



СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ЦИФРОВОГО РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ К ЗАДАЧЕ СТАБИЛИЗАЦИИ КВАДРАКОПТЕРА

Е.Р. Галяев

Астраханский государственный технический университет, г. Астрахань, Россия

Предложено решение задачи слежения за эталонным сигналом параметрически неопределенным нелинейным объектом, который функционирует в условиях действия внешних ограниченных возмущений. Предполагается, что измерению доступны только скалярные вход и выход объекта. Целью управления является слежение за эталонной траекторией с малой погрешностью отклонения от некоторого заданного значения. Синтезированный регулятор прост и не требует сложных аналитических расчетов параметров системы управления. На основании теоретических исследований разработан робастный алгоритм управления движением квадрокоптера (полет осуществляется по заданной траектории). Синхронизация с эталонным сигналом осуществляется посредством цифрового канала связи. Работоспособность полученной системы управления проверена среде Matlab/Simulink.

Ключевые слова: робастное управление, дискретное управление, вспомогательный контур, эталонная модель, ограниченные возмущения, нелинейный объект, квадрокоптер.

SYNTHESIS OF THE DIGITAL ROBAST CONTROL ALGORITHM WITH APPLICATION TO THE PROBLEM OF QUADROPTER STABILIZATION

E.R. Galyaev

Astrakhan State Technical University, Astrakhan, Russia

The problem of tracking a reference signal by a parametrically nonlinear plant with disturbances is solved. It is assumed that only the scalar input and output of the plant are available for measurement. The purpose of control is to track the reference trajectory with a small error of deviation from a certain set value. The resulting algorithm is simple and does not require complex analytical calculations of control system parameters. Theoretical calculations are applied to the flight control of the quadrotor. The efficiency of the obtained algorithms was checked in the Matlab/Simulink environment.

Keywords: robust control, discrete control, reference model, limited disturbances, nonlinear plant, quadrotor.

Введение

Современные технологические процессы по организации и обработке информационных потоков предъявляют высокие требования к надежности и показателям качества систем управления, встраиваемых в техническую среду этих процессов. Синтез систем высокой точности в подобных условиях является классической проблемой в теории управления. [1–6]. Одним из подходов к решению задачи управления в условиях неопределенности параметров модели объекта является робастное управление с использованием метода вспомогательного контура. В основе метода, предложенного А.М. Цыкуновым в работе [7], лежит принцип динамической компенсации. Его суть заключается в предварительном выделении сигнала, несущего информацию, негативно влияющую на регулирование объекта, а затем его компенсация.

Применение разработанного алгоритма рассматривается на примере управления движением беспилотного летательного аппарата (квадрокоптера) по заранее заданной траектории. Актуальность выбранной темы обусловлена тем, что квадрокоптер, как дистанционно управляемый летательный аппарат, хорошо подходит для наблюдения и контроля объектов, территорий и зон, доступ к которым затруднен [1–3]. Так, например, посредством использования квадрокоптера возможно определение глубин водоемов, местонахождения рыбы и приманки ее к берегу, научное сопровождение и мониторинг добычи рыбы. Квадрокоптеры

являются самой безопасной, экологически чистой и недорогой альтернативой пилотируемым самолетам. В связи с этим в настоящее время существует множество работ, посвященных математическому описанию динамики квадрокоптера и построению стабилизирующих алгоритмов для него [8–11].

В предложенной работе решается задача дистанционного управления нелинейным объектом, подверженным воздействию внешних ограниченных возмущений с помощью цифрового канала связи. Цель управления – слежение за эталонной траекторией с малой погрешностью отклонения. Синтез закона управления основан на результатах [11]. Компенсация неопределенностей базируется на подходе, предложенном в [7]. Результаты репрезентативного моделирования иллюстрируют работоспособность предложенной системы управления.

Постановка задачи

Рассматривается задача управления нелинейным стационарным объектом, динамика которого описывается уравнением

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + C\delta(y) + Df(t), \\ y(t) &= Lx(t) \\ x(0) &= x_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где функции $x(t) \in R^n$ – вектор состояния, $y(t) \in R$ – скалярный выход объекта, $u(t) \in R$ – управляющее воздействие, $\delta(y) \in R$ – неизвестная нелинейная функция, $f(t)$ – ограниченное внешнее возмущающее воздействие; $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times 1}$, $C \in R^{n \times 1}$ и $D \in$

$R^{n \times 1}$ – неизвестные числовые матрицы; $L = [1, 0, \dots, 0]$; x_0 – начальное состояние системы.

Требуемое качество переходных процессов задается эталонной моделью, уравнение которой имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= A_m x_m(t) + B_m r(t), \\ y_m(t) &= L x_m(t), \end{aligned} \quad (2)$$

$x_m(t) \in R^n$ – вектор состояния эталонной модели, $y_m(t) \in R$ – скалярный выход эталонной модели, $r(t) \in R$ – ограниченное задающее воздействие, A_m – гурвицева матрица в форме Фробениуса, $B_m = [0; 0; \dots; b]$, $L = [1, 0, \dots, 0]$.

Предположения

1. Неизвестные постоянные коэффициенты матриц A, B, C и D принадлежат некоторому известному ограниченному множеству \mathcal{E} ;

2. Пара $(A; B)$ – управляема, а пара $(A; L)$ – наблюдаема;

3. Выполнены условия структурного согласования:

$$A = A_m + B_m \psi, \quad B = B_m + B_m \vartheta, \quad C = B_m \sigma, \quad D = B_m k, \quad \text{где } A_m \in R^{n \times n},$$

$B_m \in R^{n \times 1}$ – известные номинальные матрицы; $\psi \in R^n$ – вектор неизвестных параметров, $\vartheta \in R^+$, $\sigma \in R$ и $k \in R$ – неизвестные коэффициенты;

4. Измерению доступны выходной сигнал $y(t)$ и управляющее воздействие $u(t)$. Использование производных этих величин в системе управления не допускается;

5. Функция $\delta(y)$ удовлетворяет глобальному условию Липшица или ограничена;

6. Для любого фиксированного параметра t при отсутствии нелинейности $\delta(y)$ объект управления (1) минимально-фазовый.

Целью управления является синтез системы, которая обеспечит выполнение целевого условия

$$|y(t_k) - y_m(t_k)| < \epsilon \quad (3)$$

по истечении времени $t = T$, где $\epsilon > 0$ – заданное достаточно малое число.

Согласно условию 3 предположений исходную систему (1) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_m x(t) + B_m u(t) + B_m \varphi(x, y, t) \\ y(t) &= L x(t), \end{aligned} \quad (4)$$

функция $\varphi(x, y, t) = \psi x(t) + \vartheta u(t) + \sigma \delta(y) + k f(t)$ содержит параметрические и внешние возмущения, а также нелинейность $\delta(y)$.

Уравнение для ошибки согласования $\zeta(t) = x(t) - x_m(t)$ запишем следующим образом

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= A_m \zeta(t) + B_m u(t) + B_m \varphi_1(x, y, t) \\ e(t) &= L \zeta(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Функция $\varphi_1(x, y, t) = \varphi(x, y, t) - r(t)$ содержит возмущения и нелинейные компоненты.

Управляющее воздействие, согласно [11], будем формировать как

$$u(t) = \alpha v(t_k)$$

с $\alpha > 0$ и новым дискретным сигналом управления $v(t_k)$ в момент времени t_k . Тогда уравнение ошибки (5) примет вид

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= A_m \zeta(t) + B_m \alpha v(t_k) + B_m \varphi_1(x, y, t) \\ e(t) &= L \zeta(t). \end{aligned} \quad (6)$$

Добавим и вычтем в последнее уравнение управление $\beta v(t_k)$. Тогда (6) запишется как

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= A_m \zeta(t) + B_m \beta v(t_k) + B_m \varphi_2(x, y, t_k) \\ e(t) &= L \zeta(t), \end{aligned}$$

$$\varphi_2(x, y, t_k) = (\alpha - \beta)v(t_k) + \varphi_1(x, y, t), \quad \beta > 0.$$

Введем вспомогательный контур [7], динамические процессы в котором описываются уравнением

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_v(t) &= A_m \zeta_v(t) + \beta B_m v(t_k) \\ e_v(t) &= L \zeta_v(t), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\zeta_v(t) \in R^n$ – вектор состояния, который позволяет выделить в отдельный сигнал все нежелательные воздействия, $\zeta_v(0) = \zeta(0)$. Принимая во внимание уравнения (9) и (10), составим уравнение рассогласования $\zeta(t) = \zeta(t) - \zeta_v(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= A_m \zeta(t) + B_m \varphi_2(x, y, t_k) \\ \varepsilon(t) &= L \zeta(t) \end{aligned}$$

которое в переменных «вход-выход» запишется как

$$Q_0(p)\varepsilon(t) = R_0(p)\varphi_2(x, y, t_k). \quad (8)$$

Здесь $\varepsilon(t) = e(t) - e_v(t)$; $Q_0(p)$ и $R_0(p)$ – линейные стационарные дифференциальные операторы, коэффициентами которых являются коэффициенты полиномов $Q_0(\lambda) = \det(\lambda I - A_0)$ и $R_0(\lambda)$; $\deg Q_0(\lambda) = n$; $\deg R_0(\lambda) = m$; $p = \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования; $\gamma = n - m \geq 1$.

В соответствии с постановкой задачи, передача данных от эталонной модели к объекту управления ведется посредством цифрового канала связи. Поэтому уравнение вспомогательного контура (7) преобразуем в дискретную форму с шагом Δt :

$$\begin{aligned} \zeta_v(t_{k+1}) &= A_0 \zeta_v(t_k) + \beta B_0 v(t_k) \\ e_v(t_k) &= L \zeta_v(t_k) \end{aligned} \quad (9)$$

где $A_0 = e^{A_m \Delta t}$, $B_0 = \int_t^{t+\Delta t} e^{A_m(t-x)} B_m dx$.

Согласно (8), функция $\varepsilon(t)$ несет в себе всю информацию о возмущениях, действующих на систему (1):

$$\varphi_2(x, y, t_k) = \frac{Q_0(p)}{R_0(p)} \varepsilon(t).$$

Однако, в силу условия 4 предположений, производные сигнала $\varepsilon(t)$ недоступны измерению. Поэтому выполним «операторное деление»:

$$\frac{Q_0(p)}{R_0(p)} = T_0(p) + \frac{\Delta Q_0(p)}{R_0(p)},$$

где $T_0(p) = g_0 p^\gamma + g_1 p^{\gamma-1} + g_2 p^{\gamma-2} + \dots + g_\gamma$, $\deg \Delta Q_0(p) = m - 1$.

Тогда сигнал управления будем формировать в виде

$$u(t) = \alpha v(t_k),$$

$$v(t_k) = g^T \xi(t_k) + \frac{\Delta Q_0(p)}{R_0(p)} \varepsilon(t_k) = \hat{\varphi}_2(x, y, t_k), \quad (10)$$

где g – вектор, компонентами которого являются коэффициенты оператора $T_0(p)$, записанные в обратном порядке, $\hat{\varphi}_2(x, y, t_k)$ – оценка сигнала $\varphi_2(x, y, t_k)$, содержащего параметрические неопределенности, нелинейные компоненты исходного объекта, а также внешние возмущения, действующие на систему управления, $\hat{\xi}^T(t_k) = [\zeta(t_k), \zeta_1(t_k), \zeta_2(t_k), \dots, \zeta_\gamma(t_k)]$ – оценка вектора $\xi^T(t_k) = [\varepsilon(t_k), \varepsilon'(t_k), \varepsilon''(t_k), \dots, \varepsilon^{(\gamma)}(t_k)]$ в момент времени t_k , полученная с помощью наблюдателя:

$$\dot{\hat{\xi}}(t_k) = G_0 \hat{\xi}(t_{k-1}) + F_0 \varepsilon(t_k), \quad \hat{\xi}(t_k) = L \hat{\xi}(t_k). \quad (11)$$

Здесь $\hat{\xi}(t_k) \in R^\gamma$, $G_0 = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 \\ -\frac{1}{\Delta t} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -\frac{1}{\Delta t^\gamma} & \dots & -\frac{1}{\Delta t} & 0 \end{bmatrix}$,

$$F_0^T = \left[-1, -\frac{1}{\Delta t}, -\frac{1}{\Delta t^2}, \dots, -\frac{1}{\Delta t^\gamma} \right],$$

$\hat{\xi}(t_k)$ – оценка переменной $\varepsilon(t_k)$, $\Delta t = t_k - t_{k-1}$ – шаг дискретизации.

Утверждение. Пусть выполнены условия предположений. Тогда существуют числа μ_0 , α , β и T_0 такие, что при $\Delta t \leq \mu_0$ и $T \geq T_0$ для объектов управления (1) система управления, состоящая из закона управления (10), вспомогательного контура (9), наблюдателя (11) выполняется целевое условие (2).

Доказательство утверждения аналогично доказательству, приведенному в работе [11] при допущении равенства переменных $\varepsilon(t_k)$ и $e(t_k)$, поэтому здесь не приводится.

Пример. Работоспособность полученного алгоритма стабилизации проиллюстрируем на примере управления полетом квадрокоптера. Математическая модель динамики квадрокоптера является нелинейной системой с большим числом неизвестных переменных, в которой действуют возмущения. Рассмотрим совокупность уравнений, описывающую динамику квадрокоптера, приведенную в [8].

$$\begin{cases} m\dot{V}_x = \tau_y(C_\psi S_\vartheta C_\gamma + S_\psi S_\gamma) - V_x A_x, \\ m\dot{V}_y = -mg + \tau_y(C_\vartheta C_\gamma) - V_y A_y, \\ m\dot{V}_z = \tau_y(S_\psi S_\vartheta C_\gamma - C_\psi S_\gamma) - V_z A_z \\ \dot{\gamma} = \omega_x + S_\gamma T_\vartheta \omega_z + C_\gamma T_\vartheta \omega_y, \\ \dot{\vartheta} = C_\gamma \omega_z - S_\gamma \omega_y, \\ \dot{\psi} = \frac{S_\gamma}{C_\vartheta} \omega_z + \frac{C_\gamma}{C_\vartheta} \omega_y, \\ I_x \dot{\omega}_x = (I_y - I_z) \omega_y \omega_z - I_r \omega_x \omega_r + \tau_\gamma, \\ I_y \dot{\omega}_y = (I_z - I_x) \omega_x \omega_z + \tau_\psi, \\ I_z \dot{\omega}_z = (I_r - I_v) \omega_r \omega_v + I_r \omega_x \omega_r + \tau_\vartheta, \end{cases} \quad (12)$$

где m – масса квадрокоптера, V_x, V_y, V_z – линейные скорости по соответствующим осям, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – угловые скорости вращения квадрокоптера вокруг соответствующих осей, A_x, A_y, A_z – аэродинамические коэффициенты по соответствующим осям, I_x, I_y, I_z – моменты инерции по соответствующим осям, I_r – инерция винта, γ, ϑ, ψ – углы крена, тангажа и рысканья, $S_\alpha = \sin \alpha$, $C_\alpha = \cos \alpha$, $T_\alpha = \tan \alpha$, τ_y – тяга, $\tau_\gamma, \tau_\psi, \tau_\vartheta$ – моменты в направлении, соответствующем углу поворота системы отсчета квадрокоптера, g – ускорение свободного падения.

Рассмотрим линеаризованное уравнение, описывающее движение по высоте. Исследуем математическую модель полета квадрокоптера (12) учитывая, что углы крена и тангажа во время движения малы, более того, подъем и спуск при движении квадрокоптера осуществляется преимущественно без наклонов. Тогда движение будет описываться уравнением:

$$\ddot{y} + A_y m^{-1} \dot{y} = m^{-1} \tau_y - g.$$

Перейдем от модели вход-выход к модели в пространстве состояния

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix} f(t, y),$$

$$y(t) = [1 \quad 0] x(t),$$

$$x(0) = [1 \quad 1]^T.$$

Здесь управляющим воздействием является тяга $u(t) = \tau_y$, $a = -A_y m^{-1}$, $b = m^{-1}$, ограниченное воздействие $f(t, y)$ содержит ускорение свободного падения g , погрешности линеаризации исходной модели квадрокоптера, внешние возмущения, вызванные влиянием окружающей среды и внутренние неопределенности, связанные с погрешностью измерений.

Класс неопределенности Ξ задан множеством:

$$\Xi = \{a, b, d: |a| < 10, b \in [0, 1; 2], |d| < 10\}.$$

Измерению доступен выходной сигнал $y(t)$. Функция возмущений, действующая на объект управления, ограничена: $|f(t)| \leq 5$.

Целью управления является слежение за эталонным сигналом (полет квадрокоптера осуществляется по заданной траектории). В целевом условии (2) значение величины ϵ примем равным 0.06.

Предположим, уравнение эталонного объекта имеет вид

$$\dot{x}_m(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} x_m(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t).$$

Выберем вспомогательный контур (9)

$$\dot{\varsigma}_v(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \varsigma_v(t) - \beta \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v(t_k),$$

$$e_v(t) = [1 \quad 0] \varsigma_v(t).$$

Выполним дискретизацию последнего уравнения с шагом $\Delta t = 0.01$:

$$\zeta_v(t_{k+1}) = \begin{bmatrix} 0.9997 & 0.0098 \\ -0.0585 & 0.9509 \end{bmatrix} \zeta_v(t_k) + \begin{bmatrix} 5.0841 \cdot 10^{-5} \\ -0.0103 \end{bmatrix} \beta v(t_k),$$

$$e_v(t_k) = [1 \ 0] \zeta_v(t_k).$$

Для оценки производных сигнала $\varepsilon(t)$ воспользуемся наблюдателем (11)

$$\dot{\xi}(t_k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -100 & 0 & 0 \\ -10^4 & -100 & 0 \end{bmatrix} \xi(t_k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \\ 10^4 \end{bmatrix} \varepsilon(t_k),$$

$$\varepsilon(t_k) = e(t_k) - e_v(t_k).$$

Таким образом, закон управления (10) формируется следующим образом:

$$v(t_k) = -\frac{1}{\beta} (6\hat{\xi}_3(t_{k-1}) + 5\hat{\xi}_2(t_k) + \hat{\xi}_1(t_k)),$$

$$u(t) = -\alpha v(t_k).$$

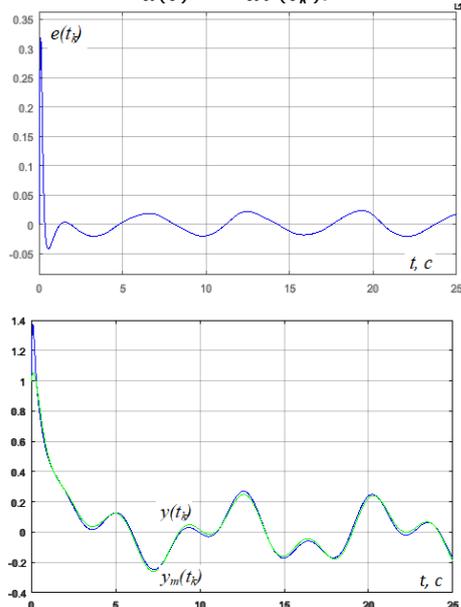


Рис. 1. Переходные процессы по $e(t_k)$ и ошибке $y(t_k) - y_m(t_k)$

На рис. 1 приведены графики переходных процессов по $y(t_k)$ и $y_m(t_k)$ и ошибке слежения $e(t_k)$ при следующих значениях параметров в рассматриваемой системе (1): $m = 1,44 \text{ кг}$ [8], $A_y = 0,25 \text{ кг/с}$ [8], $a = -A_y m^{-1} = -0,1736$, $b = m^{-1} = 0,6974$, $d = 2$, $r(t) = \sin 1.7t + \sin 0.7t$, $f(t) = 1 + \sin t + 2\sin(t + \pi/6)$, $\delta(y) = 2y^2 + e^y$, $\alpha = 1$, $\beta = 1$.

Результаты численного моделирования подтвердили работоспособность предложенной схемы управления. Качество переходных процессов не претерпевает существенных изменений, если параметры объекта варьировать в указанном классе неопределенности. Полученный алгоритм прост и не требует сложных аналитических расчетов параметров системы управления.

Заключение

В работе рассмотрен один из возможных подходов к построению алгоритма компенсации возмущений для нелинейных систем, не зависящих от времени. На основании теоретических исследований разработан робастный алгоритм управления полетом квадрокоптера. Цель управления состоит в слежении за эталонной траекторией. Синхронизация с эталонным сигналом осуществляется посредством цифрового канала связи. Результаты аналитических расчетов и эффективность предложенного алгоритма подтверждены репрезентативным моделированием.

Список литературы

1. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002. – 303с.
2. Неймарк Ю.И. Синтез и функциональные возможности квазиинвариантного управления // АИТ. – 2008. – № 10. – С. 48–56.
3. Бобцов А.А. Алгоритмы робастного управления линейным объектом по выходу с компенсацией неизвестного детерминированного возмущения // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2003. – № 2. – С. 93–97.
4. Цыкунов А.М. Робастное управление с компенсацией ограниченных возмущений и помех // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2014. – № 3. – С. 19–26.
5. Furtat I.B., Fradkov A.L. Robust Control of multi-machine power systems with compensation of disturbances // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 2015. Vol. 73. P. 584–590.
6. Furtat I.B. Adaptive Predictor free control of a plant with delayed input signal // Automation and Remote Control. 2014. Vol. 75, no. 1. P. 139–151.
7. Цыкунов А.М. Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // АИТ. – 2007. – № 7. – С. 103–115.
8. Белявский А.О., Томашевич С.И. Синтез адаптивной системы управления квадрокоптером методом пассивации. // УБС. – 63. – 2016. С. 155–181.
9. Madani T., Benallegue A. Control of Quadrotor Mini-helicopter Via Full State Backstepping Technique. // Proceedings of the 45th IEEE conference on decision & control. – 2007. – P. 1515–1520.
10. Emran B.J., Yesildirek A. Nonlinear Composite Adaptive Control for Quadrotor Copter. // International Journal of Digital Information and Wireless Communications. – 2013. – №4. – P. 213–225.
11. Паршева А.И., Цыкунов А.М. Цифровое робастное управление линейным непрерывным объектом с компенсацией возмущений. Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. Сер. управление, вычисл. техн. информ. – 2009. – №2. – С. 61–67.

© Е.Р. Галяув

Ссылка для цитирования:

Е.Р. Галяув. Синтез алгоритма цифрового робастного управления с применением к задаче стабилизации квадрокоптера // Инженерно-строительный вестник Прикаспия : научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань : ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2020. № 4 (34). С. 142–145.