

15. Гришина Н. М. Проблемы и перспективы обучения BIM в ВУЗах: управление развитием в строительстве / Н. М. Гришина, Ю. Ю. Чалый // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. – 2017. – № 3 (41). – С. 277–288.

16. Семенов А. А. Интеграция концепции BIM в учебный процесс строительных вузов / А. А. Семенов // BIM-моделирование в задачах строительства и архитектуры : материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, 2018. – С. 207–211. – EDN: YVCXVU.

17. Горовой Н. В. Анализ проблематики программного обеспечения в сфере архитектурного проектирования / Н. В. Горовой // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2023. – № 1 (43). – С. 90–94. – DOI: 10.52684/2312-3702-2023-43-1-90-94. – EDN: MWMWIP.

18. Георгиев Н. Г. Визуальное программирование в задачах моделирования строительных конструкций / Н. Г. Георгиев, К. А. Шумилов, А. А. Семенов // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2021. – № 4 (38). – С. 117–123. – DOI: 10.52684/2312-3702-2021-38-4-117-123. – EDN: ZPSGCJ.

19. Гаврилова А. В. Межкафедральный BIM-факультатив вуза как основа внедрения новых технологий в образовательный процесс / А. В. Гаврилова, Л. Л. Князева, В. В. Койков, О. П. Федоров // BIM-моделирование в задачах строительства и архитектуры : материалы II Международной научно-практической конференции. – Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, 2019. – С. 200–206. – DOI: 10.23968/BIMAC.2019.036. – EDN: IMNKYT.

© Н. В. Горовой, Д. В. Нижегородцев, А. А. Семенов, И. И. Суханова

Ссылка для цитирования:

Горовой Н. В., Нижегородцев Д. В., Семенов А. А., Суханова И. И. Формирование цифровых компетенций в сфере строительства посредством BIM-чемпионата Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета // Инженерно-строительный вестник Прикаспия : научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань : ГБОУ АО ВО «АГАСУ», 2024. № 2 (48). С. 89–94.

УДК 004.94

DOI 10.52684/2312-3702-2024-48-2-94-98

**РАЗРАБОТКА И ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ МАЛЫХ ВЫБОРОК
В ЗАДАЧАХ ОЦЕНИВАНИЯ ОПРЕДЕЛЯЮЩЕГО ПАРАМЕТРА СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ**

Р. З. Хайруллин, С. И. Зубков

Хайруллин Рустам Зиннатулович, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Главный научный метрологический центр Минобороны России; профессор кафедры фундаментального образования, Московский государственный строительный университет; профессор кафедры обработки информации и систем управления, Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, г. Москва, Российская Федерация, тел.: + 7 (926) 405-22-17; e-mail: zrkzrk@list.ru;

Зубков Святослав Иванович, начальник лаборатории, Главный научный метрологический центр Минобороны России, г. Москва, Российская Федерация, тел.: + 7 (916) 163-01-48; e-mail: swyat2007@yandex.ru

Рассмотрены методы статистического анализа малых выборок: метод прямоугольных вкладов, метод дельта – образных вкладов, а также метод статистического моделирования. Описан алгоритм построения оценки функции распределения, основанный на замене каждой реализации малой выборки нормированным прямоугольником (нормированной дельта – образной функцией). Представлена процедура оценки близости построенной оценки априорно – эмпирической функции к самой функции распределения на основе критерия Колмогорова. Описана технология применения метода статистического моделирования. Представлены результаты решения задачи статистического оценивания функции распределения определяющего параметра средств измерений и статистических моментов первого и второго порядка разными методами. Проведен сравнительный анализ полученных результатов.

Ключевые слова: малая выборка, определяющий параметр, средство измерений.

**DEVELOPMENT AND APPLICATION OF METHODS OF THEORY OF LITTLE SAMPLES
IN THE TASK OF ESTIMATION OF KEY PARAMETER OF MEASURING DEVICE**

R. Z. Khayrullin, S. I. Zubkov

Khayrullin Rustam Zinnatulloovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher, Main Scientific Metrological Center of the Russian Ministry of Defense; Professor of the Department of Fundamental Education, Moscow State University of Civil Engineering; Professor of the Department of Information Processing and Control Systems, Moscow State Technical University. N. E. Bauman, Moscow, Russian Federation, phone: + 7 (926) 405-22-17; e-mail: zrkzrk@list.ru;

Zubkov Svyatoslav Ivanovich, Head of Laboratory, Main Scientific Metrological Center of the Russian Ministry of Defense, Moscow, Russian Federation, phone: + 7 (916) 163-01-48; e-mail: swyat2007@yandex.ru

The methods of statistical analysis of small samples are considered: the method of rectangular contributions, the method of delta-shaped contributions and the method of statistical simulation. The algorithm of constructing the distribution function estimation based on replacing each realization of a small sample by a normalized rectangle (delta - shaped function) is described. The procedure for evaluating the closeness of the constructed estimate of the a priori empirical function to the distribution function itself based on the Kolmogorov criterion is presented. The technology of application of statistical simulation method is described. The results of solving the problem of statistical estimation of the distribution function of the determining parameter of measuring instruments and statistical moments of first and second orders by means of different methods are presented. The comparative analysis of the obtained results is carried out.

Keywords: small sample, defining parameter, measuring instrument.

Промышленное и гражданское строительство входит в группу ключевых направлений экономического развития государства. На современном этапе реализации Стратегия развития строительной отрасли и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации на период до 2030 года возникает необходимость управления уникальными инновационными проектами [1–7] и производственными системами с использованием высокотехнологичного оборудования [8–17], включающего контрольно-измерительные приборы (далее – КИП) и средства измерений (далее – СИ), подлежащие метрологическому обслуживанию [18, 19].

В силу уникальности указанных выше задач оказывается недостаточно статистического материала для построения достоверных статистических оценок и прогнозов. На практике часто приходится работать в условиях ограниченного объема информации [20–25].

Проблема построения статистических оценок в условиях малых выборок является актуальной для многих областей деятельности, и, в частности, для строительной отрасли. Так, например, при проведении строительной экспертизы в экстремальных условиях или при проведении испытаний высокотехнологичных образцов строительных материалов, не имеющих аналогов, приходится принимать решение на основе той информации, которая имеется в наличии.

Поэтому задача построения статистических оценок функции распределения и статистических моментов определяющего параметра (далее – ОП) СИ в условиях малых выборок является актуальной задачей. Отметим, что под ОП СИ будем понимать такой параметр, на основании которого принимается решение о возможности продолжения дальнейшей эксплуатации СИ [18–19].

Объектом исследования являются методы построения статистических оценок [20–26].

Предметом исследования являются методы построения статистических оценок в условиях малых выборок [20–25].

Целью исследования является построение пригодных для практического использования статистических оценок в условиях малых выборок на примере построения оценок ОП СИ.

Для решения поставленной задачи будем анализировать и использовать методы, основанные на индивидуальном учете каждой реализации малой выборки: метод прямоугольных вкладов (далее – МПВ), метод δ -образных вкладов (далее – МДВ) [24], расчетно-экспериментальный метод [20–23, 25], а также метод статистического моделирования (далее – МСМ) [26].

Общие характеристики применяемых методов

Основное назначение МПВ и МДВ – построение оценок функции распределения по малой выборке и построение эффективных оценок статистических моментов с использованием построенной оценочной функции распределения. Основное назначение метода статистического моделирования – построение статистической априорно-эмпирической функции

распределения по малой выборке и построение эффективных оценок статистических моментов с использованием этой функции распределения.

Понятие малой выборки

Выборку будем считать малой, если она содержит количество информации, недостаточное для получения требуемой величины доверительного интервала Δx с заданной достоверностью β . Для указанных величин справедлив принцип, аналогичный принципу Гейзенберга в квантовой механике: чем точнее статистическая оценка (чем меньше размах доверительного интервала), тем ниже ее достоверность.

Традиционный (классический) метод построения оценки функции распределения

Пусть задана малая выборка:

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N. \quad (1)$$

Сформируем статистический вариационный ряд (расположим реализации выборки (1) в порядке возрастания):

$$x_1^{(N)}, x_2^{(N)}, \dots, x_i^{(N)}, \dots, x_N^{(N)}. \quad (2)$$

Тогда оценка $F^*(x)$ функции распределения $F(x)$ имеет вид:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq x_1^{(N)} \\ i/N & , x_i^{(N)} < x \leq x_{i+1}^{(N)} \\ 1 & , x > x_N^{(N)} \end{cases} \quad (3)$$

где i – порядковый номер реализации x_i в вариационном ряду (2).

МПВ и МДВ [24] направлен на построение оценки плотности распределения $f^*(x)$. Эти методы основаны на:

- использовании дополнительной, кроме самой выборки (2), априорной информации о случайной величине X ;
- индивидуальном подходе к каждой отдельной реализации x_i выборки;

• равномерном «размазывании» информации, полученной от отдельной реализации выборки, на конечном интервале длины ρ .

В качестве дополнительной априорной информации предполагается знание интервала $[a, b]$ изменения случайной величины ОП. Примем равномерное распределение (рис. 1,а):

$$f_0(x) = \begin{cases} 1/(b-a) & , a \leq x \leq b \\ 0 & , x < a, x > b \end{cases} \quad (4)$$

Функцию $f_0(x)$ будем называть априорной плотностью распределения. Появление реализаций случайной величины (выборки) дает возможность уточнить априорную оценку.

Каждой отдельной реализации x_i приписывается элементарная равномерная плотность или функция вклада [24]:

$$\psi_{x_i}(x) = \begin{cases} 1/\rho & , x_i - \rho/2 \leq x \leq x_i + \rho/2 \\ 0 & , x < -\rho/2, x > \rho/2 \end{cases},$$

где ρ – ширина функции вклада.

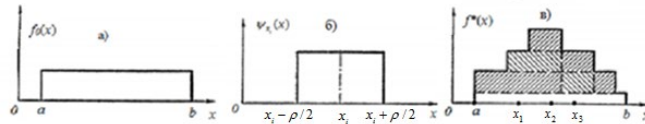


Рис. 1. Иллюстрация к методу прямоугольных вкладов

Функция вклада задается симметрично относительно точки $x = x_i$ (рис. 5, б), что является «размазыванием» информации о случайной величине, полученной от этой реализации.

Для вычисления плотности распределения $f_N^*(x)$ выберем некоторое значение ρ и представим функцию вклада в виде:

$$\psi_i(\rho, x) = \begin{cases} 1 & , x_i - \rho \leq x \leq x_i + \rho \\ 0 & , x < x_i - \rho, x > x_i + \rho \end{cases} \quad (5)$$

Используя нормировку $C(\rho) = 1 / \left(\int_{-\rho}^{\rho} \psi(\rho, x) dx \right)$,

представим $f_N^*(x)$ в виде:

$$f_N^*(x) = C(\rho) \cdot \sum_{i=1}^N \mu_i \psi_i(\rho, x), \quad (6)$$

где $\mu_i = 1/N$. Просуммировав с равными весами априорную плотность (4) и вклады (6), получим оценку плотности:

$$f^*(x) = \frac{1}{N+1} (f_0(x) + f_N^*(x)). \quad (7)$$

При построении оценки плотности с помощью МПВ по выражению (7) для вкладов, выходящих за одну из границ интервала $[a, b]$, нужно отбрасывать части, выходящие за эти границы; над оставшейся частью вклада, лежащей внутри интервала $[a, b]$, как над основанием, следует равномерно надстраивать прямоугольник, площадь которого равна отброшенной. Для вкладов от разных элементов выборки, которые накладываются друг на друга, нужно отбрасывать одно из наложений; и над оставшейся частью вклада (или двух вкладов) надстраивать прямоугольник, площадь которого равна площади наложения.

Функцию $f^*(x)$ (7) будем называть априорно-эмпирическим распределением.

Расхождение между истинной функцией распределения $F(x)$ и ее оценкой $F^*(x)$ будем измерять метрикой Колмогорова [26]:

$$D_m = \max_x |F(x) - F^*(x)|. \quad (8)$$

Отметим, что функция (7) зависит от ширины вклада ρ . В [24] показано, что для каждого вида распределения (нормального, экспоненциального и Вейбулла) существует свое оптимальное, зависящее от N значение условной ширины вклада $\rho_m(N)$ и доли априорной информации $\alpha_{0m}(N)$, обеспечивающее условие (8).

Оптимальная оценка плотности распределения для перечисленных выше законов распределения для МДВ имеет следующий вид:

$$f^*(x) = \frac{\alpha_{0m}}{b-a} + \frac{3(1-\alpha_{0m})}{\sqrt{2\pi\rho_m N}} \cdot \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{4,5}{\rho_m^2}(x-x_i)^2\right). \quad (9)$$

Оптимальные значения $\rho_m(N)$ и $\alpha_{0m}(N)$ приведены в таблицах [24]. Так, например, для нормального закона распределения для $N = 3$ имеем: $\rho_m = 0,225$ и $\alpha_{0m} = 0,175$.

Результаты расчетов

Пусть в результате измерения ОП СИ получены следующие значения: $x_1 = 6,0$; $x_2 = 6,6$; $x_3 = 6,4$. Требуется оценить эмпирическую и полную плотность распределения и построить статистические оценки данной выборки.

Применим МПВ. Примем: $\mu_i = 1/N = 1/3$, $\rho = 0,3$

$$\psi_i(\rho, x) = \begin{cases} 1 & , x_i - \rho \leq x \leq x_i + \rho \\ 0 & , x < x_i - \rho, x > x_i + \rho \end{cases}$$

Используя формулы (5)-(6): $C(\rho) \approx 1,67$,

$$f_N^*(x) = \begin{cases} 0,56 & , 5,7 < x \leq 6,1 \\ 1,11 & , 6,1 < x \leq 6,7 \\ 0,56 & , 6,7 < x \leq 6,9 \end{cases}$$

Теперь предположим, что имеются априорные сведения об интервале возможного изменения случайной величины: $[5,0; 7,2]$. Вычислим полную оценку $f^*(x)$.

Примем, что $\mu = 1/N = 1/3$, $\alpha_0 = 1/(N+1) = 1/4$, $\rho = 0,2(b-a) = 0,44$.

Априорным данным этой задачи адекватна плотность: $f_0(x) = 1/(b-a) \approx 0,45$ при $5 \leq x \leq 7,2$. Для построения $f^*(x)$ вычислим амплитуду по формуле:

$$C(\rho) = 1 / \left(\int_{-0,44}^{0,44} \psi(\rho, x) dx \right) = 1,14.$$

Эмпирическая плотность распределения и полная оценка плотности распределения принимают вид:

$$f_N^*(x) = \begin{cases} 0,38 & , 5,56 \leq x \leq 5,96 \\ 0,76 & , 5,96 < x \leq 6,16 \\ 1,14 & , 6,16 < x \leq 6,44 \\ 0,76 & , 6,44 < x \leq 6,84 \\ 0,38 & , 6,84 < x \leq 7,04 \end{cases}$$

$$f^*(x) = \begin{cases} 0,11 & , 5 < x \leq 5,56 \\ 0,40 & , 5,56 \leq x \leq 5,96 \\ 0,68 & , 5,96 < x \leq 6,16 \\ 0,97 & , 6,16 < x \leq 6,44 \\ 0,68 & , 6,44 < x \leq 6,84 \\ 0,40 & , 6,84 < x \leq 7,04 \\ 0,12 & , 7,04 < x \leq 7,20 \end{cases}$$

Полная оценка $f^*(x)$, построенная с помощью МПВ и МДВ, изображена на рис. 2а) и 2б) соответственно.

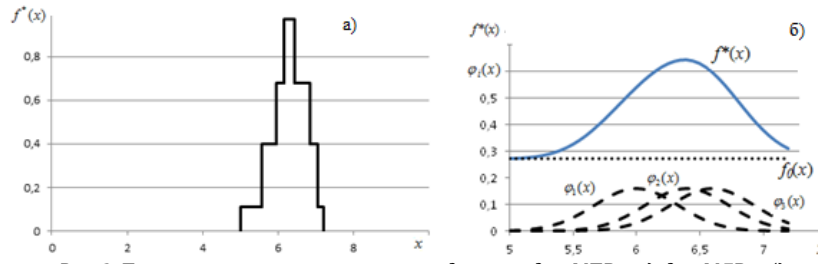


Рис. 2. Полная оценка плотности распределения: для МПВ – а); для МДВ – б)

Построим теперь оценки на основе МСМ [26]. Для плотности $f^*(x)$ строилась функция распределения $F^*(x)$ – (статистическая априорно-эмпирическая функции распределения) и обратная к ней функция $(F^*(x))^{-1}$:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 5 \\ 0,11(x-5) & , 5 < x \leq 5,56 \\ 0,062 + 0,4(x-5,56) & , 5,56 \leq x \leq 5,96 \\ 0,222 + 0,68(x-5,96) & , 5,96 < x \leq 6,1 \\ 0,358 + 0,97(x-6,16) & , 6,16 < x \leq 6,44 \\ 0,63 + 0,68(x-6,44) & , 6,44 < x \leq 6,84 \\ 0,9 + 0,4(x-6,84) & , 6,84 < x \leq 7,04 \\ 0,98 + 0,12(x-7,04) & , 7,04 < x \leq 7,20 \\ 1 & , x > 7,20 \end{cases}$$

$$(F^*)^{-1}(y) = \begin{cases} 0 & , y \leq 0 \\ 5 + y / 0,11 & , 0 < y \leq 0,062 \\ 5,56 + (y - 0,062) / 0,4 & , 0,062 \leq y \leq 0,222 \\ 5,96 + (y - 0,222) / 0,68 & , 0,212 < y \leq 0,358 \\ 6,16 + (y - 0,358) / 0,97 & , 0,358 < y \leq 0,63 \\ 6,44 + (y - 0,63) / 0,68 & , 0,63 < y \leq 0,9 \\ 6,84 + (y - 0,9) / 0,4 & , 0,9 < y \leq 0,98 \\ 7,04 + (y - 0,98) / 0,12 & , 0,98 < y \leq 1 \\ 1 & , y > 1 \end{cases}$$

Производилось статистическое моделирование: $N = 10\ 000$, $y = 5 + (7,2 - 5) \cdot RND(0,1)$, где $RND(0,1)$ – случайная величина, равномерно распределенная на $[0, 1]$. Построенная гистограмма изображена на рисунке 3а.

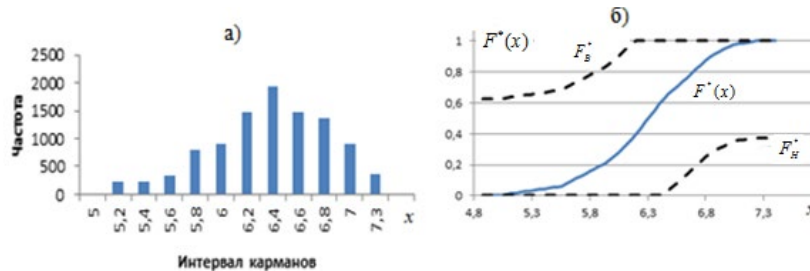


Рис. 3. Гистограмма, построенная на основе статистического моделирования: для МПВ при $N = 10000$ – а); оценка функции распределения и границы доверительной области – б)

По гистограмме видно, что, в целом, распределение имеет вид, близкий к нормальному распределению и визуально согласуется с функцией, изображенной на рисунке 2б.

Оценка функции распределения $F^*(x)$ представлена на рисунке 3б. Пунктирной линией

изображены верхняя F_B^* и нижняя F_H^* границы доверительной области.

Видно, что размах доверительной области достаточно большой. В таблице 2 представлены результаты построения точечных и интервальных оценок среднего значения \tilde{x} и дисперсии \tilde{D} , построенные разными методами.

Таблица 2

Результаты построения точечных и интервальных оценок разными методами

Вид статистической оценки	\tilde{x}	\tilde{D}
МСМ		
Точечная оценка	6,412	0,167
Доверительный интервал $P = 0,95$	(5,779;6,860)	(0,051;0,699)
МПВ/МДВ		
Точечная оценка	6,26	0,313
Доверительный интервал при $P = 0,95$	(5,65;7,08)	(0,082;0,662)
Результаты оптимальной оценки для нормального распределения		
Точечная оценка	6,19	0,29
Доверительный интервал $P = 0,95$	(5,44;6,87)	(0,077;0,724)

Видно, что при доверительной вероятности $P=0,95$ МПВ является наиболее эффективным при построении доверительного интервала для дисперсии; МСМ является наиболее эффективным для интервальной оценки среднего значения.

Отметим, что при построении статистических моментов с помощью МСМ производилось интегрирование функции $f^*(x)$, умноженной на x и x^2 соответственно.

Заключение

Представленные методы и результаты показали, что за счет комплексного применения МПВ, МДВ и МСМ даже для сверхмалых выборок возможно построение статистических оценок ОП СИ, пригодных для практического использования.

Представленный комплекс методов целесообразно применять многократно. С появлением новых реализаций (увеличением размерности выборки) целесообразно строить новые оценки, которые, как

правило, оказываются более эффективными (достоверными). При дальнейшем увеличении размерности выборки становится возможным последующее повышение достоверности на основе применения стандартных методов математической статистики.

Разработанные и реализованные в среде Matlab методы могут быть использованы для построения статистических оценок при решении многих других практических задач, таких как прогнозирование, планирование, логистики.

Список литературы

1. Глазкова В. В. Теоретические аспекты инновационного развития единых теплоснабжающих организаций в условиях перехода на новый энергетический уклад / В. В. Глазкова // Вестник Московского государственного строительного университета. – 2022. – Т. 17, вып. 8. – С. 1073–1084.
2. Савоскина Е. В. Анализ инновационных механизмов решения жилищных проблем в Российской Федерации / Е. В. Савоскина, Н. А. Солопова, Е. П. Акри, С. В. Домнина // Вестник Московского государственного строительного университета. – 2022. – Т. 17, вып. 8. – С. 1096–1112.
3. Бакрунов Ю. О. Внедрение инновационных технологий в управление строительной и специальной техникой / Ю. О. Бакрунов, Е. Ю. Васильева // Вестник Московского государственного строительного университета. – 2022. – Т. 17, вып. 6. – С. 813–822.
4. Король Е. А. Использование инновационных технологий устройства стеновых покрытий с модульными системами озеленения / Е. А. Король, Н. С. Шушунова // Вестник Московского государственного строительного университета. – 2021. – Т. 16, вып. 7. – С. 912–925.
5. Rishi Kumara. Live Life Cycle Assessment Implementation using Cyber Physical Production System Framework for 3D Printed Products / Rishi Kumara, P. G. Padma Vilochana, S. Kahnthinisha, Omkar Patila, Felipe Cerdas, Kuldeep Singh Sangwana, Christoph Herrmann // Procedia CIRP Life Cycle Engineering Conference. – 2022. – Vol. 105. – P. 284–289.
6. Vallero D. A. Sustainable Design: The Science of Sustainability and Green Engineering / D. A. Vallero, C. Brasier // John Wiley & Sons, Inc. – 2008. – 333 p.
7. Сафина Г. Л. Моделирование процессов создания высокотехнологичной продукции строительного назначения / Г. Л. Сафина, Д. С. Ершов, А. С. Корнев, Р. З. Хайруллин // Вестник Московского государственного строительного университета. – 2023. – № 5. – С. 785–797.
8. Гладких В. А. Стойкость сероасфальтобетонов к образованию колеи / В. А. Гладких, Е. В. Королев, Д. Л. Хусид // Вестник Московского государственного строительного университета. – 2016. – Вып. 12. – С. 70–78.
9. Andrea Mio. Multiscale modelling techniques in Life Cycle Assessment: application to product design / Andrea Mio, Maurizio Fregaglia // Procedia CIRP Life Cycle Engineering Conference. – 2022. – Vol. 105. – P. 688–693.
10. Ruan S. Influence of mix design on the carbonation, mechanical properties and microstructure of reactive MgO cement-based concrete / S. Ruan, C. Unluer // Cement and Concrete Composites. – 2017. – Vol. 80. – P. 104–114.
11. Scrivener K. L. Eco-efficient cements: Potential economically viable solutions for a low-CO2 cement-based materials industry / K. L. Scrivener, V. M. John, E. M. Gartner // Cement and Concrete Research. – 2018. – Vol. 114. – P. 2–26.
12. Luo X. J. Retrofitting existing office buildings towards life-cycle net-zero energy and carbon / X. J. Luo // Sustainable Cities and Society Journal. – 2022. – Vol. 83. – P. 103956.
13. Ekolu S. O. A review on effects of curing, sheltering, and CO2 concentration upon natural carbonation of concrete / S. O. Ekolu // Construction and Building Materials. – 2016. – Vol. 127. – P. 306–320.
14. Possan E. CO2 uptake potential due concrete carbonation: A case study / E. Possan, W. A. Thomaz, G. A. Aleandri, E. F. Felix, C. P. dos Santos A. // Case Studies in Construction Materials. – 2017. – Vol. 6. – P. 147–161.
15. Исанова А. В. Анализ использования современной теплоизоляции на основе аэрогеля при проектировании энергоэффективных зданий / А. В. Исанова, Е. Д. Кретова, Д. А. Драпалюк, Н. А. Драпалюк // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2022. – № 4 (42). – С. 15–22.
16. Коровкин М. О. Влияние минеральных добавок на эффективность суперпластификаторов в самоуплотняющихся мелкозернистых бетонных смесях / М. О. Коровкин, Н. А. Ерошкина, А. А. Короткова // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2022. – № 3 (41). – С. 56–61.
17. Семенова Э. Е. Использование тепловых насосов для повышения энергоэффективности гражданских зданий / Э. Е. Семенова, Т. В. Богатова, А. В. Исанова, М. В. Рубцова // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2022. – № 1 (39). – С. 29–32.
18. Маричев П. А. К оптимальному управлению показателями эффективности парка контрольно-измерительной техники / П. А. Маричев, А. С. Корнев, Р. З. Хайруллин // Вестник Московского государственного строительного университета. – 2017. – №5. – С. 564–571.
19. Хайруллин Р. З. Полумарковская модель эксплуатации и обновления парка измерительной техники / Р. З. Хайруллин // Вестник метролога. – 2023. – № 1. – С. 11–17.
20. Мартыщенко Л. А. Математические задачи теории малых выборок и их приложения к испытаниям сложных технических систем / Л. А. Мартыщенко. – Москва : Министерство обороны СССР, 1985. – 75 с.
21. Арефьев И. Б. Оценка логистических показателей в условиях ограниченной информации / И. Б. Арефьев // Программные продукты и системы. – 2009. – № 3. – С. 24–26.
22. Гуляева О. А. Прогнозная оценка результативности стратегии развития производственно-экономической системы / О. А. Гуляева, А. Н. Мардас, Д. А. Мардас // ДИСКУРС. – 2016. – № 2. – С. 79–86.
23. Орлов А. И. Метод проверки гипотез по совокупности малых выборок и его применение в теории статистического контроля / А. И. Орлов // Научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2014. – № 104 (10). – С. 1–15.
24. Гаскаров Д. В. Малая выборка / Д. В. Гаскаров, В. И. Шаповалов. – Москва : Статистика, 1978. – 248 с.
25. Хайруллин Р. З. Расчетно-экспериментальный метод статистической обработки малых выборок / Р. З. Хайруллин // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2023. – № 4. – С. 131–136.
26. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – Москва : Высшая школа, 2003. – 481 с.

© Р. З. Хайруллин, С. И. Зубков

Ссылка для цитирования:

Хайруллин Р. З., Зубков С. И. Разработка и применение методов теории малых выборок в задачах оценивания определяющего параметра средств измерений // Инженерно-строительный вестник Прикаспия : научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань : ГБОУ АО ВО «АГАСУ», 2024. № 2 (48). С. 94–98.