

Рис.3. Диаграмма DMN процесса принятия решений

2.4. Выводы

1. Разработаны BPMN диаграммы проверки качества учебного плана с точки зрения распределения компетенций, индикаторов их достижения и результатов обучения по дисциплинам учебного плана («as is» и «to be»). Показано, что сотрудник УМУ высвобождается от проведения проверки учебного плана с точки зрения распределения компетенций за счет автоматизации этого процесса.

2. Разработана диаграмма DMN и составлены таблицы решений в соответствии с правилами проверки правильности распределения компетенций по дисциплинам учебного плана, которые позволяют приступить к разработке программного кода в 1-С Университет для организации проверки правильности распределения компетенций

Список литературы

1. Аксютин И.В., Зарипова В.М., Петрова И.Ю. Модель контроля распределения и освоения компетенций по дисциплинам учебного плана // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. 2020. №4 (34). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/model-kontrolya-raspredeleniya-i-osvoeniya-kompetentsiy-po-distsiplinam-uchebnogo-plana> (дата обращения: 13.07.2023).
2. Лаборатория ММИС, Автоматизация управления учебным процессом // URL: <https://www.mmis.ru/>, (дата обращения 01.11.2020).
3. Белайчук А. Главное преимущество BPMN // Открытые системы. СУБД, 2012, № 08 // URL: <https://www.osp.ru/os/archive/2012/08> (дата обращения: 12.03.2021).
4. Фёдоров И. Г. Моделирование бизнес-процессов в нотации BPMN 2.0: Монография — М.: МЭСИ, 2013
5. DMN Документация URL: <https://camundarus.ru/dmn/> (дата обращения: 12.07.2023).

© И. В. Аксютин, В. М. Зарипова, И. Ю. Петрова

Ссылка для цитирования:

Аксютин И. В., Зарипова В. М., Петрова И. Ю. Реинжиниринг бизнес-процесса разработки учебных планов с учетом компетенций и индикаторов их достижения // Инженерно-строительный вестник Прикаспия : научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань : ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2023. № 3 (45). С. 128–133.

УДК 535.016 PACS 42.79.–e, 77.55.+f, 78.20.–e
DOI 10.52684/2312-3702-2023-45-3-133-139

МОДЕЛЬ ПРОСВЕТЛЕНИЯ ОДНОСЛОЙНОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОКРЫТИЯ В ИНТЕРВАЛЕ УГЛОВ ПАДЕНИЯ

И. Л. Шульман, Г. Л. Россовский, А. А. Ефанов, В. Е. Захаров

Шульман Илья Леонидович, кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики – 3, МИРЭА – Российский технологический университет, г. Москва, Российская Федерация, тел.: + 7 (916) 320-95-98; e-mail: shulman@mirea.ru;

Россовский Григорий Леонидович, ассистент кафедры высшей математики – 3, МИРЭА – Российский технологический университет, г. Москва, Российская Федерация; e-mail: rosskovskij@mirea.ru;

Ефанов Антон Александрович, ассистент кафедры высшей математики – 3, МИРЭА – Российский технологический университет, г. Москва, Российская Федерация; e-mail: efanov@mirea.ru;

Захаров Виталий Евгеньевич, кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики, МИРЭА – Российский технологический университет, г. Москва, Российская Федерация; e-mail: zaharov@mirea.ru

В работе сформулирована и решена одна из задач просветления однослойной диэлектрической системы при прохождении через нее плоской электромагнитной волны. Рассмотрено просветление в интервале углов падения и получены необходимые и достаточные условия существования решений этой задачи.

Ключевые слова: просветление, оптика, оптические покрытия.

MODEL OF ARRANGEMENT OF A SINGLE LAYER DIELECTRIC COATING
IN THE RANGE OF INCIDENT ANGLES

I. L. Shulman, G. L. Rossovsky, A. A. Efanov, V. E. Zakharov

Shulman Ilya Leonidovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics - 3, MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russian Federation, phone: + 7 (916) 320-95-98; e-mail: shul-man@mirea.ru;

Rossovsky Grigory Leonidovich, assistant of the department of higher mathematics - 3, MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russian Federation; e-mail: rosskovskij@mirea.ru;

Efanov Anton Aleksandrovich, assistant of the department of higher mathematics - 3, MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russian Federation; e-mail: efanov@mirea.ru;

Zakharov Vitaly Evgenievich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russian Federation; e-mail: zaharov@mirea.ru

In this work, one of the problems of brightening a single-layer dielectric system when a plane electromagnetic wave passes through it is formulated and solved. The brightening in the range of angles of incidence is considered and necessary and sufficient conditions for the existence of solutions to this problem are obtained.

Keywords: coating, optics, optical coatings.

Введение

Одной из важнейших практических задач в оптике является задача просветления, т.е. уменьшения энергетических потерь, вызванных отражением при переходе волны из одной среды в другую. Антибликовые покрытия используются в самых разнообразных задачах науки и техники. В них желательны низкие потери, обусловленные поглощением и отражением, а примеры применения включают антибликовые покрытия на корректирующих линзах и элементах объектива камеры, а также просветляющие покрытия на солнечных элементах [1] и, например, в оптических коммутационных системах [2, 3].

В настоящее время был опубликован целый ряд обзорных работ по просветляющим покрытиям [4–12].

Существуют два основных подхода в достижении просветляющего эффекта: один заключается в нанесении тонких пленок, таких как одно-, двух- и многослойные пленки, на подложку, а другой включает в себя покрытия с градуированным показателем преломления (GRIN) с помощью пористых и наноструктурированных матриц [13–15].

Анализ оптических свойств и механической стабильности различных конфигураций тонкопленочных антибликовых покрытий с использованием различных материалов имеет решающее значение для получения надежного и высокоэффективного просветляющего покрытия. Согласование показателей преломления уменьшает отражение за счет постепенного уменьшения показателя преломления пленки от показателя преломления воздуха до показателя преломления подложки, обеспечивая максимальное пропускание света. Кроме того, просветляющее свойство достигается путем модификации поверхности, такой как текстурирование [16–18].

Как уже было отмечено выше, один из подходов заключается в использовании антибликовых покрытий с градуированным показателем преломления (GRIN), то есть покрытий с почти

непрерывно изменяющимся показателем преломления [19]. С их помощью можно уменьшить отражение в широком диапазоне частот и углов падения. Одним из недостатков указанного подхода является сложность изготовления таких покрытий и, как следствие, их высокая стоимость.

В теории фильтров имеются две важные задачи – это анализ и синтез. Вторая задача – синтез, является более сложной и более важной для практики. Она состоит в нахождении параметров многослойной системы, обеспечивающих достижение заданных оптических характеристик этой системы. Задача синтеза формулируется в виде задачи оптимизации некоторой нелинейной функции, определяемой множеством допустимых значений параметров многослойной системы.

Достаточно удобным подходом к решению задач распространения электромагнитных волн для многослойных систем является матричный метод [20,21]. Идея этого метода заключается в том, что вводится вектор, компонентами которого являются амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей. Тогда связь компонент этого вектора, например, на соседних границах многослойной системы может быть записана в виде:

$$\begin{pmatrix} E_{j-1} \\ H_{j-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11}^j & m_{12}^j \\ m_{21}^j & m_{22}^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_j \\ H_j \end{pmatrix} = M_j \begin{pmatrix} E_j \\ H_j \end{pmatrix},$$

где M_j – характеристическая матрица или матрица интерференции j -го слоя.

Несколько другой матричный метод был представлен, например, в работе [22]. В нем вводится вектор, компонентами которого являются напряженность электрического поля в падающей и отраженной волнах. В этой же работе приводятся формулировки нескольких задач просветления, однако во всех этих задачах, электромагнитная волна падает на систему слоев нормально.

В представленной работе будет сформулирована и решена задача просветления при паде-

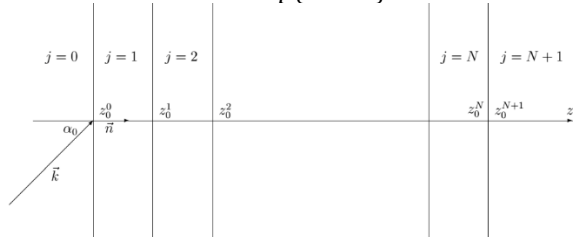
нии плоской монохроматической электромагнитной волны на однослойную систему и будут найдены условия, необходимые и достаточные для существования решений этой задачи. Кроме того, будут получены соотношения, позволяющие определить толщину слоя.

Рассматриваемая модель

Имеется магнито-диэлектрическая система (МДС) N -плоскопараллельных слоев с заданными физическими параметрами: h_j - толщина j -го слоя, $\varepsilon_j > 0$ и $\mu_j > 0$ - диэлектрическая и магнитная проницаемости j -го слоя соответственно ($j=1,2,\dots,N$). Слева и справа от этой системы слоев имеются два полубесконечных пространства (далее полупространства \mathbb{R}_-^3 и \mathbb{R}_+^3 соответственно) с физическими параметрами $\varepsilon_0 > 0$ и $\mu_0 > 0$ (для левого полупространства) и $\varepsilon_{N+1} > 0$ и $\mu_{N+1} > 0$ (для правого полупространства). Каждый слой системы и оба полупространства являются однородными и изотропными средами. Во всех средах, а также на их границах раздела отсутствуют свободные заряды и токи проводимости.

Из левого полупространства на систему слоев падает плоская однородная монохроматическая электромагнитная волна (см. рис. ниже), в которой колебания напряженности электрического поля совершаются по гармоническому закону:

$$E \sim \exp\{-i\omega t\}.$$



Угол падения равен γ . Известны амплитуды напряженности электрического поля волны, прошедшей через МДС и волны, «отраженной от $+\infty$ » на правой границе МДС.

В этой работе рассматривается падение ТЕ-волны (s-поляризация) на МДС. В такой волне векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} имеют компоненты: $\vec{E} = (0, E_y, 0)$, $\vec{H} = (H_x, 0, H_z)$, где $E_y(\vec{r}, t) = E_y(\vec{r}) \exp\{-i\omega t\}$, $H_x(\vec{r}, t) = H_x(\vec{r}) \exp\{-i\omega t\}$, $H_z(\vec{r}, t) = H_z(\vec{r}) \exp\{-i\omega t\}$.

Поскольку по условию поставленной задачи все среды однородны и изотропны, а токи проводимости \vec{j} и свободные заряды ρ отсутствуют, то уравнения Максвелла для каждого слоя будут иметь вид:

$$\operatorname{div} \vec{E}^j = 0, \operatorname{div} \vec{H}^j = 0, \operatorname{rot} \vec{E}^j = -\frac{\mu_j}{c} \frac{\partial \vec{H}^j}{\partial t},$$

$$\operatorname{rot} \vec{H}^j = \frac{\varepsilon_j}{c} \frac{\partial \vec{E}^j}{\partial t},$$

где j - номер слоя ($j=0,1,\dots,N+1$).

В дальнейшем вместо ω/c будет использоваться обозначение ω . Введем обозначения:

$$t_j \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\varepsilon_j \mu_j} (z - z_0^j) \cos \gamma_j \quad p_j \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{\varepsilon_j}{\mu_j}}$$

$$\tau_j \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\varepsilon_j \mu_j} (x - x_0^j) \sin \gamma_j$$

Решение приведенных уравнений Максвелла в рассматриваемом случае ТЕ-волны удобно представить в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} E_y^j \\ H_x^j \\ H_z^j \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -p_j \cos \gamma_j \\ p_j \sin \gamma_j \end{bmatrix} e^{i\omega t_j} + c_1^j \begin{bmatrix} 1 \\ p_j \cos \gamma_j \\ p_j \sin \gamma_j \end{bmatrix} e^{-i\omega t_j} \Big] e^{i\omega \tau_j}, \quad (1)$$

где c_0 и c_1 - амплитуды падающей и отраженной волн, γ - угол между направлением распространения волны и положительным направлением оси Oz .

Обозначим $\vec{c}_j = \begin{pmatrix} c_0^j \\ c_1^j \end{pmatrix}$. Тогда из граничных

условий для компонент E_y и H_x можно получить основное рекуррентное соотношение $\vec{c}_j = T_{j+1} \vec{c}_{j+1}$, где T_j - матрица передачи j -го слоя. Прямое вычисление приводит к следующему выражению для матрицы передачи j -го слоя:

$$T_j = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1 + \theta_j) e^{-i\omega v_j} & \frac{1}{2}(1 - \theta_j) e^{i\omega v_j} \\ \frac{1}{2}(1 - \theta_j) e^{-i\omega v_j} & \frac{1}{2}(1 + \theta_j) e^{i\omega v_j} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $\theta_j = \frac{p_j \cos \gamma_j}{p_{j-1} \cos \gamma_{j-1}}$, $v_j = n_j h_j \cos \gamma_j$, h_j - толщина j -го слоя.

Основное соотношение, связывающее амплитуды, падающей и отраженной волн в левом полупространстве с амплитудами падающей (отраженной от бесконечности) и прошедшей волн в правом полупространстве:

$$\vec{c}_0 = T \vec{c}_{N+1}, \quad (3)$$

где $T = \begin{pmatrix} \tau_{00} & \tau_{01} \\ \tau_{10} & \tau_{11} \end{pmatrix} = \prod_{j=1}^{N+1} T_j$, $\vec{c}_0 = \begin{pmatrix} c_0^0 \\ c_1^0 \end{pmatrix}$, $\vec{c}_{N+1} = \begin{pmatrix} c_0^{N+1} \\ c_1^{N+1} \end{pmatrix}$.

Определим энергетический коэффициент отражения R в соответствии с формулой:

$$R = \frac{|c_1^0|^2}{|c_0^0|^2} = \frac{F}{|c_0^0|^2}, \quad (4)$$

где $F = |c_1^0|^2$ - профилирующая функция. Используя выражение (2) и тот факт, что матрица передачи МДС находится как произведение матриц передачи слоев, несложно показать [3], что для однослойной системы:

$$F = \alpha_0^2 \cos^2 t + \alpha_1^2 \sin^2 t = \alpha_0^2 + (\alpha_1^2 - \alpha_0^2) \sin^2 t, \quad (5)$$

где $\alpha_0^2 = \frac{1}{4}(1 - \theta)^2$, $\alpha_1^2 = \frac{1}{4}(\theta_2 - \theta_1)^2$, $\theta_1 \theta_2 = \theta = \det T$, $t = \omega n_1 h \cos \gamma$, h - толщина слоя. Обозначим R_F - коэффициент отражения Френеля, т.е. коэффициент отражения при отсутствии МДС - от границы между полупространствами \mathbb{R}_-^3 и \mathbb{R}_+^3 .

$$R_F = \frac{|c_1^0|^2}{|c_0^0|^2} = \frac{(1/2(1-\theta))^2}{|c_0^0|^2} = \frac{\alpha_0^2}{|c_0^0|^2}. \quad (6)$$

Постановка задачи просветления. При фиксированных частоте ω , показателе преломления n_1 и фиксированном интервале углов падения



$[\Gamma_1, \Gamma_2]$ для однослойной МДС подобрать параметры p_1 и h таким, чтобы минимизировать по p_1 и h максимальное значение энергетического коэффициента отражения на этой частоте для всех углов падения из заданного промежутка:

$$\max_{[\Gamma_1, \Gamma_2]} R(p_1, h, n_1, \omega, \gamma) \rightarrow \min_{p_1, h}$$

и при этом, чтобы выполнялось неравенство: $R(p_1, h, n_1, \omega, \gamma) < R_F(\gamma); \forall \gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2]$

Определение. Окном просветления (T_1, T_2) будем называть интервал значений t (см. (5)) такой, что $F(t) < \alpha_0^2 \forall t \in (T_1, T_2)$.

Неравенство $R(p_1, h, n_1, \omega, \gamma) < R_F(\gamma); \forall \gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2]$, являющееся необходимым условием просветления, с учетом выражений (4)-(6) можно записать в виде

$$\alpha_1^2(\gamma) < \alpha_0^2(\gamma); \forall \gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2]. \quad (7)$$

В случае, если $R_F(\gamma_0^1) = 0$ просветление, очевидно, невозможно. Угол падения, при котором френелевское отражение отсутствует, находится из уравнения $\alpha_0^2(\gamma_0^1) = 0$:

$$\sin \gamma_0^1 = \frac{n_2}{n_0} \sqrt{\frac{(p_2/p_0)^2 - 1}{(p_2/p_0)^2 - (n_2/n_0)^2}}. \quad (8)$$

Поскольку минимальное и максимальное значения профилирующей функции при $N=1$ определяется величинами θ и θ_1 ($\theta_2 = \theta/\theta_1$), то найдем зависимость этих величин от угла падения γ :

$$\theta(\gamma) = \frac{p_2 \cos \gamma_2}{p_0 \cos \gamma} = \frac{p_2}{p_0} \sqrt{\text{tg}^2 \gamma \left(1 - \left(\frac{n_0}{n_2}\right)^2\right) + 1} \quad (9)$$

Аналогично находим:

$$\theta_1(\gamma) = \frac{p_1 \cos \gamma_1}{p_0 \cos \gamma} = \frac{p_1}{p_0} \sqrt{\text{tg}^2 \gamma \left(1 - \left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2\right) + 1}. \quad (10)$$

Параметр $\alpha_0^2(\theta) = \frac{1}{4}(1 - \theta)^2$ имеет два участка монотонности: $0 < \theta < 1$, где он убывает и $\theta > 1$, где возрастает.

Как видно из явного представления (9) величины θ , она зависит только от параметров p_0, n_0 и p_2, n_2 левого и правого полупространств \mathbb{R}_-^3 и \mathbb{R}_+^3 , а также от угла падения γ . Найдем такие значения параметра p_1 слоя МДС, чтобы выполнялось необходимое условие просветления (7).

Выбор параметра p_1 слоя МДС

Здесь необходимо рассмотреть два возможных случая:

1. Значение угла $\gamma_0^1: \alpha_0^2(\gamma_0^1) = 0$ не попадает в интервал $[\Gamma_1, \Gamma_2]$. Вследствие монотонности и непрерывности на участке $[\Gamma_1, \Gamma_2]$ ($0 \leq \Gamma_1 < \Gamma_2 < \pi/2$) функции $\theta(\gamma)$, она принимает наибольшее и наименьшее значения на концах этого промежутка, и все значения между ними достигаются во внутренних точках. При сделанном предположении ($\gamma_0^1 \notin [\Gamma_1, \Gamma_2]$) $\theta(\gamma) \neq 1$ ни в одной точке этого промежутка. Вследствие же монотонного убывания $\alpha_0^2(\theta)$ при $\theta \in (0, 1)$ и монотонного возрастания при $\theta > 1$, оба значения $\alpha_0^2(\theta(\Gamma_1))$ и $\alpha_0^2(\theta(\Gamma_2))$ лежат по одну сторону от прямой $\theta = 1$: либо слева ($\theta(\Gamma_1) < 1, \theta(\Gamma_2) < 1$) либо справа ($\theta(\Gamma_1) > 1, \theta(\Gamma_2) > 1$).

2. $\gamma_0^1 \in [\Gamma_1, \Gamma_2]$. В этом случае значения $\theta(\Gamma_1)$ и $\theta(\Gamma_2)$ лежат по разные стороны от прямой $\theta = 1$.

Случай 1. $\gamma_0^1: \alpha_0^2(\gamma_0^1) = 0, \gamma_0^1 \notin [\Gamma_1, \Gamma_2]$. В силу монотонности $\theta(\gamma)$ оба значения $\theta(\Gamma_1)$ и $\theta(\Gamma_2)$ или меньше 1, или больше 1. Выполнение равенства:

$$\alpha_1^2(\theta_1, \theta) = \frac{1}{4} \left(\theta_1 - \frac{\theta}{\theta_1}\right)^2 = \alpha_0^2(\theta) = \frac{1}{4}(1 - \theta)^2 \Leftrightarrow \left|\theta_1 - \frac{\theta}{\theta_1}\right| = |1 - \theta|$$

возможно только при $\theta_1 = \pm 1$ или $\theta_1 = \pm \theta$. Поскольку $\theta_1 > 0$, то отрицательные значения рассматриваться не будут. Определим, в каком случае $\alpha_1^2(\theta_1, \theta) = 0$. Это равенство выполняется при $\theta_1 = \sqrt{\theta}$. Учитывая, что $\alpha_1^2(\theta_1) \geq 0$ имеем: при $\theta_1 < \sqrt{\theta}$ $\alpha_1^2(\theta_1)$ строго монотонно убывает, а при $\theta_1 > \sqrt{\theta}$ - строго монотонно возрастает. Если $\theta < 1$, то $\theta < \sqrt{\theta} < 1$, а если $\theta > 1$ то $1 < \sqrt{\theta} < \theta$. В обоих этих случаях $\alpha_1^2(\theta_1)$ внутри указанных интервалов достигает нуля, неотрицательна и имеет два участка монотонности. Максимальное значение $\alpha_1^2(\theta_1)$, равное α_0^2 достигается на границе этого множества. Таким образом, при каждом фиксированном значении θ необходимое условие просветления 7 может выполняться только в интервале $(\theta, 1)$ если $\theta < 1$ или в интервале $(1, \theta)$, если $\theta > 1$.

1. Если $\theta(\Gamma_1) < 1, \theta(\Gamma_2) < 1$. В этом случае $\theta_1 \in (\theta, 1)$ для каждого значения угла падения $\gamma_0 \in [\Gamma_1, \Gamma_2]$. Тогда необходимо, чтобы $\theta(\gamma) < \theta_1(\gamma) < 1 \forall \gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2]$.

Найдем такие значения параметра p_1 слоя МДС, чтобы выполнялось это двойное неравенство.

$$\frac{p_2}{p_0} \sqrt{\text{tg}^2 \gamma \left(1 - \left(\frac{n_0}{n_2}\right)^2\right) + 1} < \frac{p_1}{p_0} \sqrt{\text{tg}^2 \gamma \left(1 - \left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2\right) + 1} < 1 \quad \forall \gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2]. \quad (11)$$

Обозначим для краткости

$$\chi(\gamma) = \sqrt{\text{tg}^2 \gamma \left(1 - \left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2\right) + 1}. \quad (12)$$

Тогда неравенство (11) для параметра p_1 можно записать в виде:

$$p_0 \frac{\theta(\gamma)}{\chi(\gamma)} < p_1 < \frac{p_0}{\chi(\gamma)} \quad \forall \gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2] \quad (13)$$

или

$$p_0 \max_{\chi(\gamma)} \left(\frac{\theta(\gamma)}{\chi(\gamma)}\right) < p_1 < \frac{p_0}{\max_{\chi(\gamma)}}, \quad (13a)$$

где максимум ищется по всем значениям $\gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2]$. Из определения функции $\chi(\gamma)$ (формула (12)) видно, что она монотонно возрастает при $n_1 > n_0$ и убывает при $n_1 < n_0$, а потому

$$\max_{\gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2]} \chi(\gamma) = \max\{\chi(\Gamma_1), \chi(\Gamma_2)\}$$

2. Если $\theta(\Gamma_1) > 1, \theta(\Gamma_2) > 1$. В этом случае $\theta_1 \in (1, \theta)$ для каждого значения угла падения $\gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2]$. Тогда необходимо, чтобы $1 < \theta_1(\gamma) < \theta(\gamma) \forall \gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2]$, или

$$\frac{p_0}{\chi(\gamma)} < p_1 < p_0 \frac{\theta(\gamma)}{\chi(\gamma)} \quad \forall \gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2] \quad (14)$$

или

$$\frac{p_0}{\min \chi(\gamma)} < p_1 < p_0 \min \left(\frac{\theta(\gamma)}{\chi(\gamma)} \right) \quad (14a)$$

Поведение функции $\frac{\theta(\gamma)}{\chi(\gamma)}$ на промежутке $[\Gamma_1, \Gamma_2]$.

Введем обозначения:

$$G = G(\gamma) = \frac{\theta(\gamma)}{\chi(\gamma)}; \quad a = 1 - \left(\frac{n_0}{n_2} \right)^2; \quad b = 1 - \left(\frac{n_0}{n_1} \right)^2;$$

$$x = x(\gamma) = tg^2 \gamma$$

Тогда, учитывая эти обозначения, а также формулы (9) и (12):

$$g = g(x) = p_2 \frac{\sqrt{ax+1}}{\sqrt{bx+1}}$$

$$g' = \frac{p_2}{bx+1} \left(\frac{a\sqrt{bx+1}}{\sqrt{ax+1}} - \frac{b\sqrt{ax+1}}{\sqrt{bx+1}} \right) x'$$

$$g' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{a\sqrt{bx+1}}{\sqrt{ax+1}} - \frac{b\sqrt{ax+1}}{\sqrt{bx+1}} = 0 \\ x' = 0 \\ a = b \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \gamma = 0 \text{ т.к. } \gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2], 0 \leq \Gamma_1 < \Gamma_2 < \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

Случай $a = b$ возможен только при $n_1 = n_2$, но тогда $G(\gamma) = p_2 \forall \gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2]$, что не представляет интереса. Таким образом, функция $F = \frac{\theta(\gamma)}{\chi(\gamma)}$

не может достигать наибольшего или наименьшего значений во внутренних точках $[\Gamma_1, \Gamma_2]$, т.е. является монотонной. Производная $x' = tg \gamma \cdot \frac{1}{\cos^2 \gamma} > 0 \forall \gamma \in (0, \Gamma_2], \Gamma_2 < \frac{\pi}{2}$, поэтому возрастание и убывание функции G определяется только знаком выражения

$$\frac{a\sqrt{bx+1}}{\sqrt{ax+1}} - \frac{b\sqrt{ax+1}}{\sqrt{bx+1}}$$

$$g' > 0 \Rightarrow \frac{a\sqrt{bx+1}}{\sqrt{ax+1}} - \frac{b\sqrt{ax+1}}{\sqrt{bx+1}} > 0 \Rightarrow \frac{bx+1}{ax+1} > \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} < 1$$

Рассмотрев четыре возможных случая ($a > 0 \Leftrightarrow n_0 < n_2; b > 0 \Leftrightarrow n_0 < n_1$ и обратные им неравенства), можно получить, что функция g монотонно возрастает, если $n_0 < n_1 < n_2$ или $n_2 < n_1 < n_0$, или $n_1 < n_0 < n_2$, или $n_2 < n_0 < n_1$. Более коротко скажем, что g монотонно возрастает, если промежуточное значение принимает n_0 или n_1 . Кроме этого, g монотонно возрастает, если $n_2 > n_1 = n_0$ или $n_0 = n_2 > n_1$. Во всех этих случаях $\max \left(\frac{\theta(\gamma)}{\chi(\gamma)} \right) = \frac{\theta(\Gamma_2)}{\chi(\Gamma_2)}$, $\min \left(\frac{\theta(\gamma)}{\chi(\gamma)} \right) = \frac{\theta(\Gamma_1)}{\chi(\Gamma_1)}$.

Аналогичное рассмотрение позволяет сделать вывод, что g монотонно убывает, если промежуточное значение принимает n_2 , или $n_2 < n_1 = n_0$, или $n_0 = n_2 < n_1$. В этих случаях $\max \left(\frac{\theta(\gamma)}{\chi(\gamma)} \right) = \frac{\theta(\Gamma_1)}{\chi(\Gamma_1)}$, $\min \left(\frac{\theta(\gamma)}{\chi(\gamma)} \right) = \frac{\theta(\Gamma_2)}{\chi(\Gamma_2)}$.

Таким образом, для выполнения необходимого условия просветления (7) необходимо и достаточно, чтобы параметр p_1 удовлетворял одному из неравенств:

$$p_0 \max \left\{ \frac{\theta(\Gamma_1)}{\chi(\Gamma_1)}, \frac{\theta(\Gamma_2)}{\chi(\Gamma_2)} \right\} < p_1 < \frac{p_0}{\max \{ \chi(\Gamma_1), \chi(\Gamma_2) \}}, \text{ если } \theta(\Gamma_1) < 1, \theta(\Gamma_2) < 1 \quad (15)$$

или

$$\frac{p_0}{\min \{ \chi(\Gamma_1), \chi(\Gamma_2) \}} < p_1 <$$

$$p_0 \min \left\{ \frac{\theta(\Gamma_1)}{\chi(\Gamma_1)}, \frac{\theta(\Gamma_2)}{\chi(\Gamma_2)} \right\}, \text{ если } \theta(\Gamma_1) > 1, \theta(\Gamma_2) > 1 \quad (16)$$

Если же $(\theta(\Gamma_1) - 1)(\theta(\Gamma_2) - 1) < 0$, то никаким выбором параметра p_1 нельзя добиться выполнения необходимого условия просветления (7), поскольку в заданном промежутке углов падения есть такой (определяемый из выражения (8)), при котором правая часть неравенства (7) обращается в нуль (отсутствует френелевское отражение, $R_F = 0$).

Оптические материалы

Одним из важных практических случаев является случай, когда $\mu_0 = \mu_1 = \mu_2 = 1$, $\varepsilon_2 > \varepsilon_0$. Тогда

$$p_i = \sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\mu_i}} = \sqrt{\varepsilon_i \mu_i} = n_i, i = 0, 1, 2; n_2 > n_0 \quad (17)$$

Т.е. параметр p_1 , обратный импедансу слоя, совпадает с его показателем преломления n_1 .

В этом случае

$$\theta(\gamma) = \frac{n_2}{n_0} \sqrt{tg^2 \gamma \left(1 - \left(\frac{n_0}{n_2} \right)^2 \right) + 1} > 1$$

Найдем условия, которым должен удовлетворять показатель преломления n_1 слоя, для того чтобы выполнялось необходимое условие просветления. Поскольку $\theta(\gamma) > 1$, то необходимо, чтобы выполнялось неравенство (14), или, учитывая сделанные предположения (17), а также выражения (9) и (12) для $\theta(\gamma)$ и $\chi(\gamma)$ соответственно:

$$\frac{n_0}{\sqrt{tg^2 \gamma \left(1 - \left(\frac{n_0}{n_1} \right)^2 \right) + 1}} < n_1$$

$$< n_2 \sqrt{\frac{tg^2 \gamma \left(1 - \left(\frac{n_0}{n_2} \right)^2 \right) + 1}{tg^2 \gamma \left(1 - \left(\frac{n_0}{n_1} \right)^2 \right) + 1}} \quad \forall \gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2]$$

Решая это двойное неравенство относительно n_1 , получаем, что

$$n_0 \sqrt{2} \cos \Gamma_1 < n_1 < n_0 \sqrt{\frac{n_2^2}{n_0^2} - 1 + 2 \cos^2 \Gamma_2} \quad (18)$$

Такие значения показателя преломления существуют, если

$$n_0 \sqrt{2} \cos \Gamma_1 < n_0 \sqrt{\frac{n_2^2}{n_0^2} - 1 + 2 \cos^2 \Gamma_2} \Rightarrow \frac{n_2^2}{n_0^2} > 2(\cos^2 \Gamma_1 - \cos^2 \Gamma_2) + 1 \quad (19)$$

Условие (19) позволяет определить, возможно ли, в принципе, подобрать материал слоя таким, что при заданных значениях показателей преломления n_0 и n_2 (среды и подложки соответственно) выполнялось необходимое условие просветления сразу для всех углов падения волны из промежутка $[\Gamma_1, \Gamma_2]$.

Выбор толщины слоя.

Наименьшее значение профилирующей функции (5) есть α_1^2 , однако для различных уг-

лов падения это значение различно. Для минимизации наибольшего значения энергетического коэффициента отражения воспользуемся методом подвижного отрезка, подробное изложение которого приведено в работе [22]. Профилирующая функция, как функция переменной t , является периодической, с периодом равным π . Поскольку $t = \omega n_1 h \cos \gamma$, то при каждом фиксированном угле падения $\gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2]$ профилирующая функция, как функция толщины слоя, достигает своего наибольшего и наименьшего значений ($\alpha_0^2(\gamma)$ и $\alpha_1^2(\gamma)$ соответственно). Если толщина слоя будет слишком большой, то может оказаться, что $T_1 = \omega n_1 h \cos \Gamma_2$ и $T_2 = \omega n_1 h \cos \Gamma_1$ будут удовлетворять неравенству:

$$T_2 - T_1 > \pi$$

В силу непрерывности профилирующей функции по переменной γ , найдется такое значение угла падения γ , что при выбранной толщине слоя:

$$F(\gamma) = \alpha_0^2 + (\alpha_1^2 - \alpha_0^2) \sin^2 t(\gamma) = \alpha_0^2(\gamma)$$

Тогда при такой толщине слоя для этого угла падения не будет выполняться необходимое условие просветления $\alpha_1^2(\gamma) < \alpha_0^2(\gamma)$. Выберем толщину так, чтобы T_1 и T_2 удовлетворяли неравенству $T_2 - T_1 < \pi$ и, кроме того, потребуем, чтобы $t \neq \pi m \forall \gamma \in [\Gamma_1, \Gamma_2], m \in \mathbb{Z}$. Тогда все значения t будут принадлежать одному и тому же окну просветления. Из-за периодичности профилирующей функции, окон просветления может быть бесконечно много.

$F(t)$ имеет в k -м окне просветления минимум при $t_k = \frac{\pi}{2}(2k + 1), k \geq 0$. тогда условие $F(T_1^k) = F(T_2^k)$ выполняется если:

$$T_1^k = \omega n_1 h_k \cos \Gamma_2 = \frac{\pi}{2}(2k + 1) - \Delta t,$$

$$T_2^k = \omega n_1 h_k \cos \Gamma_1 = \frac{\pi}{2}(2k + 1) + \Delta t, \quad \Delta t < \frac{\pi}{2}$$

где последнее неравенство является необходимым и достаточным условием того, что концы интервала $[T_1^k, T_2^k]$ окажутся внутри одного и того же окна просветления. При всех промежуточных значениях угла падения $T_1^k \leq t(\gamma) \leq T_2^k$. Это означает, что наибольшее значение $F(t)$ (а вместе с ней и коэффициент отражения) принимает на концах отрезка $[\Gamma_1, \Gamma_2]$. Внутри каждого окна просветления ($\pi k < t < \pi(k + 1)$) график профилирующей функции симметричен относительно прямой $t = \frac{\pi}{2}(2k + 1)$:

$$F\left(\frac{\pi}{2}(2k + 1) - \Delta t\right) = F\left(\frac{\pi}{2}(2k + 1) + \Delta t\right)$$

Отсюда приходим к соотношениям:

$$T_1^k + T_2^k = \pi(2k + 1) = \omega n_1 h_k (\cos \Gamma_1 + \cos \Gamma_2)$$

$$h_k = \frac{\pi(2k+1)}{\omega n_1 (\cos \Gamma_1 + \cos \Gamma_2)} \quad (20)$$

$$\Delta t = \frac{1}{2} \omega n_1 h_k (\cos \Gamma_1 - \cos \Gamma_2) < \frac{\pi}{2} \quad (21)$$

Равенство 20 определяет условие, которому должен удовлетворять параметр h (толщина) слоя МДС, чтобы было минимизировано значение

энергетического коэффициента отражения на заданной частоте в диапазоне углов падения $[\Gamma_1, \Gamma_2]$.

Второе неравенство определяет наибольшее значение энергетического коэффициента отражения, поскольку при выбранной толщине слоя (удовлетворяющей равенству (20)) однозначно определяется величина Δt , а вместе с ней и наибольшее значение профилирующей функции $F\left(\Delta t + \frac{\pi}{2}\right)$, которая пропорциональна энергетическому коэффициенту отражения.

Подставив в неравенство (21) выражение (20), и выполнив преобразования, находим, что:

$$0 \leq k < \frac{\cos \Gamma_2}{\cos \Gamma_1 - \cos \Gamma_2}, k \in \mathbb{Z}. \quad (22)$$

Центру k -го окна просветления соответствует значение $t_k = \frac{\pi}{2}(2k + 1)$, а его ширина есть $2\Delta t = \omega n_1 h_k (\cos \Gamma_1 - \cos \Gamma_2)$ (см. (21)), которая зависит от толщины слоя. По мере увеличения толщины слоя (а точнее величины $n_1 h_k$) увеличивается величина Δt , а значение T_2^k , приближается к границе окна просветления, что ведет к росту значения $F(t)$. Таким образом, чем уже окно просветления, тем меньше значения $\max_{[\Gamma_1, \Gamma_2]} F(t)$. Поэтому, среди всех возможных окон просветления (а их конечное число, определяемое неравенством (22)) имеет одно (нулевое окно просветления), где $\max_{[\Gamma_1, \Gamma_2]} F(t)$ достигает минимума. Соответствующая толщина слоя определяется из равенства (20) при $k = 0$:

$$h_{\min} = h(k = 0) = \frac{\pi}{\omega n_1 (\cos \Gamma_1 + \cos \Gamma_2)} \quad (23)$$

Заключение.

В работе было рассмотрено падение плоской электромагнитной волны s-поляризации в диапазоне углов падения $[\Gamma_1, \Gamma_2]$ на однослойную магнито-диэлектрическую систему. Была сформулирована и решена задача просветления, а также найдены необходимые и достаточные для существования решений условия (неравенства (15), (16) и равенство (20)), накладываемые на физические параметры слоя и его толщину. Полученное неравенство (22) показывает, что возможно существование лишь конечного числа окон просветления, причем «наилучшим» является нулевое, которому соответствует толщина слоя (23). Кроме того, установлено, что в случае, если в интервал углов падения волны попадает угол, определяемый равенством (8), то поставленная задача просветления заведомо не может иметь решений.

Полученные результаты могут найти свое применение при создании новых оптических покрытий и приборов. Так, например, если показатель преломления слоя удовлетворяет неравенству (18) (которое легко проверяется при заданных значениях показателей преломления среды и подложки, а также при заданном интервале углов падения волны), то этот материал может использо-

ваться в качестве просветляющего покрытия. Толщина покрытия определяется по формуле (20) для тех значений k , которые удовлетворяют неравенству (22). При этом, если таких значений k оказалось несколько, то «наилучшее» просветление

будет при минимальной толщине (соответствующей значению $k = 0$). Более того, полученные результаты могут быть использованы для того, чтобы определить, в интервале каких углов заданный материал может быть использован как просветляющее покрытие.

Список литературы

1. Hemant Kumar Raut, V. Anand Ganesh, A. Sreekumaran Nairb, Seeram Ramakrishna "Anti-reflective coatings: A critical, in-depth review". *Energy & Environmental Science* 2011. 4 (10): 3779–3804.
2. Е.А. Барабанова, А.В. Киктев, В.А. Круглов "Принципы построения быстродействующих оптических коммутационных систем" *Инженерно-строительный вестник Прикаспия: научно-технический журнал, Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань: ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2018. № 3 (25). С. 36–41.*
3. Круглов В.А., Киктев А.В. "Анализ алгоритмов оптической коммутации" *Инженерно-строительный вестник Прикаспия: научно-технический журнал, Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань: ГАОУ АО ВО «АГАСУ» 2019. № 2 (28). С. 62–69.*
4. Sarkin, A.S., Ekren, N., Saglam S. "A review of anti-reflection and self-cleaning coatings on photovoltaic panels". *Sol. Energy* 2020, 199, 63–73.
5. Mozumder M.S., Mourad A.-H.I., Pervez H., Surkatti R. "Recent developments in multifunctional coatings for solar panel applications: A review". *Sol. Energy Mater. Sol. Cells* 2019, 189, 75–102.
6. Han Z., Jiao Z., Niu S., Ren L. "Ascendant Bioinspired Antireflective Materials: Opportunities and Challenges Coexist". *Prog. Mater. Sci.* 2019, 103, 1–68.
7. Hanaei H., Assadi M.K., Saidur R. "Highly efficient antireflective and self-cleaning coatings that incorporate carbon nanotubes (CNTs) into solar cells: A review. *Renew. Sustain. Energy Rev.* 2016, 59, 620–635.
8. Han Z.W., Wang Z., Feng X.M., Li B., Mu Z.Z., Zhang J.Q., Niu S.C., Ren L.Q. "Antireflective surface inspired from biology: A review". *Biosurface Biointerface*. 2016, 2, 137–150.
9. Mehmood U., Al-Sulaiman F.A., Yilbas B.S., Salhi B., Ahmed S.H.A., Hossain M.K. "Superhydrophobic surfaces with antireflection properties for solar applications: A critical review". *Sol. Energy Mater. Sol. Cells* 2016, 157, 604–623.
10. Yao L., He J. "Recent progress in antireflection and self-cleaning technology—From surface engineering to functional surfaces". *Prog. Mater. Sci.* 2014, 61, 94–143.
11. Raut H.K., Ganesh V.A., Nair A.S., Ramakrishna S. "Anti-reflective coatings: A critical, in-depth review". *Energy Environ. Sci.* 2011, 4, 3779.
12. Chattopadhyay S., Huang Y.F., Jen Y.J., Ganguly A., Chen K.H., Chen L.C. "Anti-reflecting and photonic nanostructures". *Mater. Sci. Eng. R Rep.* 2010, 69, 1–35.
13. Leem J.W., Yu J.S. "Artificial inverted compound eye structured polymer films with light-harvesting and self-cleaning functions for encapsulated III–V solar cell applications". *RSC Adv.* 2015, 5, 60804–60813
14. Raut H.K., Dinachali S.S., He A.Y., Ganesh V.A., Saifullah M.S.M., Law J., Ramakrishna S. "Robust and durable polyhedral oligomeric silsesquioxane-based anti-reflective nanostructures with broadband quasi-omnidirectional properties". *Energy Environ. Sci.* 2013, 6, 1929
15. Kim S., Jung U.T., Kim S.-K., Lee J.-H., Choi H.S., Kim C.-S., Jeong M.Y. "Nanostructured Multifunctional Surface with Antireflective and Antimicrobial Characteristics". *ACS Appl. Mater. Interfaces* 2015, 7, 326–331.
16. Peng Y.-J., Huang H.-X., Xie H. "Rapid fabrication of antireflective pyramid structure on polystyrene film used as protective layer of solar cell". *Sol. Energy Mater. Sol. Cells* 2017, 171, 98–105.
17. Zhang X., Ji D., Lei T., Zhao B., Song K., Hu W., Wang J.-Y., Pei J., Wang Y. "Integration of antireflection and light diffraction in nature: A strategy for light trapping". *J. Mater. Chem. A* 2013, 1, 10607
18. Kuo S.-Y., Hsieh M.-Y., Han H.-V., Lai F.-I., Chuang T.-Y., Yu P., Lin C.-C., Kuo H.-C. "Flexible-textured polydimethylsiloxane antireflection structure for enhancing omnidirectional photovoltaic performance of Cu(In,Ga)Se₂ solar cells". *Opt. Express* 2014, 22, 2860.
19. Zhang Jun-Chao, Xiong Li-Min, Fang Ming, He Hong-Bo "Wide-angle and broadband graded-refractive-index anti-reflection coatings". *Chinese Physics B*. 2013, 22 (4): 044201
20. Э.С. Путилин "Оптические покрытия", ИТМО, 2010.
21. А.В. Ершов, А.И. Машин "Многослойные оптические покрытия", НГУ им. Н.И. Лобачевского, 2006.
22. Ю.И. Худак "О математических проблемах оптики слоистых диэлектриков", РТЖ, 2017 г., т. 5, №. 3.

© И. Л. Шульман, Г. Л. Россовский, А. А. Ефанов, В. Е. Захаров

Ссылка для цитирования:

Шульман И. Л., Россовский Г. Л., Ефанов А. А., Захаров В. Е. Модель просветления однослойного диэлектрического покрытия в интервале углов падения // *Инженерно-строительный вестник Прикаспия: научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань: ГАОУ АО ВО «АГАСУ», 2023. № 2 (44). С. 133–139.*