УДК 624.04: 519.6
DOI 10.52684/2312-3702-2024-49-3-5-11

ИДЕАЛЬНОЕ ШАРНИРНОЕ СОЕДИНЕНИЕ СТЕРЖНЕВЫХ И ПЛАСТИНЧАТЫХ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СМЕШАННОЙ ФОРМЫ

А. В. Игнатьев, М. И. Бочков, С. А. Калиновский, И.С. Завьялов

Игнатьев Александр Владимирович, доктор технических наук, профессор кафедры «Цифровые технологии в урбанистике, архитектуре и строительстве», Волгоградский государственный технический университет, г. Волгоград, Российская Федерация, тел.: +7 (8442) 96-99-45; e-mail: alignat70@yandex.ru;

Бочков Максим Иванович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительная механика», Волгоградский государственный технический университет, г. Волгоград, Российская Федерация, тел.: +7 (8442) 96-99-17; e-mail: maxim.bochckow@yandex.ru;

Калиновский Сергей Андреевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительная механика», Волгоградский государственный технический университет, г. Волгоград, Российская Федерация, тел.: +7 (8442) 96-99-17; e-mail: sk0522@yandex.com;

Завьялов Иван Сергеевич, ассистент кафедры «Строительная механика», Волгоградский государственный технический университет, г. Волгоград, Российская Федерация, тел.: +7 (8442) 96-99-17; e-mail: is_zavyalov@mail.ru

В статье рассматривается разработанная авторами методика учета идеальных шарнирных соединений конечных элементов стержневых и пластинчатых систем при расчете по методу конечных элементов (в форме классического смешанного метода). Постановка шарнирных соединений производится путем удаления элементов из матрицы откликов системы конечных элементов, физический смысл которых соответствует изгибающему моменту по направлению работы шарнира, что означает исключение соответствующих им неизвестных из системы разрешающих уравнений. Рассмотрены примеры расчета систем, состоящих из пластинчатых и стержневых конечных элементов с постановкой идеальных шарнирных соединений в их узлах. Сделаны выводы о возможностях автоматизации процесса постановки шарниров при разработке программного комплекса, реализующего метод конечных элементов в форме классического смешанного метода.

Ключевые слова: *строительная механика, конечный элемент, стержневая система, пластинка, стрежень, классический смешанный метод, шарнирное соединение, матрица откликов, система разрешающих уравнений.*

AN IDEAL HINGE CONNECTION OF ROD AND PLATE FINITE ELEMENTS OF MIXED FORM

A. V. Ignatyev, M. I. Bochkov, S. A. Kalinovskiy, I. S. Zavyalov

Ignatyev Aleksandr Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences, Professor of Digital Technologies in Urbanism, Architecture, and Construction Department, Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation, phone: +7 (8442) 96-99-45; e-mail: alignat70@yandex.ru;

Bochkov Maksim Ivanovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Construction Mechanics Department, Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation, phone: +7 (8442) 96-99-17; e-mail: maxim.bochckow@yandex.ru;

Kalinovskiy Sergey Andreyevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Construction Mechanics Department, Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation, phone: +7 (8442) 96-99-17; e-mail: sk0522@yandex.com;

Zavyalov Ivan Sergeyevich, Assistant of Construction Mechanics Department, Volgograd State Technical University, Volgograd, Russian Federation, phone: +7 (8442) 96-99-17; e-mail: is_zavyalov@mail.ru

The article considers the methodology developed by the authors for taking into account ideal hinge joints of finite elements of rod and plate systems when calculating them using the finite element method in the form of a classical mixed method. The articulation of joints is performed by removing elements from the response matrix of the finite element system, the physical meaning of which corresponds to the bending moment in the direction of the hinge, which means the exclusion of the corresponding unknowns from the system of resolving equations. Examples of calculation of systems consisting of plate and rod finite elements with the setting of ideal hinge joints in their nodes are considered. Conclusions are drawn about the possibilities of automating the hinge installation process in the development of a software package implementing the finite element method in the form of a classical mixed method.

Keywords: *structural mechanics, finite element, rod system, plate, beam, classical mixed method, hinged connection, response matrix, system of resolving equations.*

В современной строительной механике наиболее активно разрабатываемым является метод конечных элементов (МКЭ) в смешанной форме, альтернативный методу в перемещениях. Над ним работают несколько научных групп как в России, так и за рубежом. В трудах ученых из Томского государственного архитектурно-строительного университета [1–3] представлен ряд разработанных ими специализированных конечных элементов, основанных на смешанной форме МКЭ и предназначенных для решения конкретных прикладных задач, таких как расчет усиления плоских стальных рам, стальных стропильных систем и определения прогибов в деревянных балках при учете длительного загружения. В работах исследователей Волгоградского государственного аграрного университета [4, 5] разрабатываются также специализированные конечные элементы, в том числе КЭ, в которых учитывается их физически нелинейное деформирование и нелинейность работы материала.

На метод конечных элементов в смешанной форме ссылаются и ученые в области строительной механики более широкого профиля. Положительно оценивается его применимость к решению задач динамики [6], учета реальных упругоподатливых свойств основания [7, 8], генетической нелинейности (поэтапного возведения конструкции) [9], контактного взаимодействия [10]. Таким образом, большое количество ученых, являющихся специалистами в своей области, отмечают преимущества метода конечных элементов в смешанной форме в различных областях строительной механики.

Несмотря на активный интерес к методу конечных элементов в смешанной форме со стороны научного сообщества как к методу решения специализированных задач, на сегодняшний день не так много работ посвящено специфике его алгоритмизации и построению прототипов расчетных комплексов, позволяющих оценить его эффективность применительно к задачам с большим числом неизвестных. Именно это могло бы определить практическую ценность разрабатываемого метода и позволило бы ввести его в повседневное использование инженерными работниками применительно к решению реальных практических задач н только статического расчета конструкций, но и более широкого круга [11, 12].

Данная статья посвящена решению задачи постановки идеальных шарниров в стержневые системы и пластины при их расчете по методу конечных элементов в форме классического смешанного метода (КСМ МКЭ) [13].

В рамках КСМ МКЭ уже существует развернутая номенклатура базовых конечных элементов. На рисунке 1 показаны элементы, используемые в этой работе – конечный элемент-стержень и прямоугольный конечный элемент-пластина, работающая на изгиб. Разработке указанных элементов посвящены труды отечественных и зарубежных ученых [14–17].

Опишем предлагаемый нами механизм постановки шарнира подробно с помощью стержневого конечного элемента, изображенного на рисунке 1, а, и конечного элемента пластины, работающей на изгиб, изображенного на рисунке 1, б.

В общем виде стержневой конечный элемент обладает девятью степенями свободы: шесть неизвестных перемещений (по три в узлах, включая угол поворота) и три неизвестных усилия: $\tilde{q}_7, \tilde{q}_8$ – изгибающие моменты на концах конечного элемента и $\tilde{q}_9$ – продольное усилие в конечном элементе. В свою очередь, конечный элемент пластинки, работающей на изгиб, обладает 12 степенями свободы – в каждом узле по одному неизвестному перемещению q_1, q_2, q_3, q_4 и по два неизвестных изгибающих момента, действующих в перпендикулярных плоскостях $\tilde{q}_5 - \tilde{q}_{12}$.

Таким образом, оба рассматриваемых нами в работе конечных элемента обладают важной отличительной особенностью – удалением в узлах конечно-элементной сетки внутренней связи и заменой ее моментной неизвестной ($\tilde{q}_7, \tilde{q}_8$ – для стержневого конечного элемента и $\tilde{q}_5 - \tilde{q}_{12}$ – для конечного элемента пластины соответственно).

Именно эта особенность и позволяет использовать механизм постановки шарнирной опоры, предлагаемый в данной статье. Постановка шарнира получается путем удаления из матрицы откликов системы элементов, физический смысл которых соответствует изгибающему моменту по направлению работы шарнира. Таким образом, установка шарниров для основной системы смешанного метода при условии использования специальных конечных элементов будет производиться с помощью механизмов, аналогичных тем, которые моделируют граничные условия.

Приведем примеры постановки идеальных шарнирных связей с помощью описанного выше метода к расчету систем, составленных из конечных элементов различных типов. В примере 1 рассмотрена система с небольшим количеством неизвестных. Это сделано для подробного описания системы разрешающих уравнений и механизма постановки шарниров в ней. В примере 2 представлена система с большим количеством неизвестных. В обоих примерах выполнено сравнение результатов расчета с аналитическим решением.

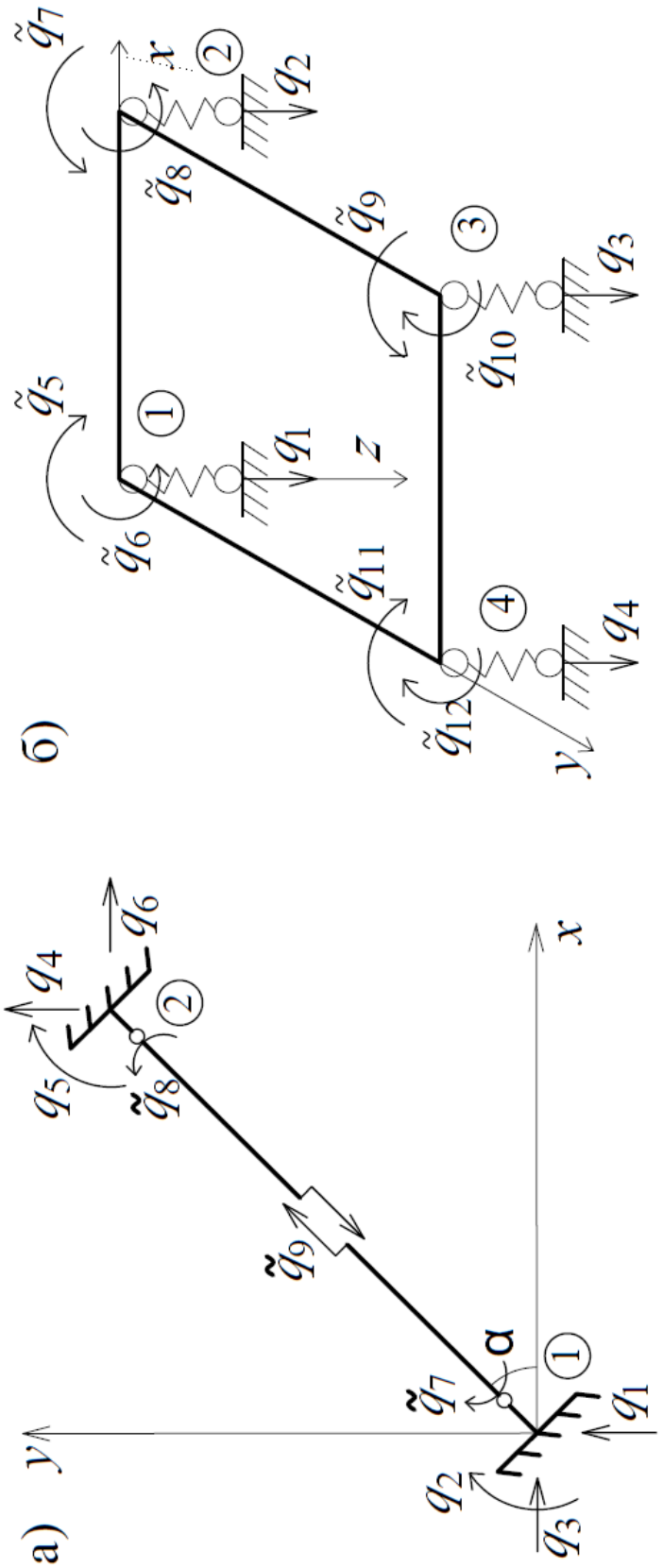

Рис. 1. (а) Конечный элемент-стержень смешанного метода;
(б) Конечный элемент-пластина, работающая на изгиб

Пример 1

Постановка задачи. Необходимо выполнить расчет г-образной рамы, приведенной на рисунке 2, которая представлена рамными конечными элементами с девятью неизвестными (рис. 1, а), на действие постоянной нагрузки при различных видах граничных условий.

Исходные данные:

$$L = H = 2\text{м};\ EA = 200\ \text{кН};$$

$$E\,I = 16670\text{кН}\cdot\text{м}^2;\ M = 20\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Основная система метода конечных элементов в форме классического смешанного метода приведена на рисунке 2, б. При построении основной системы использован рамный конечный элемент, приведенный ранее в этой статье на рисунке 1, а. Запишем разрешающие уравнения смешанного метода:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & -\cancel{\frac{1}{L}} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \cancel{0} & 0 & -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cancel{1} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{L}{EF} & 0 & \cancel{0} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{3\cdot EI} & \frac{\cancel{L}}{\cancel{6}\cdot \cancel{E}I} & 0 & 0 & 0 \\ \cancel{\frac{1}{L}} & \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{0} & \frac{\cancel{L}}{\cancel{6}\cdot \cancel{E}I} & \frac{\cancel{L}}{\cancel{3}\cdot \cancel{E}I} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cancel{0} & \frac{L}{EF} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & -1 & 0 & 0 & \cancel{0} & 0 & \frac{L}{3\cdot EI} & \frac{L}{6\cdot EI} \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & \cancel{0} & 0 & \frac{L}{6\cdot EI} & \frac{L}{3\cdot EI} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ \cancel{q_6} \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 20 \\ 0 \\ 0 \\ \cancel{0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = 0$$

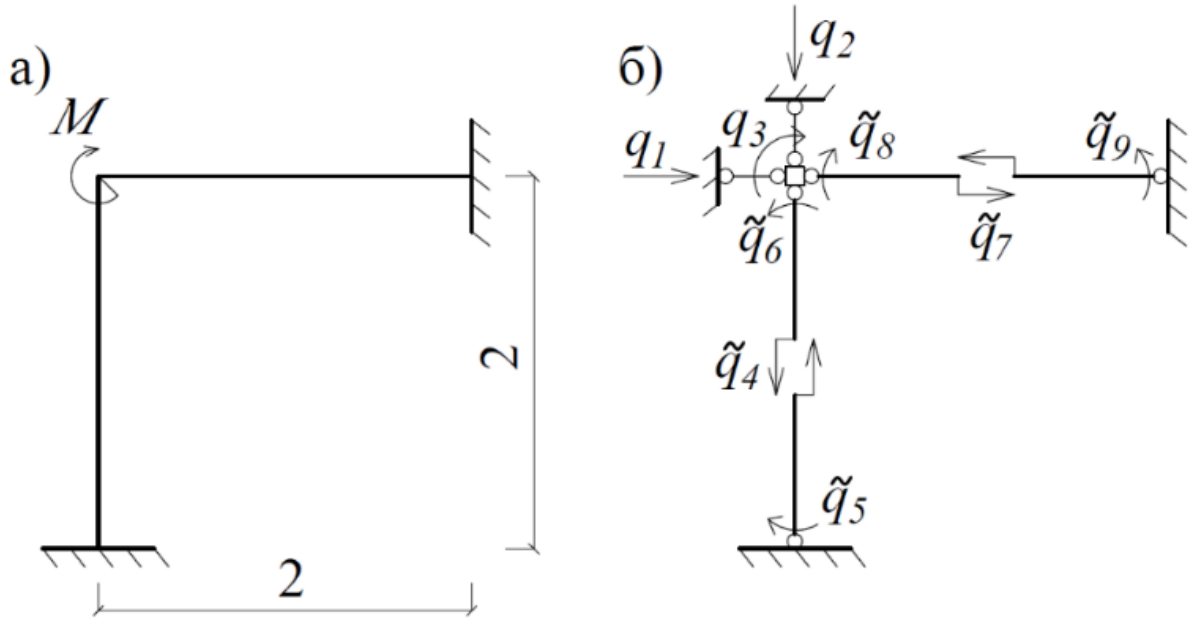

Рис. 2. а – пример 1. Расчетная схема; б – пример 1. Основная система смешанного метода

Рассмотрим аналогичную г-образную раму с шарниром в точки соединения горизонтального и вертикального стержней. Разрешающие уравнения смешанного метода системы для такой рамы, согласно предлагаемому нами механизму, будут получаться из указанных выше уравнений путем удаления строки и столбца, номер которых соответствует номеру изгибающего момента по направлению работы шарнира (в данной задаче это q_6, строки и столбцы перечеркнуты).

Произведем сравнение результатов расчета по предлагаемой нами методике с результатами аналитического расчета в таблице 1.

Таблица 1

Пример 1. Результаты расчета

	q_1, мм	q_2, мм	q_4, кН	q_8, кНм	q_9, кНм
МКЭ в форме КСМ	2,362	0	–0,236	20	19,528
Аналитическое решение	2,362	0	–0,236	20	19,528
Расхождение, %	0	0	0	0	0

Таким образом, для системы с маленьким количеством неизвестных решение получается точным относительно аналитического. Рассмотрим пример с большим числом неизвестных.

Пример 2.

Постановка задачи. Необходимо выполнить расчет квадратной тонкой изгибаемой пластинки, представленной ансамблем прямоугольных коноч-ных элементов с тремя неизвестными (*Mx, My, w*) в каждом узле, на действие постоянной нагрузки при различных видах граничных условий. Конечный элемент приведен на рисунке 1, б.

Исходные данные:

$$a = b = 1 \text{ м};\ h = 0{,}01 \text{ м};$$

$$\mu_x = \mu_y = 0{,}3;\ E = 1{,}092 \cdot 10^7 \text{т/м}^2;\ q = 1 \text{ т/м}^2.$$

Таблица 2

Пример 2. Результаты расчета

	w_{max}, мм	Mx(a/2; b/2), кН·м	My(a/2; b/2), кН·м
МКЭ в форме КСМ	4,073	0,476	0,476
Аналитическое решение	4,060	0,479	0,479
Расхождение, %	0,3	0,6	0,6

Произведем разбиение предлагаемой пластинки с сеткой конечных элементов 16 × 16 и произведем расчет. В связи с особенностями постановки задачи расчета пластины исключение неизвестных производится не только исходя из граничных условий, но также из условия работы конечного элемента из плоскости изгиба. Таким образом, для конечных элементов, ориентированных по грани y = 0, необходимо исключить все My.

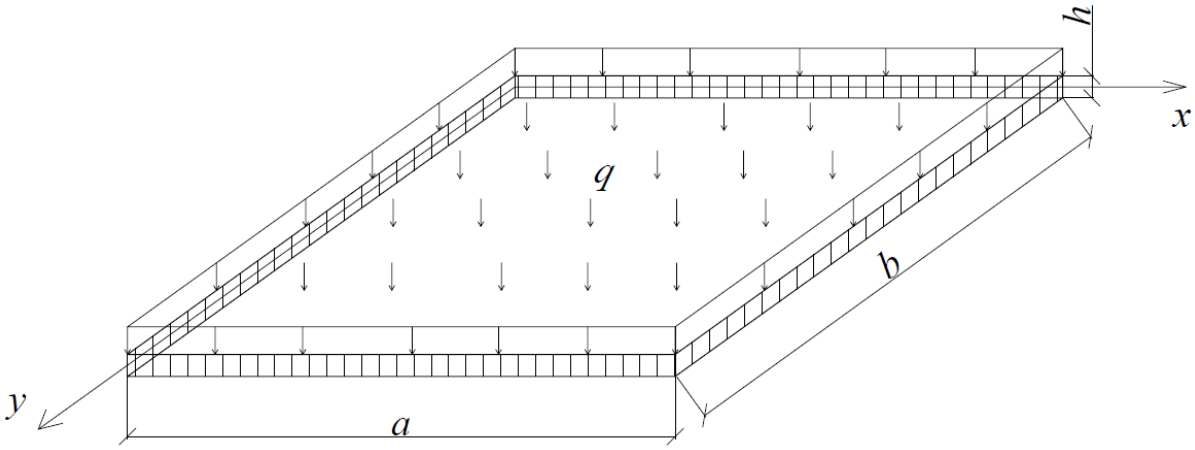

Рис. 3. Пример 2. Расчетная схема пластинки

Расхождение с аналитическим решением для системы с большим количеством неизвестных элементов по перемещениям и моментам, возникающим в пластинке, получилось равным менее чем 1 %, что позволяет говорить о высокой точности предлагаемого решения.

Заключение

В статье авторами предлагается механизм моделирования шарнирного соединения в расчетных схемах смешанного метода. Постановка шарнирных соединений производится путем удаления из матрицы откликов системы конечных элементов, физический смысл которых соответствует изгибающему моменту по направлению работы шарнира, что означает исключение соответствующих им неизвестных из системы разрешающих уравнений. Предлагаемый механизм основывается на особенностях разработанных конечных элементах, включающих моментные связи в узлах, в которых и предполагается установка шарниров. Такой подход поз-волит упростить процесс алгоритмизации процесса построения расчетной схемы за счет того, что шаг установки шарниров будет производиться как часть шага установки опор.

В то же время полученный авторами результат может применяться и при физически нелинейном расчете стержневых систем на предельное состояние.

В дальнейших исследованиях планируется включение предлагаемых подходов в разрабатываемый прототип программного комплекса расчета стержневых и пластинчатых систем с помощью метода конечных элементов в форме классического смешанного метода. Планируется также разработка механизма установки упругоподатливого шарнира в узлы конечно-элементной сетки.

Исследование выполнено за счет средств программы развития ВолгГТУ «Приоритет – 2030», в рамках научного проекта № 45/654-24.

Список литературы

1. Тухфатуллин Б. А. Разработка и апробация конечного элемента смешанного метода для расчета усиления плоских стальных рам / Б. А. Тухфатуллин, Л. Е. Путеева, В. Д. Раков // Труды Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (Сибстрин). – 2018. – Т. 21, № 2 (68). – С. 79–93. – EDN VGLQSM.
2. Раков В. Д. Алгоритм смешанного метода для определения прогибов в деревянных балках при учете длительного загружения / В. Д. Раков, Б. А. Тухфатуллин, Л. Е. Путеева // Инженерный вестник Дона. – 2018. – № 4 (51). – С. 225. – EDN COECAC.
3. Тухфатуллин Б. А. Применение специального конечного элемента смешанного метода для расчета усиления стальной тропильной системы / Б. А. Тухфатуллин, Л. Е. Путеева, А. И. Григорьев, В. Д. Раков // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. – 2018. – № 10. – С. 43–51. – DOI 10.12737/article_5bd95a73a46853.19300139. – EDN YMVPJJ.
4. Klochkov Yu. V. Stress-strain state of elastic shell based on mixed finite element / Yu. V. Klochkov, V. A. Pshenichkina, A. P. Nikolaev, O. V. Vakhnina, M. Yu. Klochkov // Magazine of Civil Engineering. – 2023. – № 4 (120). – С. 34–47. – DOI 10.34910/MCE.120.3.
5. Klochkov Yu. V. Physically nonlinear shell deformation based on three-dimensional finite elements / Yu. V. Klochkov, A. P. Nikolaev, O. V. Vakhnina, T. A. Sobolevskaya, M. Yu. Klochkov // Magazine of Civil Engineering. – 2022 – № 5 (113). – С. 159–170. – DOI 10.34910/MCE.113.14.
6. Босаков С. В. Смешанный метод строительной механики в задачах динамики пластинок / С. В. Босаков // Строительная механика и расчет сооружений. – 2021. – № 3 (296). – С. 66–70. – DOI 10.37538/0039-2383.2021.3.66.70. – EDN EDSKSI.
7. Козунова О. В. Некоторые вопросы расчета плоских рам на упругом основании на пространственную нагрузку / О. В. Козунова // Строительная механика и расчет сооружений. – 2021. – № 4(297). – С. 17–24. – DOI 10.37538/0039-2383.2021.4.17.24. – EDN FQAAPT.
8. Скачек П. Д. Особенности нелинейного расчета изгибаемых стержней, частично опертых на упругое основание / П. Д. Скачек // Наука и техника. – 2023. – Т. 22, № 2. – С. 141–149. – DOI 10.21122/2227-1031-2023-22-2-141-149. – EDN EVJKOZ.
9. Петреня Е. Н. Технология поэтапного расчета строительных конструкций методом суперэлементов в смешанной формулировке / Е. Н. Петреня, А. А. Петранин // Строительная механика и конструкции. – 2016. – № 1 (12). – С. 5–18. – EDN WCEWXV.
10. Lukashevich A. A. Finite element models based on the approximation of discontinuous stress fields // Magazine of Civil Engineering. – 2022. – № 110 (2). – Article no. 11004. – DOI: 10.34910/MCE.110.4.
11. Рекунов С. С. Исследование вопросов надежности сооружений разных типов при экстремальных воздействиях. Ч. 1 / С. С. Рекунов, А. А. Чураков // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2023. – № 2 (44). – С. 57–61. – DOI 10.52684/2312-3702-2023-44-2-57-61.
12. Рекунов С. С. Исследование вопросов надежности сооружений разных типов при экстремальных воздействиях. Ч. 2 / С. С. Рекунов, А. А. Чураков // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2023. – № 3 (45). – С. 80–84.
13. Ignatyev A. V. Specific Features and Advantages of the Finite Element Method in the Form of Classical Mixed Method as an Alternative for the Traditional Finite Element Method / A. V. Ignatyev, V. A. Ignatyev // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2014. – Vol. 10, № 4. – С. 121–124.
14. Игнатьев В. А. Смешанная форма метода конечных элементов в задачах строительной механики / В. А. Игнатьев, А. В. Игнатьев. – Волгоград : Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, 2005. – 100 с.
15. Auricchio F. Approximation of incompressible large deformation clastic problems: some unresolved issues / F. Auricchio, L. Beirao da Veiga, C. Lovadina, A. Reali, R. Taylor, P. Wriggers // Computational mechanics. – 2013. – № 52. – С. 1153–1167.
16. Boffi D. Mixed Finite Element Methods and Applications / D. Boffi, F. Brezzi, M. Fortin. – Springer, Heidelberg, 2013. – 691 с.
17. Arnold D. N. Differential complexes and stability of finite element methods. I. The de Rham complex / D. N. Arnold, R. Falk, R Winther // Compatible spatial discretizations. New York : Springer, 2006. С. 24–46.

© А. В. Игнатьев, М. И. Бочков, С. А. Калиновский, И. С. Завьялов

Ссылка для цитирования:
Игнатьев А. В., Бочков М. И., Калиновский С. А., Завьялов И. С. Идеальное шарнирное соединение стержневых и пластинчатых конечных элементов смешанной формы // Инженерно-строительный вестник Прикаспия : научно-технический журнал / Астраханский государственный архитектурно-строительный университет. Астрахань : ГБОУ АО ВО «АГАСУ», 2024. № 3 (49). С. 5–11.

УДК 666.97. 03
DOI 10.52684/2312-3702-2024-49-3-11-18

ХИМИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА МИНЕРАЛЬНЫХ КОМПОНЕНТОВ БЕТОННОЙ СМЕСИ

Б. Б. Утегенов, Р. И. Шаяхмедов

Утегенов Бахитжан Бахиткалиевич, старший преподаватель кафедры промышленного и гражданского строительства, Астраханский государственный архитектурно-строительный университет, г. Астрахань, ул. Таищева, 18; e-mail: utegen76@mail.ru;

Шаяхмедов Растам Ирфагильевич, кандидат экономических наук, доцент кафедры экспертизы, эксплуатации и управления недвижимостью, Астраханский государственный архитектурно-строительный университет, г. Астрахань, ул. Таищева, 18; e-mail: rastams@mail.ru

Цель исследования – определение возможности удаления с поверхности минеральных компонентов бетонной смеси жестко сцементированных с ней частиц глины путем предварительной химической обработки раствором гидроокиси аммония. Научная новизна заключается в том, что впервые рассматривается и проверяется гипотеза о принципиальной возможности существования упомянутого способа обработки. Предварительная обработка поверхности минеральных компонентов бетонной смеси – одно из актуальных направлений повышения качества бетона. В исследовании используются методы и приемы инновационного консалтинга. Доказана принципиальная возможность и эффективность предложенного способа химической обработки. В результате проведенного исследования средняя прочность образцов бетона на сжатие увеличилась на 187 %.

Ключевые слова: *бетонная смесь, щебень, частицы глины, химическая обработка, гидроокись аммония, аммиак, гидроокись алюминия, повторная мойка.*

CHEMICAL TREATMENT OF THE MINERAL COMPONENTS OF THE CONCRETE MIX

B. B. Utegenov, R. I. Shayakhmedov

Utegenov Bakhitzhan Bakhitkaliyevich, Senior Lecturer of Industrial and Civil Engineering Department, Astrakhan State University of Architecture and Civil Engineering, Astrakhan, Taishcheva St., 18; e-mail: utegen76@mail.ru;

Shayakhmedov Rastam Irfagilyevich, Candidate of Economic Sciences, Associate Professor of Real Estate Expertise, Operation and Management Department, Astrakhan State University of Architecture and Civil Engineering, Astrakhan, Taishcheva St., 18; e-mail: rastams@mail.ru

The purpose of the study is to determine the possibility of removing clay particles rigidly cemented with it from the surface of the mineral components of the concrete mixture by preliminary chemical treatment with a solution of ammonium hydroxide. The scientific novelty lies in the fact that for the first time the hypothesis of the principal possibility of the existence of the mentioned processing method is being considered and tested. Pretreatment of the surface of the mineral components of the concrete mix is one of the most relevant areas for improving the quality of concrete. The research uses methods and techniques of innovative consulting. The principal possibility and effectiveness of the proposed method of chemical treatment is proved. As a result of the study, the average compressive strength of concrete samples increased by 187 %.

Keywords: *concrete mix, clay particles, rubble, chemical treatment, ammonium hydroxide, ammonia, aluminum hydroxide, repeated washing.*

Предварительное мытье щебня и песка, в том числе раствором поверхностно-активных веществ, – одно из направлений [1, 2] повышения качества бетонной смеси (БС) и получаемого из нее бетона. При этом мытье песка может осуществляться непосредственно в аппарате вихревого смешения [3], что резко увеличивает эффективность данного процесса.