

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ТРЕХМЕРНОЙ МАТРИЧНОЙ ИГРЫ В СМЕШАННЫХ СТРАТЕГИЯХ В ПАКЕТЕ MATHCAD

К. Д. Якубаев

Якубаев Камил Джекшишович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры систем автоматизированного проектирования и моделирования, Астраханский государственный архитектурно-строительный университет, г. Астрахань, Российская Федерация, тел.: + 7 (961) 054-22-86; e-mail: yak-kamil@yandex.ru.

Математический пакет Mathcad 15 идеально подходит для преподавания математики и для научной работы студентов, аспирантов, ученых в университетах страны. С помощью математического пакета Mathcad можно конструировать сложные инженерные модели. Можно также существенно расширить класс математических задач преподаваемых и исследуемых в вузах. В работе показано геометрическое решение трехмерной матричной игры в смешанных стратегиях в математическом пакете Mathcad 15. Скорость работы и хорошая визуализация являются наиболее важными параметрами математических пакетов необходимые для применения в учебном процессе вузов. По этим параметрам математический пакет Mathcad 15 вне конкуренции. Более того он фактический единственный пакет такого рода. Для преподавания в университетах пакет Mathcad 15 предпочтительнее пакета Mathcad Prime. Скорость работы на нем выше.

Ключевые слова: теория игр, Mathcad, визуализация, смешанные стратегии.

VISUALIZATION OF A THREE-DIMENSIONAL MATRIX GAME IN MIXED STRATEGIES IN THE MATHCAD PACKAGE

K. D. Yaksubayev

Yaksubayev Kamil Dzhekishovich, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Computer-Aided Design and Modeling, Astrakhan State University of Architecture and Civil Engineering, Astrakhan, Russian Federation, phone: + 7 (961) 054-22-86; e-mail: yak-kamil@yandex.ru

The Mathcad 15 math package is ideal for teaching mathematics and for the scientific work of graduate students, scientists at universities in the country. Using the Mathcad mathematical package, you can design complex engineering models. And it is also possible to significantly expand the class of mathematical problems taught and studied in universities. The paper shows a geometric solution of a three-dimensional matrix game in mixed strategies in the Mathcad 15 mathematical package. The speed of work and good visualization are the most important parameters of mathematical packages necessary for use in the educational process of universities. According to these parameters, the Mathcad 15 math package is out of competition. Moreover, it is actually the only package of its kind. For teaching at universities, the Mathcad 15 package is preferable to the Mathcad Prime package. The speed of work on it is higher.

Keywords: game theory, Mathcad, visualization, mixed strategies.

Рассматривается трехмерная матричная игра в смешанных стратегиях [1–8]. Цель работы заключается в изучении возможностей и удобства математического пакета Mathcad для визуализации решений трехмерных матричных игр в смешанных стратегиях.

Описание матричной игры в смешанных стратегиях. Даны два игрока и задана платежная матрица игры.

Нумерация игроков. Игрок X считается первым игроком, а игрок Y вторым игроком.

Цель игры. Первый игрок старается как можно больше выиграть. И платежная матрица является матрицей выигрыша первого игрока. Второй игрок хочет как можно меньше проиграть.

У второго игрока своей выигрышной платежной матрицы нет. Его цель не выиграть, а как можно меньше проиграть. Это означает, что первый игрок всегда играет на максимум, а второй игрок всегда играет на минимум.

Стратегии игроков. В теории игр вероятностные стратегии игроков называются смешанными стратегиями, хотя правильно называть их вероятностными стратегиями.

Первый игрок выбирает строки платежной матрицы с вероятностями $(x_1 \ x_2 \ x_3)$, а второй игрок выбирает столбцы платежной матрицы с вероятностями $(y_1 \ y_2 \ y_3)$. Сумма вероятностей всегда равна единице. Цена игры определяется по формуле полной цены игры.

Цена игры. Полная формула цены игры выглядит следующим образом:

$$V_0 = (x_1 \ x_2 \ x_3) \begin{pmatrix} 20 & 4 & 5 \\ 10 & 1 & 15 \\ 2 & 13 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

Порядок ходов игроков. Игроки ходят одновременно.

Независимость игроков. Игроки не зависят друг от друга, то есть вероятности выпадения номеров строк и номеров столбцов обеих игроков не влияют друг на друга.

Статистическое истолкование игры. Пусть игра продолжается много раз. Тогда средний выигрыш первого игрока и будет ценой игры в смешанных стратегиях. И этот средний выигрыш первого игрока одновременно является проигрышем второго игрока. Но если выигрыш оказался отрицательным числом, то итоги игры говорят о том, что на этот проиграл первый игрок.

Вероятностное истолкование игры. Пусть вероятностные стратегии первого игрока являются значениями некоторой случайной величины. А вероятностные стратегии второго игрока значениями некоторой другой случайной величины. Тогда полная цена игры тоже является случайной величиной. Ее математическое ожидание и называется ценой игры в смешанных стратегиях.

Рассматривается трехмерная матричная игра в смешанных стратегиях. Вероятностные, то есть смешанные стратегии игрока X и игрока Y таковы:

$$\begin{cases} (x_1 \ x_2 \ x_3) \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ (x_1 \ x_2 \ x_3) \geq (0 \ 0 \ 0) \end{cases} \quad \begin{cases} (y_1 \ y_2 \ y_3) \\ y_1 + y_2 + y_3 = 1 \\ (y_1 \ y_2 \ y_3) \geq (0 \ 0 \ 0) \end{cases}$$

Платежная матрица и полная цена игры таковы:

$$F = (x_1 \ x_2 \ x_3) \begin{pmatrix} 20 & 4 & 5 \\ 10 & 1 & 15 \\ 2 & 13 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

Игра X – смешанные стратегии первого игрока

Рассмотрим игру X , в которой будем искать смешанные стратегии первого игрока. Система. Введем три функции:

$$\begin{aligned} W(x_1, x_2) &= \begin{pmatrix} 20 & 4 & 5 \\ 10 & 1 & 15 \\ 2 & 13 & 7 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 - x_1 - x_2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 18x_1 + 8x_2 + 2 \\ -9x_1 - 12x_2 + 13 \\ -2x_1 + 8x_2 + 7 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Введем вспомогательную функцию:

$$\beta(x_1, x_2) = \min(W_1(x_1, x_2), W_2(x_1, x_2), W_3(x_1, x_2)).$$

Для того, чтобы можно было обрезать выступающие части графиков, полученные функции нужно записать в следующей форме:

$$\begin{cases} W_0(x_1, t) = \begin{pmatrix} x_1 \\ (1-t)(1-x_1) \\ \beta(x_1, (1-t)(1-x_1)) \end{pmatrix}; D_0 := CreateMesh(W_0, 0, 1, 0, 1) \\ W_1(x_1, t) = \begin{pmatrix} x_1 \\ (1-t)(1-x_1) \\ W_1(x_1, (1-t)(1-x_1)) \end{pmatrix}; D_1 := CreateMesh(W_1, 0, 1, 0, 1) \\ W_2(x_1, t) = \begin{pmatrix} x_1 \\ (1-t)(1-x_1) \\ W_2(x_1, (1-t)(1-x_1)) \end{pmatrix}; D_2 := CreateMesh(W_2, 0, 1, 0, 1) \\ W_3(x_1, t) = \begin{pmatrix} x_1 \\ (1-t)(1-x_1) \\ W_3(x_1, (1-t)(1-x_1)) \end{pmatrix}; D_3 := CreateMesh(W_3, 0, 1, 0, 1) \end{cases}$$

Расчет игры X проводится по правилу триады:
 $Max \rightarrow Min \rightarrow Max$.

Игрок X играет на максимум, значит, вспомогательную функцию нужно строить с помощью оператора минимум. А затем нужно у вспомогательной функции найти точку максимума.

Сначала мы визуальное определяем место, в котором находится точка максимума. Варианты таковы: точка максимума находится на границе области определения игры или внутри области определения игры.

В нашем случае точка максимума находится строго внутри области определения игры. Это означает, что точка максимума является точкой пересечения трех плоскостей:

$$(W_1(x_1, x_2), W_2(x_1, x_2), W_3(x_1, x_2)).$$

Построим трехмерный график игры X (рис. 1).

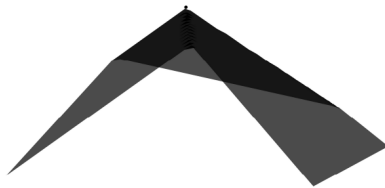


Рис. 1. Вычисление цены игры и стратегий первого игрока

Найдем цену игры, решив систему с помощью операторов пакета Mathcad:

Given

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} V_x \\ V_x \\ V_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18x_1 + 8x_2 + 2 \\ -9x_1 - 12x_2 + 13 \\ -2x_1 + 8x_2 + 7 \end{pmatrix}; \\ x_3 = 1 - x_1 - x_2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} V_x \\ x_{10} \\ x_{20} \\ x_{30} \end{pmatrix} := Find(V_x, x_1, x_2, x_3) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{41}{5} \\ 1 \\ \frac{4}{17} \\ \frac{80}{43} \\ \frac{80}{80} \end{pmatrix}$$

Игра Y – смешанные стратегии второго игрока

Рассмотрим игру Y , в которой будем искать смешанные стратегии второго игрока. Система. Введем три функции:

$$\begin{aligned} H(y_1, y_2) &= \begin{pmatrix} 20 & 4 & 5 \\ 10 & 1 & 15 \\ 2 & 13 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ 1 - y_1 - y_2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 15y_1 - y_2 + 5 \\ -5y_1 - 14y_2 + 15 \\ -5y_1 + 6y_2 + 7 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Введем вспомогательную функцию:

$$\theta(y_1, y_2) = \max(H_1(y_1, y_2), H_2(y_1, y_2), H_3(y_1, y_2)).$$

Для того, чтобы можно было обрезать выступающие части графиков, полученные функции нужно записать в следующей форме:

$$\begin{cases} H_0(y_1, t) = \begin{pmatrix} y_1 \\ (1-t)(1-y_1) \\ \theta(y_1, (1-t)(1-y_1)) \end{pmatrix}; S_0 := CreateMesh(H_0, 0, 1, 0, 1) \\ H_1(y_1, t) = \begin{pmatrix} y_1 \\ (1-t)(1-y_1) \\ H_1(y_1, (1-t)(1-y_1)) \end{pmatrix}; S_1 := CreateMesh(H_1, 0, 1, 0, 1) \\ H_2(y_1, t) = \begin{pmatrix} y_1 \\ (1-t)(1-y_1) \\ H_2(y_1, (1-t)(1-y_1)) \end{pmatrix}; S_2 := CreateMesh(H_2, 0, 1, 0, 1) \\ H_3(y_1, t) = \begin{pmatrix} y_1 \\ (1-t)(1-y_1) \\ H_3(y_1, (1-t)(1-y_1)) \end{pmatrix}; S_3 := CreateMesh(H_3, 0, 1, 0, 1) \end{cases}$$

Расчет игры Y проводится по правилу триады:
 $Min \rightarrow Max \rightarrow Min$.

Игрок Y играет на минимум, значит, вспомогательную функцию нужно строить с помощью оператора максимум. А затем нужно у вспомогательной функции найти точку минимума.

Сначала мы визуальное определяем место, в котором находится точка минимума. Варианты таковы: точка минимума находится на границе области определения игры или внутри области определения игры.

В нашем случае точка минимума находится строго внутри области определения игры. Это означает, что точка минимума является точкой пересечения трех плоскостей:

$$(H_1(y_1, y_2), H_2(y_1, y_2), H_3(y_1, y_2)).$$

Трехмерный график игры Y таков (рис. 2).

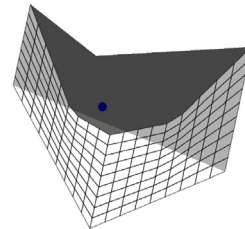


Рис. 2. Вычисление цены игры и стратегий второго игрока

Найдем цену игры, решив систему с помощью операторов пакета Mathcad:

Given

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} V_y \\ V_y \\ V_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15y_1 - y_2 + 5 \\ -5y_1 - 14y_2 + 15 \\ -5y_1 + 6y_2 + 7 \end{pmatrix}; \\ y_3 = 1 - y_1 - y_2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} V_y \\ y_{10} \\ y_{20} \\ y_{30} \end{pmatrix} := \text{Find}(V_y, y_1, y_2, y_3) \rightarrow \begin{pmatrix} 41 \\ 5 \\ 6 \\ 25 \\ 2 \\ 5 \\ 9 \\ 25 \end{pmatrix}.$$

Вычислим цену игры по полной формуле цены игры:

$$V_0 = (x_{10} \quad x_{20} \quad x_{30}) \begin{pmatrix} 20 & 4 & 5 \\ 10 & 1 & 15 \\ 2 & 13 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{10} \\ y_{20} \\ y_{30} \end{pmatrix} = \frac{41}{5}.$$

Мы видим, что все три цены игры между собой совпадают:

$$\begin{cases} V_x = \frac{41}{5} \\ V_y = \frac{41}{5} \\ V_0 = \frac{41}{5} \end{cases}$$

Это означает, что игра решена правильно.

Выводы

Необходимо увеличивать масштабы внедрения математических пакетов в учебный процесс университетов, технических вузов и колледжей.

Необходимо создания российского универсального математического пакета для университетов.

Массовое применение математических пакетов радикально изменит преподавание математики в университетах. В курсах математики появятся реальные производственные задачи. И сложная проблема объединения науки, преподавания и техники будет решена.

Список литературы

1. Аркин П. А. Эффективное применение информационных технологий при реализации сложных программ: теория игр : учебное пособие / П. А. Аркин. – Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2021. – 137 с. – ISBN 978-5-7422-7237-3 // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART. – Режим доступа: <https://www.iprbookshop.ru/116158.html>.
2. Алехин В. В. Теория игр в экономике: лекции и примеры : учебное пособие / В. В. Алехин. – Ростов-на-Дону, Таганрог : Южный федеральный университет, 2018. – 152 с. – ISBN 978-5-9275-2695-6 // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART. – Режим доступа: <https://www.iprbookshop.ru/87506.html>.
3. Яксубаев К. Д. Теория игр с клеточными матрицами : учебное пособие / К. Д. Яксубаев. – Астрахань : Астраханский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2019. – 93 с. – ISBN 978-5-93026-079-3.
4. Яксубаев К. Д. Смешанные стратегии в играх с клеточными матрицами / К. Д. Яксубаев, И. В. Аксютин // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2023. – № 1 (43). – С. 94–98.
5. Гостюнина В. А. Способ экспертной оценки взв-контента на основе модели репутаций / В. А. Гостюнина, Н. В. Давидюк, Ю. А. Гостюнин // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2018. – № 3 (25). – С. 41–44.
6. Александрова О. В. Теория игр : учебное пособие / О. В. Александрова. – Макеевка : Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2020. – 165 с. // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART. – Режим доступа: <https://www.iprbookshop.ru/99391.html>.
7. Лепило Н. Н. Теория игр : учебное пособие / Н. Н. Лепило. – Алчевск : Донбасский государственный технический университет, 2020. – 133 с. // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART. – Режим доступа: <https://www.iprbookshop.ru/122695.html>.
8. Лубенец Ю. В. Теория игр: учебное пособие / Ю. В. Лубенец. – Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2018. – 80 с. – ISBN 978-5-88247-908-3 // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART. – Режим доступа: <https://www.iprbookshop.ru/88748.html>.

© К. Д. Яксубаев

Ссылка для цитирования:

Яксубаев К. Д. Визуализация трехмерной матричной игры в смешанных стратегиях в пакете Mathcad // Инженерно-строительный вестник Прикаспия : научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань : ГБОУ АО ВО «АГАСУ», 2024. № 2 (48). С. 116–118.

УДК 72.03

DOI 10.52684/2312-3702-2024-48-2-118-122

КОНСТРУКТИВНЫЕ РЕШЕНИЯ ОБЩЕСТВЕННОГО СООРУЖЕНИЯ ПРИ ТЕРРОРИСТИЧЕСКИХ УГРОЗАХ НА ПРИМЕРЕ РЕАЛИЗАЦИИ ИНВЕСТИЦИОННО-СТРОИТЕЛЬНОГО ПРОЕКТА

Т. В. Золина, Н. В. Купчикова, А. В. Кулебянов

Золина Татьяна Владимировна, доктор технических наук, профессор кафедры промышленного и гражданского строительства, ректор, Астраханский государственный архитектурно-строительный университет, г. Астрахань, Российская Федерация, тел.: (8512) 49-42-15; e-mail: buildinist@mail.ru;

Купчикова Наталья Викторовна, кандидат технических наук, доцент, руководитель приоритетной научно-исследовательской работы, Астраханский государственный архитектурно-строительный университет, г. Астрахань, Российская Федерация; доцент кафедры «Строительные конструкции, здания и сооружения», Российский университет транспорт (МИИТ), г. Москва, Российская Федерация; e-mail: kupchikova79@mail.ru;

Кулебянов Алексей Викторович, магистрант, Астраханский государственный архитектурно-строительный университет, г. Астрахань, Российская Федерация