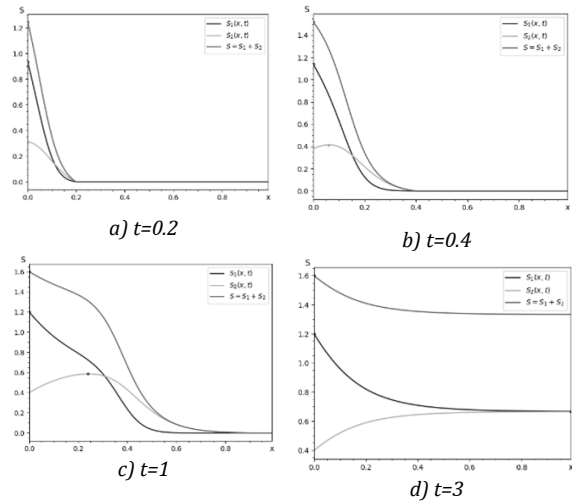


Рис. 1. Профили при $B_1 = 1, B_2 = 2, c_1^0 = 0.5, c_2^0 = 0.5$

Расчеты выявили закономерности смены монотонности профилей. Профили s_1 всегда монотонно убывают, а профили s_2 не являются монотонными. При $B_1 c_1^0 < B_2 c_2^0$ профили полного осадка монотонно убывают (рис. 1, 3), а при $B_1 c_1^0 > B_2 c_2^0$ не являются монотонными (рис. 2, 4). Вид немонотонных профилей меняется со временем. При малых временах профили s_2, s монотонно убывают (рис. 2а, 4а), при увеличении времени профили теряют монотонность, на графиках появляется точка максимума (рис. 2с, d, е, рис. 4а, b, c). При больших временах точка максимума исчезает и профили становятся монотонно возрастающими (рис. 2f, 4d).

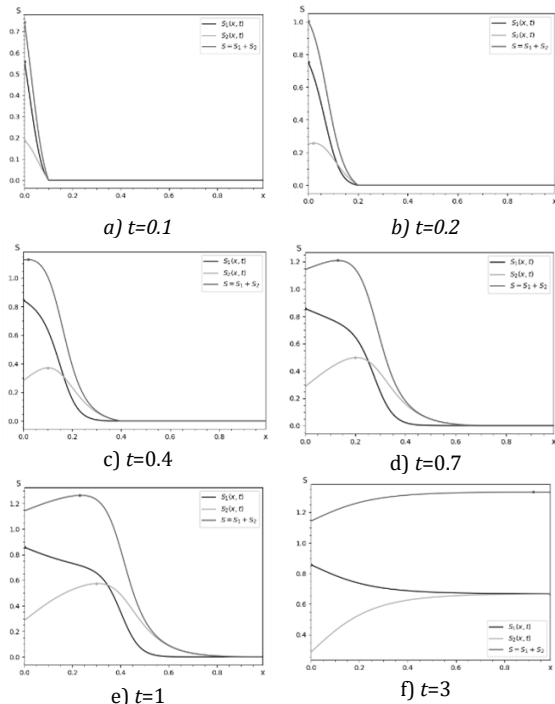


Рис. 2. Профили при $B_1 = 2, B_2 = 1, c_1^0 = 0.5, c_2^0 = 0.5$

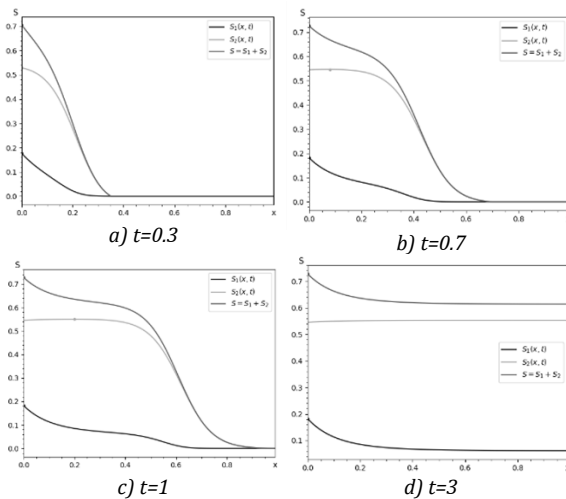


Рис. 3. Профили при $B_1 = 1, B_2 = 2, c_1^0 = 0.1, c_2^0 = 0.9$

При увеличении времени точки максимума профилей перемещаются вправо вдоль координатной оси. До появления точки максимума на входе $x=0$ профили монотонно убывают. Когда точка максимума достигает выхода $x=1$, профили становятся монотонно возрастающими. Точка максимума на профиле частичного осадка s_2 всегда опережает точку максимума профиля полного осадка s , она раньше появляется вблизи входа и раньше исчезает, достигнув выхода пористой среды.

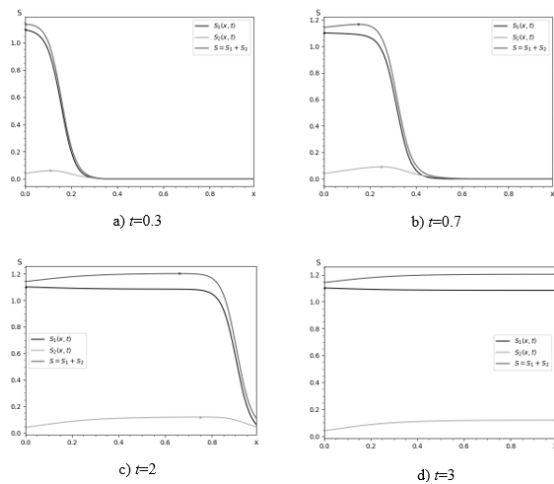


Рис. 4. Профили при $B_1 = 1, B_2 = 2, c_1^0 = 0.9, c_2^0 = 0.1$

Заключение

В работе исследованы профили осаждаемых частиц, образующиеся при фильтрации 2-частичной суспензии в пористой среде. Профили осадка монодисперсной суспензии всегда монотонно убывают. Профили больших осаждаемых частиц 2-частичной суспензии также монотонно убывают. Профили осадка малых частиц немонотонны.

Монотонность профилей полного осадка зависит от знака выражения $Z = B_1 c_1^0 - B_2 c_2^0$. При $Z < 0$ профили монотонно убывают, при $Z > 0$ профили немонотонны. Знак Z зависит не только от параметров B_1, B_2 , определяющих величину областей, занимаемых осаждаемыми частицами на каркасе пористой среды, но и концентрациями взвешенных частиц c_1^0, c_2^0 в суспензии, впрыскиваемой в пористую среду.

Форма немонотонных профилей зависит от времени. При малом времени профиль монотонно убывает. В некоторый момент на графике профиля появляется максимум, который с увеличением времени смещается от входа к выходу. Когда максимум достигает выхода $x=1$, профиль становится монотонно возрастающим. При дальнейшем увеличении времени профили остаются монотонно возрастающими.

Для задачи фильтрации суспензии, содержащей частицы трех и более различных типов, аналитические решения неизвестны. Анализ профилей полидисперсной суспензии требует дальнейшего изучения.

Список литературы

1. Q. Zhang, P. Li, X. Zhang, S. Li, W. Zhang, Q. Wang, Exploration and Grouting of Large-Scale Water Capsule in the Fault Fracture Zone of Yonglian Tunnel // *The Open Civil Engineering Journal*, 9 (2015), pp. 32-43.
2. S. Li, R. Liu, Q. Zhang, X. Zhang, Protection against water or mud inrush in tunnels by grouting: A review // *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 8 (2016), pp. 753-766.
3. Ю.В. Осипов, Ю.Г. Жеглова, Расчет фильтрации для укрепления фундамента // *Наука и бизнес: пути развития*, 8(86) 2018, с. 24-28.
4. C.V. Chrysikopoulos, N.P. Sotirelis, N.G. Kallithrakas-Kontos, Cotransport of graphene oxide nanoparticles and kaolinite colloids in porous media // *Transport in Porous Media*, 119 (2017), pp. 181-204.

5. W.P. Johnson, A. Rasmuson, E. Pazmiño, M. Hilpert, Why variant colloid transport behaviors emerge among identical individuals in porous media when colloid-surface repulsion exists // *Environmental Science & Technology*, 52 (2018), pp. 7230–7239.
6. Л.И. Кузьмина, Ю.В. Осипов, Асимптотика задачи фильтрации суспензии в пористой среде // *Вестник МГСУ*, 1 (2015), с. 54–62.
7. H. Yuan, A.A. Shapiro, Modeling non-Fickian transport and hyperexponential deposition for deep bed filtration // *Chemical Engineering Journal*, 162 (2010), pp. 974–988.
8. C.H. Bolster, A.L. Mills, G.M. Hornberger, J.S. Herman, Spatial distribution of deposited bacteria following Miscible Displacement Experiments in intact cores // *Water Resources Research*, 35 (1999), pp. 1797–1807.
9. T. Harter, S. Wagner, E.R. Atwill, Colloid transport and filtration of cryptosporidium parvum in sandy soils and aquifer sediments // *Environmental Science & Technology*, 34 (2000), pp. 62–70.
10. S.A. Bradford, S. Torkzaban, J. Simunek, Modeling colloid transport and retention in saturated porous media under unfavorable attachment conditions // *Water Resources Research*, 47 (2011), W10503.
11. Ю.В. Осипов, Ю.П. Галагуз, Задача фильтрации суспензии с двумя типами частиц, движущихся с разными скоростями. Развитие фундаментальных основ науки и образования в строительстве Сборник тезисов XIV Международной научно-практической конференции. 2017. С. 26-28.
12. G. Malgaresi, B. Collins, P. Alvaro, P. Bedrikovetsky, Explaining non-monotonic retention profiles during flow of size-distributed colloids // *Chemical Engineering Journal* 375 (2019), 121984.
13. P. Bedrikovetsky, Upscaling of Stochastic Micro Model for Suspension Transport in Porous Media // *Transport in Porous Media*, 75 (2008), pp. 335–369.
14. F. Civan, Reservoir Formation Damage, Gulf, Professional Publishing, 2015.
15. Z. You, P. Bedrikovetsky, L. Kuzmina, Exact Solution for Long-Term Size Exclusion Suspension-Colloidal Transport in Porous Media // *Abstract and Applied Analysis*, 2013, ID 680693, 9 p.
16. E.A. Vyazmina, P.G. Bedrikovetskii, A.D. Polyaniin, New Classes of Exact Solutions to Nonlinear Sets of Equations in the Theory of Filtration and Convective Mass Transfer // *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 41(5) (2007), pp. 556–564.
17. Л.И. Кузьмина, Ю.В. Осипов, Обоснование асимптотики задачи фильтрации вблизи фронта концентраций. Вопросы прикладной математики и вычислительной механики. Сборник трудов № 19. Москва, 2016. С. 275-288.
18. P. Bedrikovetsky, Y. Osipov, L. Kuzmina, G. Malgaresi, Exact Upscaling for Transport of Size-Distributed Colloids // *Water Resources Research*, 55(2) 2019, pp. 1011-1039.
19. G. Safina, Numerical solution of filtration in porous rock // *E3S Web of Conferences*, 97 (2019), 05016.
20. Y. Galaguz, G. Safina, Calculation of colloids filtration in a porous medium // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 365 (2018), 042005.

© Ю. В. Осипов, М. Д. Астахов

Ссылка для цитирования:

Ю. В. Осипов, М. Д. Астахов. Расчет фильтрации бидисперсной суспензии в пористой среде // Инженерно-строительный вестник Прикаспия : научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань : ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2020. № 2 (32). С. 69–72.

УДК 692:620.1

ПОВЫШЕНИЕ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТИ ЭКСПЛУАТИРУЕМЫХ ЗДАНИЙ

Э. Е. Семенова, В. С. Думанова

Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Россия

В данной статье рассматривается проблема повышения энергоэффективности существующих зданий, целью которой является экономия природных энергетических ресурсов, снижение затрат на эксплуатацию систем инженерного оборудования, повышение комфорта жизни людей. Количество энергии, следовательно, и количество денежных средств, которое затрачивается на отопление здания, зависит от его показателя теплозащиты. Выявлены основные пути теплопотерь малоэтажных и многоэтажных зданий. Основные потери тепловой энергии может осуществляться через стены, окна, входные двери, крышу, систему вентиляции, подвал. Рассмотрены способы повышения энергоэффективности ограждающих конструкций, оконных заполнителей, отопительной системы и системы вентиляции. Приведены данные сравнения свойств современных технологий по повышению энергоэффективности, а также материалов в отношении энергосбережения.

Ключевые слова: энергоэффективность, энергосбережение, теплопотери, модернизация, ограждающие конструкции, оконные заполнители, отопительная система, вентиляция.

THE INCREASE OF ENERGY EFFICIENCY OPERATED BUILDINGS

E. E. Semenova, V. S. Dumanova

Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia

This article is about the problem of improving the energy efficiency of existing buildings. The main purpose is to save natural energy resources, to reduce the cost of operating engineering equipment systems, and to increase the comfort of people's live. The amount of energy, as well as the amount of money spent on heating a building, depends on its heat protection index. The main ways of heat loss of low-rise and high-rise buildings are revealed. Thermal energy leakage can occur through walls, windows, entrance doors, roof, ventilation system, basement. There are ways of increasing the energy efficiency of buildings using modern technologies and materials in construction of walls, windows, heating systems and ventilation systems. Data are given on comparing the properties of modern technologies to improve energy efficiency, as well as materials regarding energy conservation.

Keywords: energy efficiency, energy saving, heat loss, modernization, walling, window fillers, heating system, ventilation.

Введение

В современном мире энергосбережение с каждым годом становится все более актуальной. Из-за нерационального использования природ-

ных ресурсов происходит рост цен на электроэнергию, отопление, горячее и холодное водоснабжение, вентиляцию и кондиционирование. Необходимо принимать меры по сокращению